TOME 12. N° 10. DÉCEMBRE 1951.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

EXCITATION D'OSCILLATIONS ÉLECTRONIQUES DANS UNE ONDE DE CHOC. APPLICATIONS RADIOASTRONOMIQUES

Par JEAN FRANÇOIS DENISSE et YVES ROCARD.
Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure.

Sommaire. — On étudie quelques propriétés caractéristiques d'une onde de choc qui progresse dans un milieu fortement ionisé. Des effets de diffusion et de diffusion thermique concourent à chasser les électrons, particules légères, vers l'avant du front de l'onde. Il en résulte :

Une polarisation du milieu qui limite finalement les effets de diffusion;

Une distribution des vitesses des électrons qui s'écarte beaucoup d'une distribution maxwellienne : pour une onde de choc assez intense, les électrons peuvent même se trouver divisés en deux groupes distincts de vitesse moyenne différente.

Ces propriétés conduisent normalement à l'excitation d'oscillations de plasma amplifiées et l'on suggère que ce mécanisme pourrait expliquer les émissions radioélectriques solaires les plus intenses.

La structure d'une onde de choc qui progresse dans un milieu ionisé présente plusieurs particularités intéressantes qui tiennent à la grande différence de masse qui existe entre les électrons et les particules plus lourdes qui propagent l'énergie cinétique de la perturbation.

Si le milieu est fortement ionisé, des effets de diffusion et de diffusion thermique puissants concourent à chasser les électrons de la région amont plus dense et plus chaude vers la région aval, et produisent en particulier une polarisation du milieu.

La fonction de distribution des électrons s'écarte alors notablement d'une distribution maxwellienne; en fait, l'écart est si important même pour une onde de choc assez faible, que les méthodes classiques de calcul s'appliquent assez mal dans ce cas.

L'étude qui est présentée ici est suggérée par la possibilité d'expliquer par ces mécanismes, certaines composantes des émissions radioélectriques solaires [1], [2]. En fait, on verra qu'une perturbation d'amplitude moyenne se prête à l'excitation d'oscillations électroniques de charge d'espace qui pourraient être à l'origine des émissions observées.

1. Caractéristiques d'une onde de choc. — On sait qu'une onde de choc se traduit par une brusque discontinuité des variables d'état du fluide. La région où s'opère cette discontinuité, le front de l'onde, est plus ou moins étendu suivant l'intensité du choc, mais son épaisseur L reste toujours comparable au libre parcours moyen des molécules

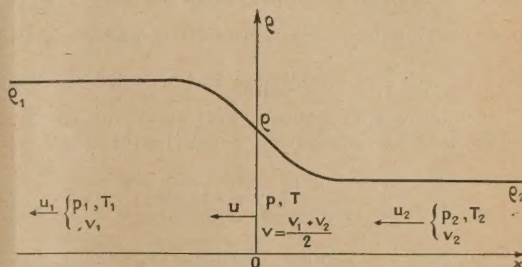


Fig. 1.

du fluide, dès que le choc n'est pas très faible (ondes acoustiques ordinaires).

Considérons une onde de choc stationnaire que nous étudierons dans un système d'axes entraîné à la vitesse $-u_2$ de progression du front de l'onde dans le milieu aval (*fig.* 1).

On désigne par p, T, ρ et v, la pression, la température, la densité et le volume spécifique en un point situé à l'intérieur du front de l'onde par p_1, T_1, ρ_1, v_1 et p_2, T_2, ρ_2, v_2 les mêmes grandeurs dans les milieux amont et aval respectivement.

Par rapport au système d'axes défini plus haut, le fluide est animé de la vitesse u_1 dans le milieu amont et de la vitesse u_2 dans le milieu aval. On choisit l'origine des abscisses au point moyen du front de l'onde où $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$ et l'on désigne par u la vitesse du fluide en ce point.

C'est dans le plan $x = 0$ que les effets de diffusion seront les plus intenses et nous y rapporterons les calculs qui suivent.

La conservation de la masse donne les relations

$$u_1 \rho_1 = u \rho = u_2 \rho_2 \qquad \text{ou} \qquad \frac{u_1}{v_1} = \frac{u}{v} = \frac{u_2}{v_2}.$$

D'autre part, on sait que le rapport $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{v_1}{v_2}$ tend vers une valeur maximum égale à $\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}$ pour une onde de choc infiniment forte. En prenant pour le rapport des chaleurs spécifiques $\gamma = \frac{5}{3}$ qui convient au cas d'un gaz monoatomique, on a $\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} = 4$.

Afin de déterminer la fonction de distribution des électrons, il est nécessaire de préciser la valeur d'un certain nombre de grandeurs à l'intérieur du front de l'onde; ce sont

$$\frac{1}{T}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}, \quad \frac{1}{p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}, \quad \frac{1}{v}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}, \quad \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}.$$

Dans un Mémoire très intéressant, Kohler, après Lord Rayleigh [3], a montré en utilisant la méthode des équations de transfert, qu'il était possible d'obtenir des valeurs approximatives de ces expressions en fonction du paramètre $\eta = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1}$ qui varie de 0 à $\frac{3}{5}$ et caractérise la puissance du choc.

Le volume spécifique à l'intérieur du front de l'onde peut alors s'exprimer par la formule

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2}\left(1 + \eta \operatorname{th} \frac{x}{2l}\right),$$

qui néglige les termes d'ordres supérieurs en η.

Le paramètre l mesure l'épaisseur du front et s'écrit

$$l = \frac{35}{64}\frac{1}{\eta}\frac{\mu}{u\rho},$$

où μ est le coefficient de viscosité du fluide. Par suite, on peut écrire dans le plan $x = 0$

$$\frac{1}{v}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = \frac{\eta}{2l}.$$

Avec la même approximation, on peut écrire

$$\frac{v}{T}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}v} = -(\gamma - 1)$$

qui correspond à une compression adiabatique et, par suite,

$$\frac{1}{T}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = \frac{v}{T}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}v}\frac{1}{v}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = -(\gamma - 1)\frac{1}{v}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = -\frac{\eta}{3l}.$$

De même

$$\frac{1}{p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = \frac{v}{p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}v}\frac{1}{v}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = -\gamma\frac{1}{v}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = -\frac{5}{6}\frac{\eta}{l}.$$

La vitesse u en un point du fluide satisfait à la relation

$$u\rho = \frac{u}{v} = \text{const};$$

et, par suite,

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = -\frac{1}{v}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}u = \frac{\eta}{2l}u,$$

u et $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$ étant tous deux négatifs.

On peut noter qu'avec la même approximation les dérivées secondes de T, p et u sont nulles dans le plan $x = 0$.

Dans ce qui suit nous supposerons le milieu complètement ionisé. Le coefficient de viscosité μ dépend alors essentiellement du comportement des ions et l'épaisseur du front $\sim l$ est comparable à leur libre parcours moyen Δ'.

2. **Effet de polarisation.** — En raison de leur faible masse, les électrons sont soumis dans le front de l'onde à un double effet de diffusion qui tend à leur communiquer une vitesse d'ensemble différente de celle des protons [2].

Comme nous l'avons dit, l'inhomogénéité des pressions et des températures tend à concentrer les électrons, particules légères, vers la région aval où pressions et températures sont les plus basses. La diffusion ordinaire et la viscosité vont agir en sens inverse tendant à s'opposer aux différences de densité et de mouvement, mais nous allons voir que ces facteurs ne jouent ici qu'un rôle négligeable.

En effet, les ions et les électrons étant chargés, toute vitesse relative des uns par rapport aux autres, crée un état de polarisation du milieu et par suite un champ électrostatique général E qui, lui, limite très efficacement le déplacement relatif des électrons.

Admettons, pour déterminer un ordre de grandeur de ce champ, que tous les chocs que subit un électron dans le front d'onde lui communiquent une énergie $\frac{KT}{2}$ et un moment dirigé vers les x positifs, la vitesse des ions étant supposée négligeable.

Un état d'équilibre sera atteint lorsque le champ électrostatique E créé par cette diffusion sera assez intense pour prélever cette énergie $\frac{KT}{2}$ pendant la durée d'un libre parcours moyen électronique Δ''.

On obtient donc une valeur approchée du champ E par la relation

$$eE\Delta'' = \frac{KT}{2} \quad \text{ou} \quad E = \frac{KT}{2e\Delta''}.$$

Dans les conditions de la haute chronosphère ($T \sim 500\,000°$ et $\Delta'' \sim 10^7$ cm), on obtient $E = 10^{-9}$ u. e. s. Supposons, pour fixer les idées, que ce champ soit créé par l'accumulation des charges de signe opposé à l'arrière et à l'avant du front d'onde; on trouve alors qu'il correspond au déplacement d'une charge environ par centimètre carré de la surface du front. Comme le milieu en contient environ 10^8 par centimètre cube, ce résultat montre que les effets de diffusion, limités par la polarisation ne modifient pas sensiblement la composition du milieu.

Notons que cette polarisation peut devenir plus importante dans un milieu plus concentré que celui qui est considéré ici.

Pour obtenir une valeur plus exacte du champ de polarisation, il est nécessaire de supposer que la fonction de distribution des électrons à l'intérieur du front de l'onde s'écarte peu d'une distribution maxwellienne

$$f_0 = \left(\frac{m''}{2\pi KT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m''C''^2}{2KT}}.$$

Alors, des conditions d'invariance [4] montrent que l'on peut en première approximation poser

$$f = f_0\left[1 - A''U''\frac{1}{T}\frac{dT}{dx} - nD''U''d - B''\left(U''^2 - \frac{1}{3}C''^2\right)\frac{du}{dx}\right].$$

Dans ce qui suit, les indices $'$ et $''$ sont affectés aux grandeurs qui caractérisent les ions et les électrons respectivement; les grandeurs sans indice caractérisent le fluide en général.

U'', V'', W'' désignent les composantes le long des trois axes Ox, Oy, Oz des vitesses particulières C'' des électrons. Ces vitesses sont supposées mesurées par rapport à un système d'axes entraîné à la vitesse u par le mouvement d'ensemble du fluide. C'est-à-dire que, par rapport à ce système d'axe, la vitesse moyenne des protons est nulle.

A'', D'', B'' sont des fonctions de la vitesse C'' et dépendent de la nature des chocs entre particules, chocs qui sont dus ici à l'interaction en $\frac{1}{r_2}$.

Le terme $-A''U''\frac{1}{T}\frac{dT}{dx}$ représente l'effet de la diffusion thermique.

Le terme $-B''\left(U''^2 - \frac{1}{3}C''^2\right)\frac{du}{dx}$ est introduit par la viscosité du milieu.

Enfin, l'expression $-nD''U''d$ représente la diffusion. Avec des notations très voisines de celles utilisées dans l'Ouvrage de Chapman et Cowling [5], auquel nous faisons de très nombreux emprunts, on peut écrire

$$d = \frac{d}{dx}\frac{n'}{n'+n''} + \frac{n'n''(m''-m')}{n\rho}\frac{1}{p}\frac{dp}{dx} - \frac{\rho'\rho''}{p\rho}(F' - F''),$$

n' et n'' représentent les nombres des particules de chaque espèce par centimètre cube, on a

$$n' + n'' = n \quad \text{et} \quad n'm' + n''m'' = \rho.$$

F' et F'' représentent les forces qui sont éventuellement appliquées sur l'unité de masse de chaque particule.

On voit ainsi que dans l'expression d, le premier terme représente un effet de diffusion ordinaire qui tend à réduire l'inhomogénéité de composition du milieu.

Le deuxième terme figure l'effet de diffusion qui tend à chasser les particules les plus légères des régions où la pression est la plus élevée.

Enfin, le dernier terme représente l'action des forces qui agissent différemment sur les deux sortes de particules, soit ici les forces électrostatiques.

L'expression $\int f\vec{C}''\,d\vec{C}''$ intégrée sur l'ensemble des vitesses des électrons est égale à la vitesse moyenne $\overline{U''}$ de déplacement des électrons par rapport aux ions, vitesse qui n'est pas nulle en général. Mais comme les forces électrostatiques créées par la polarisation s'opposent à ce déplacement, on peut admettre que le système va tendre en moyenne vers un équilibre où l'effet des forces électrostatiques compensera exactement les forces de diffusion. Nous négligerons pour le moment l'effet d'oscillations qui pourraient éventuellement s'amorcer.

La condition $\overline{U''} = 0$ s'écrit [5, p. 143]

$$\frac{D}{4}\left\{d + K_T\frac{1}{T}\frac{dT}{dx}\right\} = 0,$$

où D est le coefficient de diffusion des électrons à travers le gaz des ions; $K_T = \frac{D_T}{D}$ est le rapport du coefficient de diffusion thermique D_T au coefficient de diffusion ordinaire D.

Pour une interaction en $\frac{1}{r^2}$ on a [5, p. 180]

$$K_T = -\frac{n''}{n}\frac{3}{2}$$

et par suite

$$d = -K_T\frac{1}{T}\frac{dT}{dx} = \frac{3}{2}\frac{n''}{n}\frac{1}{T}\frac{dT}{dx}.$$

On peut simplifier l'expression d en remarquant comme précédemment que la composition du milieu ne va pas être sensiblement modifiée par le passage de l'onde de choc; on peut donc négliger le terme $\frac{d}{dx}\frac{n'}{n'+n''}$.

D'autre part, avec

$$m'' \ll m', \qquad n' = n'' = \frac{n}{2}, \qquad \rho \sim n'm'$$

et F' et F'' exprimés en fonction d'un champ électrique E dirigé suivant Ox

$$eE = m'F' = -m''F'',$$

on peut écrire

$$d = -\frac{1}{2}\frac{1}{p}\frac{dp}{dx} - \frac{n}{2p}Ee = -K_T\frac{1}{T}\frac{dT}{dx}$$

et par suite

$$neE = -\frac{dp}{dx} - \frac{3}{2}p\frac{1}{T}\frac{dT}{dx}.$$

Avec

$$\frac{1}{p}\frac{dp}{dx} = -\frac{5}{6}\frac{\eta}{l}, \qquad \frac{1}{T}\frac{dT}{dx} = -\frac{\eta}{3l},$$

on obtient

$$\boxed{E = \frac{4}{3}\frac{p}{ne}\frac{\eta}{l}}$$

qu'on peut mettre sous la forme

$$E = \frac{8}{3}\eta^2\frac{KT}{e\,2l\eta}.$$

$2l\eta$ est comparable au libre parcours des particules et l'on voit que le champ ainsi obtenu ne diffère pas sensiblement de la valeur approximative calculée plus haut. Les résultats qualitatifs qu'on en avait déduit restent donc valables.

3. **Fonction de distribution des électrons.** — Pour calculer la fonction de distribution des électrons dans le front de l'onde de choc, il faut expliciter la valeur des coefficients A'', D'', B''.

Pour simplifier les calculs nous allons d'abord assimiler le fluide à un « gaz de Lorentz », ce qui suppose :

les protons au repos par rapport aux électrons; en fait ceux-ci sont animés en moyenne de vitesses beaucoup plus grandes;

et les chocs électrons-électrons négligeables par rapport aux chocs électrons-protons. Cette approximation est évidemment mauvaise ici où nous supposons le gaz complètement ionisé, elle serait meilleure pour une onde de choc dans un milieu faiblement ionisé.

De toute façon on peut espérer que l'étude conduite dans ce sens donnera une représentation qualitative satisfaisante des phénomènes.

Cette approximation permet d'exprimer A'', D'', B'' en termes finis [5, p. 189]

$$A'' = \frac{\dfrac{m''C''^2}{2KT} - \dfrac{5}{2}}{2\pi n'\Phi^{(1)}},$$

$$D'' = -\frac{1}{2\pi n'n''\Phi^{(1)}},$$

$$B'' = \frac{m''}{3\pi n'KT\Phi^{(2)}},$$

où

$$\Phi^{(1)} = \frac{\Phi^{(2)}}{2} = \frac{e^4}{m''^2C''^3}g,$$

g est un facteur correctif qui dépend des conditions de pression, de température et d'ionisation [6].

Avec la condition supplémentaire

$$d = -K_T\frac{1}{T}\frac{dT}{dx},$$

on obtient

$$f = f_0\left\{1 - \frac{m''C''^3}{\pi ne^4g}\left[\left(\frac{m''C''^2}{2\pi T} - 4\right)U''\frac{1}{T}\frac{dT}{dx} + \left(U''^2 - \frac{1}{3}C''^2\right)\frac{m''}{3KT}\frac{du}{dx}\right]\right\}.$$

En posant

$$\frac{m''C''^2}{2KT} = C^2, \qquad \frac{m''U''^2}{2KT} = U^2, \qquad u\sqrt{\frac{m''}{2KT}} = y, \qquad \ldots$$

et en remplaçant $\frac{1}{T}\frac{dT}{dx}$ et $\frac{du}{dx}$ par leur valeur calculée plus haut, f prend la forme très simple

$$\boxed{f = f_0\left\{1 - \alpha C^3\left[(C^2 - 4)U - \left(U^2 - \frac{1}{3}C^2\right)y\right]\right\},}$$

formule importante qui donne la distribution des vitesses cherchée.

Le coefficient

$$\alpha = \frac{\eta^2}{3}\,\frac{1}{\pi n'\left(\dfrac{e^2}{2KT}\right)^2 g}\,\frac{1}{2l\eta}$$

est de l'ordre de η^2, car $\dfrac{1}{\pi n'\left(\dfrac{e^2}{2KT}\right)^2 g}$ est comparable au libre parcours des électrons et $2l$ au libre parcours des ions qui n'est pas très différent du précédent. Il est nécessaire de préciser la valeur de α qui a une grande influence sur la forme de f.

Nous avons déjà indiqué que d'après Kohler [3]

$$l = \frac{35}{64}\frac{1}{\eta}\frac{\mu}{u\rho}.$$

D'autre part, d'après [5], on peut écrire

$$\mu = \frac{5}{32}\left(\frac{KT}{m'}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{2KT}{e^2}\right)^2\frac{1}{g'},$$

où g' a une valeur peu différente du paramètre g introduit précédemment; α prend donc la forme

$$\alpha = \eta^2\frac{32}{35}\frac{16}{15}\frac{g'}{g}\left(\frac{8}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}4\sqrt{\frac{m'}{2KT}} \sim \frac{3}{2}\eta^2\sqrt{\frac{m'u^2}{2KT}},$$

où u est la vitesse du fluide au point moyen du front d'onde.

A partir de la fonction de distribution f ainsi complètement déterminée, on peut calculer la fonction de distribution $g(U)$ de la composante U de la vitesse le long de Ox.

Écrivons

$$f\,dU''\,dV''\,dW'' = \Phi\,dU\,dV\,dW,$$

où

$$\Phi = \pi^{-\frac{3}{2}} e^{-C^2} \left\{ 1 + \alpha C^3 \left[(C^2 - 4)U - \left(U^2 - \frac{1}{3} C^2 \right) y \right] \right\},$$

on aura

$$g(U)\,dU = dU \iint_{V,W=0}^{V,W=\infty} \Phi\,dV\,dW.$$

Effectuant l'intégration indiquée, on obtient

$$g(U) = \pi^{-\frac{1}{2}} e^{-U^2} \left\{ 1 + \frac{\alpha}{4} \left[\operatorname{Erf}(U) e^{U^2} [4(5 - 6U^2)y - 9U] + \varepsilon [4U^6 - 6U^4 - 9U^2] - \frac{4}{3} U [8U^4 + 8U^2 - 15] y \right] \right\},$$

où

$$\operatorname{Erf}(U) = \int_U^\infty e^{-U^2}\,dU \qquad \text{et} \qquad \varepsilon = \pm 1$$

représente le signe de U.

Sauf pour des ondes infiniment fortes u est comparable à la vitesse du son

$$a_2 = \sqrt{\gamma \frac{p_1}{\rho_2}} = \sqrt{\gamma \frac{KT_2}{m'}}$$

dans le fluide aval, donc à la vitesse d'agitation thermique des ions et $y = u\sqrt{\frac{m''}{2KT}}$ peut être négligé. Par suite,

$$\boxed{g(U) = \pi^{-\frac{1}{2}} e^{-U^2} \left\{ 1 + \frac{\alpha}{4} [\varepsilon U^2 (4U^4 - 6U^2 - 9) - 9U \operatorname{Erf}(U) e^{U^2}] \right\},}$$

Pour fixer les idées, considérons une onde de choc qui correspond à

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{v_2}{v_1} = 2, \qquad \text{donc à} \quad \eta = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} = \frac{1}{3};$$

on obtient

$$u = \frac{u_1 + u_2}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}} \frac{\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{2}{\rho_1}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left((\gamma + 1) - (\gamma - 1)\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= a_2 \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{5}}{4} \sqrt{\frac{KT_2}{m'}},$$

$$u\sqrt{\frac{m'}{2KT}} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{5}{2}} \left(\frac{T_2}{T}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$u\sqrt{\frac{m''}{2KT}} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{5}{2}} \left(\frac{T_2}{T}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{m''}{m'}\right)^{\frac{1}{2}}$$

qui est bien négligeable, et par suite

$$\alpha \simeq \frac{1}{5} \left(\frac{T_2}{T}\right)^{\frac{1}{2}} \# \frac{1}{5}.$$

La courbe représentative de $g(U)$ pour $\frac{\alpha}{4} = \frac{1}{20}$ est indiquée figure 2. On voit qu'elle présente la propriété remarquable de posséder une dérivée positive dans une région voisine de $U_0 = 2$ ou $U'_0 = 2\sqrt{\frac{2KT}{m''}}$, c'est-à-dire pour des valeurs de U_0 supérieures à la vitesse moyenne d'agitation thermique des électrons. En d'autres termes, les électrons se trouvent divisés en deux groupes distincts, l'un deux, le plus important de vitesse moyenne sensiblement nulle, l'autre de vitesse moyenne voisine de U''_0. On sait que ces propriétés sont celles qui peuvent déterminer l'excitation d'oscillations amplifiées et nous reviendrons sur ce point tout à l'heure.

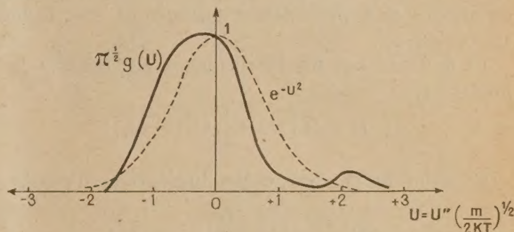


Fig. 2.

Il est bon de revenir au préalable sur la validité de ce résultat. L'étude de $g(U)$ montre que le groupe des électrons rapides ne commence à se distinguer du groupe principal, que pour des ondes de choc qui correspondent à $\frac{\rho_1}{\rho_2} > \frac{5}{3}$ ou $\alpha > \frac{1}{10}$.

D'autre part, l'examen de l'expression f montre que pour $\frac{\rho_1}{\rho_2} > 2$ l'écart à une distribution maxwellienne devient notable et les approximations utilisées ici cessent d'être valables. Bien qu'il y ait tout lieu de croire que le phénomène ne fasse que s'accentuer lorsque la force de l'onde de choc augmente, on voit cependant que le domaine strict d'application de cette première approximation est extrêmement limité, aussi n'entreprendra-t-on pas ici une discussion complète de ce problème.

Remarques. — *a.* La fonction de distribution que l'on vient de calculer suppose que la diffusion des électrons dans le front de l'onde de choc est limitée par le champ de polarisation.

Il peut exister des cas, sans doute transitoires, où cette limitation ne joue pas, par exemple si l'onde se propage dans un milieu où existe déjà un champ électrique qui s'oppose au champ de polarisation, ou si une autre force de freinage (rayonnement, par exemple) agit sur les électrons. Dans ce cas (qui correspond à $F' = F'' = 0$), on obtient une fonction de distribution de la forme

$$f = f_0 \left\{ 1 + \alpha C^3 \left[(C^2 - 5)U - \left(U^2 - \frac{1}{3} C^2 \right) y \right] \right\}$$

qui possède sensiblement les mêmes propriétés que la précédente.

b. Il est également intéressant d'étudier la fonction de distribution des électrons pour une onde de choc qui se propage dans un gaz faiblement ionisé. On sait que la section de choc d'un ion pour un électron est beaucoup plus grande que la section de choc atome-électron. Si l'on suppose l'ionisation suffisamment faible pour que les chocs électrons-ions soient négligeables, on peut alors avec une très bonne approximation assimiler le milieu à un gaz de Lorentz, et admettre que les chocs s'effectuent entre sphères rigides. Il faut noter que, dans ce cas, le coefficient K_T est négatif, ce qui signifie que la diffusion thermique a pour effet de concentrer les électrons dans la région la plus chaude. Des calculs analogues aux précédents conduisent aux fonctions suivantes :

1° dans le cas où la diffusion est limitée par la polarisation

$$f_1 = f_0 \left\{ 1 + \alpha \frac{U}{C} (C^2 - 2) \right\};$$

2° dans le cas où cette limitation n'existe pas

$$f_2 = f_0 \left\{ 1 + \alpha \frac{U}{C} (C^2 - 5) \right\},$$

où

$$\alpha = \frac{\eta^2}{3} \frac{1}{\pi n \sigma^2} \frac{1}{2 l \eta},$$

σ étant la section de choc des molécules neutres.

Seule la fonction f_2 peut conduire éventuellement à une séparation en deux faisceaux d'électrons distincts, cet effet étant ici uniquement dû à la variation de pression dans le front de l'onde.

c. Dans des conditions intermédiaires, où le gaz est assez fortement ionisé sans que la concentration des atomes soit négligeable, il semble que la fonction de distribution des électrons puisse s'écarter moins d'une distribution de Maxwell que dans les cas précédents.

Le facteur α qui mesure l'écart de cette distribution varie en effet comme $\frac{\Delta''}{2}$ et dès que l'ionisation est supérieure au millième environ, l'effet des ions est de diminuer beaucoup le libre parcours des électrons Δ', sans que Δ'' soit sensiblement modifié, ce qui contribue donc, toutes choses égales d'ailleurs, à diminuer α.

4. **Applications radioastronomiques.** — Nous allons ici nous limiter à envisager quelques applications possibles des considérations précédentes dans le domaine de la Radioastronomie.

Nos études récentes [7], [8] conduisent à penser que la plus grande partie des émissions radioélectriques solaires qui ne possèdent pas le caractère stable d'un rayonnement thermique sont constituées par la superposition de sursauts élémentaires, plus ou moins nombreux, plus ou moins atténués, dont les propriétés demeurent remarquablement constantes. L'étude de ces sursauts a été faites aux environs de 160 Mc : s, au Laboratoire de l'École Normale Supérieure à l'aide de plusieurs récepteurs sensibles accordés sur des fréquences très voisines [7], elle conduit aux résultats suivants :

a. La puissance transportée par un sursaut est comparable à la puissance radioélectrique rayonnée par le soleil calme, soit $5 \cdot 10^{-22}\, W m^{-2} (c:s)^{-1}$ aux environs de 160 Mc : s. Les plus grands sursauts atteignent 5 à 6 fois cette valeur;

b. La durée moyenne de ces sursauts, mesurée entre points d'intensité moitié du maximum, est de l'ordre de 0,2 s. Elle ne dépasse qu'exceptionnellement 0,5 s;

c. L'énergie reçue au cours d'un sursaut est limitée à un spectre extrêmement étroit de l'ordre de quelques mégacycles. Il est généralement inférieur à 4 Mc : s;

d. Les sursauts sont polarisés circulairement;

e. Ils apparaissent seulement sur ondes métriques, sauf pendant les grandes éruptions radioélectriques (outbursts) qui accompagnent souvent les éruptions chromosphériques.

Il semble bien que le *sursaut* ainsi défini, loin d'être un accident superposé à l'émission principale, comme on l'a cru d'abord, soit en réalité le *phénomène élémentaire* à l'origine de la composante la plus importante du rayonnement radioélectrique.

Nous allons montrer que la théorie exposée plus haut se prête assez bien à l'interprétation de ce phénomène.

Cette théorie montre, en effet, qu'il existe des possibilités d'exciter des oscillations de plasma dans une onde de choc. Nous avons vu tout d'abord que l'onde de choc, chassant les électrons au-devant d'elle, créait un état de polarisation dans le front; cet effet doit s'accompagner d'oscillations de la charge d'espace [2]. L'importance de ce phénomène est difficile à évaluer, car si le calcul précédent montre que seule une très faible proportion des charges est en moyenne déplacée par diffusion, il n'est pas exclu qu'un effet d'autoexcitation puisse prendre place et augmenter beaucoup l'importance des oscillations. On trouve d'ailleurs que ces oscillations naissent d'elles-même quand la fréquence propre de la polarisation trouvée plus haut coïncide avec la fréquence propre du plasma [2], et nous remarquerons que ce résultat rentre dans le schéma général des oscillations par la confusion de deux fréquences propres dans un système à plusieurs degrés de liberté, schéma autrefois donné par l'un de nous [11].

Ces conditions d'*autoexcitation*, nous les trouvons d'ailleurs réalisées dans les cas où la fonction de distribution conduit à une division des électrons en deux faisceaux distincts [1]. En effet, suivant Landau [9], [10], des oscillations de plasma peuvent s'exciter spontanément et s'amplifier dans un

milieu ionisé si la dérivée de la fonction de distribution des composantes $g(U'')$ des vitesses des électrons le long d'un axe se trouve prendre des valeurs positives pour une valeur U''_0 de U'' supérieures à la vitesse moyenne d'agitation thermique des électrons $\bar{v} = \sqrt{\frac{3KT}{m''}}$. Nous avons vu que cette condition est bien satisfaite dès que l'onde de choc n'est pas trop faible $\left(\frac{\rho_1}{\rho_2} > \frac{5}{3}\right)$.

Remarquons que ces deux mécanismes conduisent à l'excitation d'oscillations dont la fréquence est toujours très voisine de la *fréquence critique* $\nu_c = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4\pi N' C^2}{m''}}$ du milieu, et ceci explique peut-être le faible spectre des sursauts observés.

Cependant, il faut remarquer que les conditions dans lesquelles ces ondes vont se propager dans l'atmosphère solaire laisse prévoir un spectre des sursauts reçus à la surface de la terre qui peut être plus étroit que celui qu'ils possèdent à l'origine.

En effet, désignons par dΔ l'angle solide occupé par le rayonnement au voisinage de la région d'émission, par ds la surface émissive, par n l'indice du milieu, et par dΔ', ds', $r' \sim 1$ les même grandeurs au voisinage de la terre. On a la relation

$$d\Omega \, ds \, n = d\Omega' \, ds'.$$

Si le rayonnement est émis au voisinage de la fréquence critique du milieu, n peut être très faible et par suite $d\Omega' \, ds'$ également; autrement dit, l'émission considérée ici émerge de la couronne solaire dans un *faisceau étroit* et de *faible ouverture*. Comme les conditions de propagation peuvent varier énormément avec la fréquence et avec l'altitude, il n'est pas impossible que cet effet de prisme puisse séparer complètement « les images » de la source obtenues au voisinage de la terre pour des fréquences voisines (*fig.* 3) et contribuer ainsi à limiter le spectre des sursauts effectivement observés. Notons que cet effet pourrait également limiter la durée des sursauts, mais ceci paraît plus improbable.

Il semble plutôt qu'on puisse expliquer la faible durée des sursauts par l'*instabilité intrinsèque* du processus d'excitation que nous venons de décrire. En effet, lorsque l'onde commence à se former elle s'amplifie au dépens des électrons rapides qui sont alors freinés, ce qui doit détruire assez rapidement les conditions d'amplification.

L'étude détaillée montre d'ailleurs que l'onde une fois formée se propage, très peu atténuée, vers le milieu aval où la densité électronique est plus faible, les gradients de densité électronique dans le front de l'onde de choc étant tout à fait comparables à ceux qui existent dans l'ionosphère.

Les ondes de plasma dont nous venons d'étudier la formation sont des ondes de charges d'espace purement électriques. Elles ne possèdent pas de champ magnétique associé et ne peuvent pas rayonner, sauf peut-être à la faveur de mouvements turbulents, par exemple. Toutefois, si elles se produisent au voisinage d'une tache solaire, leur propagation va se trouver influencée par le champ magnétique de celle-ci. En particulier, si ce champ vient à présenter une composante transversale à la direction de propagation, une partie de l'énergie des vibrations longitudinales de l'onde de plasma

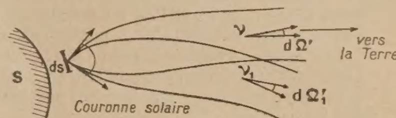


Fig. 3.

se trouve couplée à un système d'*ondes transversales capables de rayonner*. Ceci est évidemment à rapprocher du fait que les sursauts présentent un taux de polarisation circulaire élevé qui est certainement dû à l'existence d'un champ magnétique.

Notons pour terminer que le bilan d'énergie est largement satisfait par ce procédé. La puissance transportée par un sursaut correspond au maximum à une dizaine de kilowatts rayonnés à la surface du soleil et *quelques dizaines de mètres carrés* de la surface du front d'onde suffisent pour alimenter cette émission.

En conclusion, on peut dire qu'une onde de choc qui se propage dans un milieu très fortement ionisé tel que l'atmosphère solaire est susceptible d'exciter des oscillations de plasma amplifiées qui pourraient être à l'origine du rayonnement radioélectrique qui est reçu du soleil.

Ce n'est pas notre objet de discuter ici les conditions de formation de ces ondes, leur existence du moins ne paraît pas faire de doute; il doit s'en former certainement lorsque l'atmosphère solaire se trouve traversée par les jets de particules responsables des orages magnétiques et des aurores et plus fréquemment encore accompagner l'éjection des spicules, des protubérances éruptives ou l'arrivée des météores.

Manuscrit reçu le 20 avril 1951.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Blum E. J., Denisse J. F. et Steinberg J. L. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 493.
[2] Rocard Y. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 598.
[3] Kohler. — Rapport du Laboratoire d'Études Balistiques de Saint-Louis, 1946, n° 34.
[4] Rocard Y. — L'hydrodynamique et la Théorie Cinétique des Gaz, 1932.
[5] Chapman S. et Cowling T. G. — The mathematical Theory of non Uniform Gases.
[6] Denisse J. F. — *J. Phys. Rad.*, 1950, **11**, 164.
[7] Blum E. J. et Denisse J. F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **231**, 1214.
[8] Blum E. J., Denisse J. F. et Steinberg J. L. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 387.
[9] Landau L. — *J. Physces U. S. S. R.*, 1946, **10**, 25.
[10] Bohm D. et Gross E. P. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1851.
[11] Y. Rocard. — Dynamique générale des vibrations (Masson édit).

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 12, DÉCEMBRE 1951, PAGE 900.

ORIENTATION PAR ÉCOULEMENT DE PARTICULES RIGIDES QUI SE REPOUSSENT. APPLICATION A LA BIRÉFRINGENCE DYNAMIQUE

Par Maurice JOLY.

Service de Chimie-Physique. Institut Pasteur, Paris.

Sommaire. — On introduit un terme d'interaction dans l'équation de distribution dans un écoulement des axes de particules dissymétriques rigides chargées. La fonction de répartition ne diffère de celle obtenue en l'absence d'interaction que par la substitution à la constante de diffusion de rotation des particules d'une constante de diffusion de rotation apparente. On donne l'expression qui relie ces deux constantes de diffusion de rotation entre elles et à la valeur moyenne de la barrière de potentiel qu'une particule doit franchir pour tourner de 180° autour de son centre de gravité.

On montre ce que deviennent les équations de la biréfringence d'écoulement lorsqu'il y a interaction entre les particules et l'on en déduit comment la taille des particules et l'intensité de leurs interactions peuvent être déterminées à partir des mesures d'angle d'extinction.

Les mêmes problèmes sont traités dans le cas de systèmes polydispersés, avec interaction entre les particules. On indique comment les mesures de biréfringence d'écoulement permettent de déterminer la taille de fréquence maxima des particules, le degré de polydispersion du système et la valeur moyenne des interactions.

Calcul de la constante de diffusion de rotation apparente. — Le problème de la détermination de la fonction de répartition d'orientation dans un écoulement de particules dissymétriques rigides toutes identiques a été traité par de nombreux auteurs dans le cas où il n'y a pas d'interaction entre les particules [1] à [8]. Malgré l'introduction de nombreuses hypothèses simplificatrices (qui varient d'ailleurs avec les auteurs), il est en général impossible d'expliciter de façon précise la fonction de répartition d'orientation. Les expressions approchées ou les calculs numériques qui ont été donnés sont presque toujours relatifs aux valeurs extrêmes du quotient σ du gradient de vitesse par la constante de diffusion de rotation. Toutefois, un calcul complet a pu être développé récemment [9] grâce à l'emploi du « Mark I Computer ». Mais, même dans ce dernier cas, on suppose que les concentrations sont suffisamment petites pour que les interactions entre les particules dissoutes soient négligeables devant l'action qu'elles subissent de la part du solvant.

Dans le présent travail on se propose de rechercher une première approximation de l'état d'orientation des particules lorsque les interactions entre ces particules ne sont plus négligeables, en particulier lorsqu'on a affaire à des particules chargées qui se repoussent.

Pour des raisons de commodité de calcul, on se limitera provisoirement au cas du problème plan, c'est-à-dire au cas où toutes les particules ont leur grand axe dans le plan d'écoulement et où tous les déplacements ont lieu dans ce plan. Plus particulièrement, nous suivrons un raisonnement parallèle à celui de Boeder [3] dont nous allons rappeler l'essentiel.

Soit φ l'angle de l'axe d'une particule avec la direction d'écoulement et soit $\rho(\varphi)$ la densité de direction. Si dN est le nombre de particules de direction comprise entre φ et $\varphi + d\varphi$, on a par définition $dN = N\rho(\varphi)\,d\varphi$, N étant le nombre total de particules. La méthode de Boeder consiste à évaluer la variation de dN au cours du temps. Au facteur N près, cette variation est $\frac{\partial\rho}{\partial t}d\varphi$. En l'absence d'interaction entre les particules, la variation de dN se décompose (par application du principe de superposition des petits mouvements) en deux termes, l'un dû à l'écoulement, l'autre au mouvement brownien.

En l'absence d'écoulement, le nombre de particules dont les axes franchissent pendant l'unité de temps la direction φ dans le sens positif par suite du mouvement brownien est $-D\frac{\partial\rho}{\partial\varphi}$ (au facteur N près), D étant la constante de diffusion de rotation de chacune des particules. Le nombre de particules dont les axes franchissent $\varphi + d\varphi$ dans le sens négatif est $D\left[\frac{\partial\rho}{\partial\varphi} + \frac{\partial^2\rho}{\partial\varphi^2}d\varphi\right]$. L'excédent de particules pénétrant dans $d\varphi$ est donc $D\frac{\partial^2\rho}{\partial\varphi^2}d\varphi$ et, par suite, $\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)_b = D\frac{\partial^2\rho}{\partial\varphi^2}$. En l'absence de mouvement brownien, sous l'effet de l'écoulement de gradient de vitesse g les axes des particules seraient animés d'une vitesse de rotation $\omega_e(\varphi) = -g\sin^2\varphi$ [3], [4], [5] et pendant l'unité de temps, il passerait par la direction φ dans le sens positif $\rho(\varphi)\,\omega_e(\varphi)$ particules et par $\varphi + d\varphi$,

$$\rho(\varphi)\,\omega_e(\varphi) + \frac{\partial}{\partial\varphi}[\rho(\varphi)\,\omega_e(\varphi)]\,d\varphi$$

(ω_e est négatif et les particules tournent dans le

sens négatif). Par suite, l'excédent de particules pénétrant par unité de temps dans $d\varphi$ serait $-\frac{\partial}{\partial\varphi}(\rho\omega_e)\,d\varphi$ et $\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)_e = -\frac{\partial(\rho\omega_e)}{\partial\varphi}$.

En régime permanent $\frac{\partial\varphi}{\partial t} = 0$ et la fonction de répartition d'orientation est intégrale de

$$D\frac{\partial^2\rho}{\partial\varphi^2} - \frac{\partial(\rho\omega_e)}{\partial\varphi} = 0,$$

avec la condition $\int_0^{\pi}\rho\,d\varphi = 1$.

Dans le cas qui nous intéresse, il y a lieu d'ajouter un troisième terme dû aux interactions entre les particules. Par suite de leur charge, les particules voisines se repoussent et tendent à se diposer parallèlement les unes aux autres; il en résulte qu'en l'absence de mouvement brownien et d'écoulement, les particules de direction φ prendraient, du fait de l'interaction avec leurs voisines, une vitesse angulaire ω_i. Il y correspondrait, de la même façon que dans le cas de l'écoulement, un accroissement dans $d\varphi$ de $-\frac{\partial}{\partial\varphi}(\rho\omega_i)\,d\varphi$ particules par unité de temps. Le terme supplémentaire dans l'équation de Boeder est donc $\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)_i = -\frac{\partial(\rho\omega_i)}{\partial\varphi}$ et, par suite, la densité de direction est intégrale de l'équation

$$D\frac{\partial^2\rho}{\partial\varphi^2} - \frac{\partial(\rho\omega_e)}{\partial\varphi} - \frac{\partial(\rho\omega_i)}{\partial\varphi} = 0.$$

Pour faire un calcul approché de ω_i nous procèderons de la façon suivante : en l'absence de mouvement brownien et d'écoulement, une particule initialement écartée du parallélisme par rapport à ses voisines (dans un même plan), prendrait un mouvement de vitesse angulaire $\omega(\theta)$ définie par $\frac{1}{2}I\omega^2(\theta) = W_m - W(\theta)$ si I est le moment d'inertie de la particule autour d'un axe perpendiculaire au plan de son mouvement et passant par son centre de gravité, $W(\theta)$ l'énergie potentielle du système formé par la particule considérée lorsqu'elle est orientée suivant la direction θ et l'ensemble de ses voisines (pratiquement limité aux voisines immédiates) et W_m la valeur maxima prise par cette énergie au cours du mouvement de la particule. Soit W_0 la valeur minima de cette énergie potentielle. En valeur absolue

$$|\omega(\theta)| = \sqrt{\frac{2}{I}}\sqrt{W_m - W(\theta)}.$$

On ne peut pas savoir quelle sera la valeur exacte $\omega(\varphi)$ de $\omega(\theta)$ lorsque la particule considérée passera par la direction φ, puisqu'on ne connaît pas les positions relatives des particules immédiatement voisines, mais, *a priori*, toutes les valeurs de $\omega(\theta)$ compatibles avec les valeurs de W_m et W_0 sont également possibles lorsque l'axe de la particule prend la direction φ; on peut donc prendre pour $|\omega(\varphi)|$ d'une particule la valeur moyenne de $|\omega(\theta)|$, soit

$$|\omega(\varphi)| = |\overline{\omega(\theta)}| = \frac{1}{W_m - W_0}\sqrt{\frac{2}{I}}\int_{W_0}^{W_m}\sqrt{W_m - W}\,dW = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{I}}\sqrt{W_m - W_0}.$$

Mais cette valeur de $|\omega(\varphi)|$ correspond à une particule pour laquelle les valeurs extrêmes de l'énergie potentielle d'interaction avec les voisines W_m et W_0 sont bien définies. Pour un nombre donné de particules par centimètre cube, nous supposerons en première approximation que la répartition en distance et en direction est suffisamment uniforme pour que W_0 soit en moyenne le même pour toutes les particules. Par contre, les W_m vont varier d'une particule à l'autre et dépendre de l'écart maximum de la direction de cette particule par rapport aux directions de ses voisines, écart dépendant lui-même du mouvement brownien. Toutes les valeurs de W_m seront donc possibles entre W_0 et une valeur maxima W_M, et leur répartition sera donnée par la relation de Boltzmann.

La proportion de particules pour lesquelles l'énergie potentielle maxima est comprise entre W_m et $W_m + dW_m$ est donnée par

$$n_{W_m}\,dW_m = \frac{e^{-\frac{W_m}{kT}}}{kT\left(e^{-\frac{W_0}{kT}} - e^{-\frac{W_M}{kT}}\right)}\,dW_m.$$

Il en résulte que la valeur moyenne de $|\omega(\varphi)|$ pour une particule quelconque sera

$$|\overline{\omega(\varphi)}| = \int_{W_0}^{W_M} n_{W_m}|\omega(\varphi)|\,dW_m = \frac{2\sqrt{2}}{3kT\sqrt{I}}\,\frac{1}{e^{-\frac{W_0}{kT}} - e^{-\frac{W_M}{kT}}}\int_{W_0}^{W_M} e^{-\frac{W_m}{kT}}\sqrt{W_m - W_0}\,dW_m$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{I}}\,\frac{\sqrt{kT}}{1 - e^{-\frac{W_M - W_0}{kT}}}\int_0^{\sqrt{\frac{W_M - W_0}{kT}}} e^{-\frac{W_m - W_0}{kT}}(W_m - W_0)\,d\sqrt{\frac{W_m - W_0}{kT}}.$$

Posons $\psi = \frac{W_M - W_0}{kT}$. Il vient

$$|\overline{\omega(\varphi)}| = \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{I}}\,\frac{\sqrt{kT}}{1 - e^{-\psi}}\int_0^{\sqrt{\psi}} e^{-x^2}x^2\,dx,$$

que l'on peut écrire

$$|\overline{\omega(\varphi)}| = \frac{4\sqrt{2kT}}{3\sqrt{I}}F(\psi)$$

avec

$$F(\psi) = \frac{1}{1-e^{-\psi}} \int_0^{\sqrt{\psi}} e^{-x^2} x^2 \, dx.$$

La fonction $F(\psi)$ croît régulièrement de 0 à 0,444 lorsque ψ croît de 0 à ∞ et $\frac{dF(\psi)}{d\psi}$ décroît régulièrement de $+\infty$ à 0. Pour les faibles valeurs de ψ, $F(\psi) \sim \frac{1}{3}\sqrt{\psi}$. Le tableau suivant donne quelques valeurs de cette fonction :

ψ.	$F(\psi)$.	ψ.	$F(\psi)$.	ψ.	$F(\psi)$.
0......	0	1......	0,298	3......	0,415
0,1....	0,105	1,2....	0,321	3,5....	0,4235
0,2....	0,149	1,4....	0,338	4......	0,429
0,3....	0,178	1,6....	0,354	4,5....	0,432
0,4....	0,204	1,8....	0,367	5......	0,435
0,5....	0,225	2......	0,379	6......	0,44
0,6....	0,243	2,2....	0,388	7......	0,442
0,7....	0,259	2,4....	0,395	8......	0,443
0,8....	0,275	2,6....	0,4035	9......	0,4436
0,9....	0,287	2,8....	0,41	10.....	0,4438

Si, en valeur absolue, la moyenne de la vitesse angulaire due aux interactions est $\overline{|\omega(\varphi)|}$ pour une particule quelconque, certaines particules orientées suivant φ tournent vers les φ croissants et les autres vers les φ décroissants.

La répulsion entre les particules chargées tendant à les rendre parallèles, il semble raisonnable d'admettre que la rotation se fera en moyenne dans un sens tel que le degré de parallélisme des particules augmente, donc vers les ρ croissants. On peut, par suite, admettre en première approximation que la probabilité pour que la rotation se fasse à droite ou à gauche de φ est proportionnelle à la densité d'orientation à droite ou à gauche de φ. Il en résulte que la vitesse moyenne apparente de l'ensemble des $\rho\,d\varphi$ particules orientées entre φ et $\varphi + d\varphi$ pourra s'écrire

$$\omega_i = \xi \overline{|\omega(\varphi)|} \frac{\frac{\partial \rho}{\partial \varphi}}{\rho},$$

ξ étant une constante positive indépendante de φ en première approximation. La fonction de répartition des densités de direction est donc finalement une intégrale de l'équation

$$D\frac{\partial^2 \rho}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial(\rho\omega_e)}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\xi \overline{|\omega(\varphi)|} \frac{\partial \rho}{\partial \varphi}\right) = 0,$$

qui peut s'écrire

$$(D - \xi \overline{|\omega(\varphi)|}) \frac{\partial^2 \rho}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial(\rho\omega_e)}{\partial \varphi} = 0,$$

puisque $\xi \overline{|\omega(\varphi)|}$ est indépendant de φ. Cette équation est de la même forme que celle de Boeder; elle n'en diffère que par la substitution à D de l'expression

$$D' = D - \xi \frac{4\sqrt{2kT}}{3\sqrt{I}} F(\psi).$$

Il en résulte que la fonction de répartition en présence d'interaction ne diffère de la fonction de répartition en l'absence d'interaction que par la substitution de D' à D. Tout se passe donc comme si la constante de diffusion de rotation des particules devenait plus petite du fait de leurs interactions, ce qui est en accord avec l'expérience, puisque l'on constate [10], [11], [12] que la constante de diffusion de rotation apparente décroît lorsque la concentration du colloïde augmente.

On peut estimer ξ de la façon suivante : pour ψ très grand, l'interaction entre les particules serait telle que l'orientation de la solution serait totale dès les plus petits gradients de vitesse, toutes les particules étant pratiquement parallèles et le mouvement brownien devenant négligeable. Tout se passerait donc comme si la constante de diffusion de rotation apparente D' était nulle. Comme pour ψ infini, $F(\psi) = 0{,}444$, en portant cette valeur dans l'expression de D' et en faisant $D' = 0$, il vient

$$\xi = \frac{3\sqrt{I}\,D}{1{,}776\sqrt{2kT}}, \qquad \text{d'où} \qquad D' = D[1 - 2{,}25\,F(\psi)].$$

Remarquons que la substitution de D' à D dans la fonction de répartition est justifiée par les raisonnements précédents, que cette fonction ρ soit explicitable ou non en termes finis. Mais le raisonnement développé plus haut n'est valable que si l'expression de ω est la même dans les deux équations, c'est-à-dire si les interactions sont en première approximation sans effet sur la vitesse angulaire des particules due à l'écoulement. Il en est bien ainsi dans le cas shématique envisagé par Boeder et pour lequel

$$\omega_e(\varphi) = -g \sin^2\varphi$$

(à chaque instant la vitesse des extrémités de l'axe de la particule est égale à celle des couches laminaires passant par ces points). Nous admettrons que cette condition est toujours vérifiée.

Nous admettrons également que, pour le problème spatial, tout au moins en première approximation, la fonction de répartition $\rho(\varphi, \theta)$ en présence d'interactions ne diffère de celle en l'absence d'interaction que par la substitution de D' à D. (θ est l'angle de l'axe de la particule avec la normale au plan d'écoulement passant par son centre de gravité et φ l'angle de la projection de cet axe sur le plan d'écoulement avec la normale à la direction d'écoulement.) En effet, si l'on considère avec Peterlin [6] les différents courants d'axes de particules qui traversent l'élément d'angle solide $d\Omega(d\varphi, d\theta)$: $\mathcal{J}_e$ dû à l'écoulement, $\mathcal{J}_b$ dû au mouvement brownien et $\mathcal{J}_i$ dû aux interactions, la fonction de répartition $\rho(\varphi, \theta)$ est donnée par l'équation

$$\operatorname{div}(\mathcal{J}_e + \mathcal{J}_b + \mathcal{J}_i) = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

$\mathcal{J}_e$ est proportionnel à ρ, $\mathcal{J}_b = -D \operatorname{grad} \rho$; dans le cas plan

$$\mathcal{J}_i = \beta F(\psi) \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} \qquad (\beta, \text{ constante numérique}).$$

Il suffit donc d'admettre par analogie que dans le cas spatial on a également $\mathcal{J}_i$ proportionnel à gradρ pour que le terme en $D\Delta\rho$ de l'équation de Peterlin $\operatorname{div}(\mathcal{J}_e + \mathcal{J}_b) = 0$ soit remplacé par $D'\Delta\rho$, les autres termes demeurant sans changement.

L'équation de Boeder pour le cas spatial avec interaction s'écrit donc

$$D'\Delta\rho + g \sin^2\varphi \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} - g \sin\varphi \cos\varphi \sin\theta \cos\theta \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + 3g \sin\varphi \cos\varphi \sin^2\theta \rho = 0.$$

Mais, remarquons avec Guth [5] que pour évaluer les divers termes de son équation dans le cas spatial, Boeder opère comme si θ et φ étaient indépendants. Or, ainsi que cela résulte des calculs précis de Jeffrey [1], si l'on pose $f = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ (a et b, axes de l'ellipsoïde de révolution auquel la particule est assimilée), φ et θ sont reliés par une équation de la forme

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{1}{k\sqrt{1 + f \cos 2\varphi}}$$

et les équations du mouvement des particules, en l'absence de mouvement brownien et d'interaction, sont

$$\dot{\varphi}_e = \frac{1}{2} g(1 + f \cos 2\varphi), \qquad \dot{\theta}_e = \frac{1}{2} gf \sin\theta \cos\theta \sin 2\varphi.$$

Dans les limites d'applicabilité du principe de superposition des petits mouvements, ces équations du mouvement des particules dû à l'écoulement seul restent valables en présence d'interactions tant que restent satisfaites les hypothèses ayant rendu possible leur établissement, en particulier tant que l'on peut supposer les vitesses suffisamment petites pour que les termes contenant leurs carrés et leurs produits soient négligeables, et les composantes de dilatation et de rotation du liquide solvant constantes dans un volume grand comparé à celui de la particule. Ce dernier point implique que les concentrations demeurent relativement faibles. Nos raisonnements ne seront donc valables avec une approximation suffisante que pour des concentrations ne dépassant pas quelques pour-cent, quelle que soit l'intensité des interactions.

Dans ces conditions, l'équation de Peterlin pourra s'écrire, pour des particules avec interaction,

$$D'\Delta\rho = g \frac{1 + f\cos 2\varphi}{2} \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} + gf \frac{\sin\theta \cos\theta \sin 2\varphi}{2} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} - 3gf \frac{\sin^2\theta \sin 2\varphi}{2} \rho.$$

Le calcul numérique complet de $\rho\left(\frac{g}{D'}, f\right)$ a été effectué récemment [9] grâce au « Mark I Computer » et, d'après ce qui précède, ce calcul demeure valable lorsqu'il y a interaction (répulsion électrostatique entre les particules).

On a vu que, dans le cas du problème plan, $D' = D[1 - 2{,}25\, F(\psi)]$ et l'on a pu donner un calcul de $F(\psi)$. A un facteur près dépendant uniquement de la température et des dimensions des particules, $F(\psi)$ exprime la vitesse moyenne de rotation d'une particule sous l'effet des interactions avec les particules voisines. Le calcul rigoureux de D', dans le cas du problème spatial présentant d'assez nombreuses difficultés, nous admettrons en première approximation que l'expression de $D'(\psi)$ établie précédemment reste valable dans le cas spatial et que, par suite, nous pourrons déduire des valeurs expérimentales de la constante de diffusion de rotation apparente un ordre de grandeur satisfaisant pour ψ.

Conséquences pour la biréfringence d'écoulement. — Une des méthodes les plus communément utilisées pour déterminer la constante de diffusion de rotation de particules rigides asymétriques est la mesure de l'angle d'extinction et de la biréfringence d'écoulement dont la théorie a été développée pour les solutions très diluées [3], [4], [7], [8], [26]. Rappelons que les calculs ont été faits en s'en tenant aux hypothèses suivantes : les propriétés optiques et géométriques ont la même symétrie ellipsoïdale [26], [27]; la polarisation est homogène dans chaque particule pour un champ extérieur constant [28] et le solvant n'est pas orienté par l'écoulement [26]. Pour que l'on puisse calculer le moment induit quasi statique [29], il faut que la plus grande dimension de la particule $2a$ soit inférieure à $\frac{\lambda}{2\pi n}$, λ étant la longueur d'onde dans le vide du faisceau incident et n l'indice moyen de la particule [30]. Le cas des grosses particules [31] peut être traité, mais la diffusion et la diffraction par les particules perturbe l'effet de biréfringence.

Pour un système monodispersé suffisamment dilué et en l'absence d'interaction, toutes les théories de la biréfringence d'écoulement conduisent pour chaque valeur de p (rapport des axes) à une correspondance biunivoque entre l'angle d'extinction χ et le quotient $\frac{g}{D}$ du gradient de vitesse par la constante de diffusion de rotation. Il en est de même pour le facteur d'orientation de la biréfringence Δ (différence de marche par centimètre de parcours dans le milieu étudié). Outre les relations générales de l'optique, seule intervient la fonction de répartition ρ dans l'établissement de cette correspondance. Comme, lorsqu'il y a interaction entre les particules, la fonction ρ demeure la même à la substitution près de D' à D, la correspondance

entre χ ou Δ et $\frac{g}{D'}$ lorsqu'il y a interaction sera la même que la correspondance entre χ ou Δ et $\frac{g}{D}$ en l'absence d'interaction. Nous pouvons en particulier utiliser les tableaux de nombres donnés par Edsall et ses collaborateurs [9] pour déterminer la constante de diffusion de rotation apparente D' à partir des mesures d'angle d'extinction.

Montrons brièvement que, dans l'établissement de la correspondance précédente, d'éventuelles interactions entre les particules n'interviennent que par l'intermédiaire de la fonction ρ. En effet, le tenseur polarisabilité des particules par centimètre cube de solution (somme des polarisabilités de chaque particule) peut s'écrire [3]

$$\gamma_{ik} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \rho(\varphi, \theta)\, \delta_{ik}(\varphi, \theta) \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \qquad (i, k = 1, 2, 3),$$

les δ_{ik} étant les polarisabilités de chaque particule. On voit que dans γ_{ik} les éventuelles interactions n'interviennent pas explicitement, mais uniquement par l'intermédiaire de ρ, à moins que les δ_{ik} ne soient différents lorsque la concentration ou les interactions varient. Mais, pour que la polarisabilité d'une particule change, il faut une perturbation de sa structure électronique, ce qui implique des interactions à distance relativement courte (forces de dispersion ou d'induction dipolaire, par exemple) et non des interactions de type répulsion électrostatique et interférence des atmosphères ioniques (du moins en première approximation) comme celles envisagées dans le présent travail. On peut, par conséquent, admettre avec une bonne approximation que les distances interparticulaires exigées pour la validité (en première approximation) du calcul hydrodynamique entraînent l'invariabilité des δ_{ik} avec la concentration et les interactions correspondantes et que, par suite, l'expression de γ_{ik} demeure valable en présence d'interactions.

Dans le cas du problème plan γ se réduit [3] à

$$\gamma = \begin{pmatrix} k_1 - k_2 A & -k_2 B & 0 \\ -k_2 B & k_1 + k_2 A & 0 \\ 0 & 0 & k_1 \end{pmatrix}$$

avec

$$k_1 = \frac{4}{3}\pi(2\delta_1 + \delta_2) \qquad \text{et} \qquad k_2 = \frac{2}{3}(\delta_1 - \delta_2),$$

δ_1 et δ_2 étant les polarisabilités d'une particule suivant son axe de révolution et un diamètre équatorial, et

$$A = \int_0^{2\pi} \rho(\varphi) \cos 2\varphi \, d\varphi, \qquad B = \int_0^{2\pi} \rho(\varphi) \sin 2\varphi \, d\varphi.$$

Si ε est le tenseur diélectrique, en représentant par E la matrice unité, on montre à partir des équations de Drude que

$$\varepsilon = E - 4\pi \left(\frac{4\pi}{3}\gamma - E\right)^{-1} \gamma,$$

et, en remarquant que k_2^2 est généralement négligeable devant k_1, il vient pour ε

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \alpha + \beta\Theta & 0 & 0 \\ 0 & \alpha - \beta\Theta & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$$

avec

$$\alpha = 1 - \frac{4\pi k_1}{\frac{4\pi}{3} k_1 - 1}, \qquad \beta = \frac{k_2}{\left(\frac{4\pi}{3} k_1 - 1\right)^2}, \qquad \Theta = \sqrt{A^2 + B^2}.$$

Donc, dans ε également, les interactions n'interviennent que par l'intermédiaires de ρ. Si χ est l'angle d'extinction, on montre [3] que

$$\operatorname{tg} 2\chi = \frac{2\varepsilon_{12}}{\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}} = \frac{B}{A} \qquad \text{et que} \qquad \Delta \neq \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}}\Theta.$$

Dans le cas du problème spatial, à la difficulté près des calculs [7], [8], [26], les raisonnements et les résultats sont les mêmes. Donc χ et Δ ne dépendent des interactions que par l'intermédiaire de ρ et, par suite, la détermination de la constante de diffusion de rotation apparente D' à partir des mesures d'angle d'extinction et de biréfringence d'écoulement est justifiée dans le cas de systèmes monodispersés avec interaction [7], [8], [26].

Dimensions apparentes des particules. — Dans la plupart des cas, les mesures de constantes de diffusion de rotation ont pour but la détermination des dimensions des particules. Dans le cas particulier où l'on a affaire à des bâtonnets allongés, si pour relier la constante de diffusion de rotation à la longueur des bâtonnets on s'en tient à l'approximation de Kuhn [13] $D = \frac{8kT}{\pi\eta l^3}$ (η étant la viscosité du solvant), on est conduit à définir une longueur apparente des particules l' telle que $D' = \frac{8kT}{\pi\eta l'^3}$. Cette longueur apparente est fonction de la concentration et l'on a

$$l' = l[1 - 2{,}25\, F(\psi)]^{-\frac{1}{3}}.$$

Les particules semblent d'autant plus longues que leurs interactions sont plus intenses.

Si l'on utilise l'approximation plus précise de Burgers [14] qui donne pour une particule cylindrique de longueur l et de diamètre d,

$$D = \frac{3kT\left(\ln \frac{l}{d} - 0{,}11\right)}{\pi\eta l^3},$$

et pour un ellipsoïde allongé d'axes a et b ($a \gg b$),

$$D = \frac{3kT\left(\ln \frac{a}{b} - 0{,}163\right)}{\pi\eta a^3},$$

les relations entre les dimensions apparentes et les dimensions réelles sont moins simples

$$\frac{\ln \frac{l'}{d'} - 0{,}11}{\ln \frac{l}{d} - 0{,}11} \frac{l^3}{l'^3} = [1 - 2{,}25\, F(\Psi)]$$

pour le cylindre et

$$\frac{\ln \frac{a'}{b'} - 0,163}{\ln \frac{a}{b} - 0,163} \; \frac{a^3}{a'^3} = [1 - 2,25\, F(\Psi)]$$

pour l'ellipsoïde allongé et elles ne permettent pas de relier de façon univoque le changement apparent de constante de diffusion de rotation à un changement apparent des dimensions des particules sans faire d'hypothèse supplémentaire. Par contre, si l'on suppose que tout se passe comme si la particule apparente se déduisait de la particule réelle par une dilatation isotrope $\left(\text{c'est-à-dire } \frac{l'}{d'} = \frac{l}{d} \text{ et } \frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}\right)$, on retrouve, comme avec l'approximation de Kuhn, que le rapport de la longueur apparente à la longueur réelle est égal à la racine cubique du rapport de la constante de diffusion de rotation réelle à la constante de diffusion de rotation apparente. Si l'on introduit la notion de volume apparent v' des particules, on a la relation simple $\frac{v'}{v} = \frac{D}{D'}$. D'ailleurs, d'une façon très générale, pour des particules en forme d'ellipsoïde de révolution (allongé ou aplati), de même rapport d'axes $\left(p = \frac{a}{b} \lesseqgtr 1\right)$ la relation de Gans [15]

$$D = \frac{kT}{8\eta v} r(p)$$

avec

$$r(p) = \frac{2p^2}{p^4 - 1}\left[\frac{2p^2 - 1}{2p\sqrt{p^2 - 1}} \ln \frac{p + \sqrt{p^2 - 1}}{p - \sqrt{p^2 - 1}} - 1\right]$$

pour $p > 1$,

$$r(p) = \frac{2p^2}{1 - p^4}\left[\frac{1 - 2p^2}{p\sqrt{1 - p^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1 - p^2}}{p} + 1\right]$$

pour $p < 1$,

montre que la constante de diffusion de rotation est inversement proportionnelle au volume des particules. On peut donc dire en première approximation que pour l'effet des interactions entre les particules sur leur orientation dans un écoulement, tout se passe comme si ces particules augmentaient de volume sans changer de forme, le volume apparent étant relié au volume réel par l'équation

$$v' = \frac{v}{1 - 2,25\, F(\psi)}.$$

On pourrait évidemment donner comme image du phénomène le cas extrême inverse et dire : tout se passe comme si, sous l'effet des interactions, le volume des particules en écoulement ne changeait pas, mais que leur forme se modifie de façon à prendre un rapport d'axes apparent p' relié au rapport réel par l'équation

$$r(p') = r(p)[1 - 2,25\, F(\psi)].$$

On voit sur les courbes $r(p)$ qu'il correspond à la diminution apparente de la constante de diffusion de rotation un allongement apparent des particules allongées et un aplatissement apparent des particules aplaties.

Tout ceci montre qu'il faut être très prudent dans l'utilisation des mesures de constante de diffusion de rotation pour la détermination de la taille des particules, car la présence d'interactions même très faibles peut entraîner des erreurs considérables sur les dimensions.

Détermination des interactions. — L'expérience nous donne directement D', à partir des mesures de biréfringence d'écoulement, par exemple [9], et l'on obtient D par extrapolation à concentration nulle de la courbe $D'(c)$. On en déduit $F(\psi)$ pour chaque valeur de c, d'où ψ que l'on a ainsi en fonction de la concentration. On constate, comme on pouvait s'y attendre d'ailleurs, que $\psi(c)$ croît très vite avec la concentration en l'absence d'électrolyte [11] et très lentement en présence d'électrolyte [12].

Rappelons que, puisqu'on a supposé, pour simplifier les calculs, que les grands axes de toutes les particules sont dans le plan d'écoulement, ψ est le quotient par kT de la barrière de potentiel U qu'une particule doit franchir pour tourner de 180° autour d'un axe passant par son centre de gravité et perpendiculaire au plan d'écoulement. En l'absence d'électrolyte, cette barrière de potentiel n'est pas négligeable, même pour de très grandes dilutions.

Prenons comme exemple une solution de virus de la mosaïque du tabac à pH 4,5 dont la taille moyenne de particule est 7 800 Å (solution ancienne assez fortement agrégée), mais qui est assez peu polydispersée [11]. L'expérience donne comme longueur apparente moyenne des particules :

c (pour 100).	0,008	0,025	0,05	0,15
l' (Å)	8000	8450	9000	11 500
ψ	1.10^{-2}	$8,3.10^{-2}$	$2,15.10^{-1}$	1,06
U (erg)....	4.10^{-16}	$3,32.10^{-15}$	$8,6.10^{-15}$	$4,24.10^{-14}$

On connaît avec précision [16], [17] le diamètre des bâtonnets de virus de la mosaïque du tabac $d = 150$ Å ; il en résulte que, dans l'exemple considéré, le volume moyen d'une particule est $v = 1,38.10^8$ Å^3. D'autre part, le volume spécifique du virus de la mosaïque du tabac étant 0,743 [18], le volume disponible par particule est $V = \frac{1,345\, v}{c}$ (c étant le poids de virus par centimètre cube de solution), d'où dans le cas présent $V = 1,856.10^8 \frac{1}{c}$ Å^3 et la distance moyenne L entre les centres de gravité de deux particules voisines $L = \frac{5,6.10^2}{\sqrt[3]{c}}$ Å. Selon plusieurs auteurs [19] à [24], le covolume géométrique de particules cylindriques est donné par

$b = \frac{\pi d l^2}{4}$, d'où, pour notre exemple, $b = 7,05.10^8$ Å^3. D'autre part, le volume de la sphère circonscrite à chaque bâtonnet est $\frac{\pi}{6} l^3$, soit $B = 2,48.10^{11}$ Å^3. Donc

$$\frac{V}{b} = \frac{2,64.10^{-2}}{c} \quad \text{et} \quad \frac{V}{B} = \frac{7,49.10^{-4}}{c}.$$

On a, par suite, les valeurs suivantes :

$c(g)$.....	8.10^{-5}	$2,5.10^{-4}$	5.10^{-4}	$1,5.10^{-3}$
V(Å)^3....	$2,32.10^{12}$	$7,44.10^{11}$	$3,72.11^{11}$	$1,24.10^{11}$
L(Å).....	$1,32.10^4$	$9,06.10^3$	$7,2.10^3$	$4,98.10^3$
$\frac{V}{v}$........	$1,68.10^4$	$5,38.10^3$	$2,69.10^3$	$8,99.10^2$
$\frac{V}{b}$........	$3,29.10^2$	$1,06.10^2$	$5,28.10$	$1,76.10$
$\frac{V}{B}$........	9,35	3	1,5	5.10^{-1}

On voit que U n'est pas négligeable devant l'énergie moyenne d'agitation thermique, alors que le volume disponible par particule est incomparablement plus grand que le covolume et souvent même très supérieur au volume de la sphère circonscrite. Ainsi, on constate que pour des particules de 7 800 Å de longueur, lorsque les distances moyennes des centres de gravité de deux particules voisines sont respectivement de l'ordre de 13 200, 9100, 7 200 et 5 000 Å, les barrières de potentiel U qu'une particule doit franchir pour tourner de 180° autour d'une droite perpendiculaire à son grand axe et passant par son centre de gravité sont respectivement égales à $10^{-2}\,kT$, $8,3.10^{-2}\,kT$, $2,15.10^{-1}kT$, et $1,06\,kT$.

Les résultats précédents signifient qu'en l'absence d'écoulement, il n'y a qu'un nombre limité de particules susceptibles d'effectuer spontanément cette rotation à chaque instant, nombre d'autant plus grand que les interactions sont plus faibles. Il faut, en effet, pour que cette rotation ait lieu, que l'énergie cinétique de rotation de la particule autour de son centre de gravité soit supérieure à U, en admettant que les particules forment un ensemble canonique et que la loi de Maxwell-Boltzmann soit valable pour la répartition des énergies cinétiques de rotation, celles-ci correspondant à un seul degré de liberté. Dans ces conditions, le nombre de particules dont l'énergie cinétique de rotation $E = \frac{1}{2} I\omega_2$ est comprise entre E et $E + \mathrm{d}E$ est égal à

$$\mathrm{d}N = N \frac{\sqrt{2I}}{\sqrt{\pi}\sqrt{kT}} \mathrm{e}^{-\frac{I\omega^2}{2kT}} \mathrm{d}\omega;$$

par suite, la proportion de particules dont l'énergie cinétique de rotation est supérieure à U est égale à

$$\Pi = \frac{\sqrt{2I}}{\sqrt{\pi kT}} \int_{\sqrt{\frac{2U}{I}}}^{\infty} \mathrm{e}^{-\frac{I\omega^2}{2kT}} \mathrm{d}\omega$$

et comme

$$\int_0^{\infty} \mathrm{e}^{-\frac{I\omega^2}{2kT}} \mathrm{d}\omega = \frac{\sqrt{\pi kT}}{\sqrt{2I}},$$

$$\Pi = 1 - \frac{\sqrt{2I}}{\sqrt{\pi kT}} \int_0^{\sqrt{\frac{2U}{I}}} \mathrm{e}^{-\frac{I\omega^2}{2kT}} \mathrm{d}\omega = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{\psi}} \mathrm{e}^{-x^2} \mathrm{d}x.$$

L'intégrale ne peut pas être explicitée en termes finis, mais on en trouve les valeurs dans les tables. Π décroît régulièrement de 1 à 0 lorsque ψ varie de 0 à ∞ et $\frac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}\psi}$ croît de $-\infty$ à 0. Pour les petites valeurs de ψ

$$\Pi = 1 - 1,127\sqrt{\psi} + 0,377\psi^{\frac{3}{2}} - 0.113\psi^{\frac{5}{2}} + \ldots$$

Le tableau suivant donne les valeurs de $\Pi(\psi)$:

ψ.	$\Pi(\psi)$.	ψ.	$\Pi(\psi)$.	ψ.	$\Pi(\psi)$.
0.....	1	1.....	0,1573	3.....	0,0142
0,1...	0,6548	1,2...	0,1214	3,5...	0,0081
0,2...	0,5270	1,4...	0,0943	4.....	0,0046
0,3...	0,4386	1,6...	0,0736	4,5...	0,0026
0,4...	0,3710	1,8...	0,0578	5.....	0,0016
0,5...	0,3174	2.....	0,0454	6.....	0,0006
0,6...	0,2734	2,2...	0,0360	7.....	0,0002
0,7...	0,2367	2,4...	0,0285	8.....	0
0,8...	0,2058	2,6...	0,0226	9.....	0
0,9...	0,1797	2,8...	0,0179	10....	0

On voit qu'en particulier on a, pour l'exemple développé précédemment :

c (pour cent)....	0,008	0,025	0,05	0,15
Π (pour cent.....	89	68	51	15

On constate que, même au repos, il existe dans de telles solutions une organisation non négligeable dès les plus faibles concentrations. Ceci est tout à fait en accord avec les résultats de la diffusion de la lumière par les solutions de virus de la mosaïque du tabac en l'absence d'électrolyte [25].

Cas des systèmes polydispersés avec interaction. — Dans tout ce qui précède, on a uniquement considéré des systèmes dont toutes les particules sont de même taille. Examinons maintenant des systèmes dont les particules sont de taille différente. Sadron a établi [26] que pour un système polydispersé contenant des particules de type 1, 2, ..., i, ... avec les concentrations respectives c_1, c_2, ..., c_i, ..., l'angle d'extinction et la biréfringence sont donnés par les relations

$$\mathrm{tg}\, 2\chi = \frac{\sum_i \delta_i \sin 2\chi_i}{\sum_i \delta_i \cos 2\chi_i},$$

$$\Delta^2 = \left(\sum_i \delta_i \sin 2\chi_i\right)^2 + \left(\sum_i \delta_i \cos 2\chi_i\right)^2,$$

χ_i et δ_i étant l'angle d'extinction et la biréfringence

correspondant aux particules de type i du système si elles étaient seules. Dans l'établissement de ces relations, les hypothèses suivantes ont été faites : chaque constituant s'oriente comme s'il était seul et les concentrations sont suffisamment petites pour que les interactions entre les particules dissoutes soient négligeables devant l'action qu'elles subissent de la part du solvant; les axes de révolution des particules sont tous contenus dans le plan de l'écoulement (problème plan); le solvant n'est pas orienté par l'écoulement; dans chaque milieu monodispersé la direction d'orientation moyenne est également une direction de ligne neutre; l'indice moyen de la solution totale non orientée et ceux des solutions composantes sont pratiquement égaux à celui n du solvant.

Remarquons, par contre, qu'aucune hypothèse particulière sur g n'est faite (dans le domaine de validité approximative des relations de l'hydrodynamique) pour son établissement. J'ai montré [11] que dans le cas de particules de même nature et de même type (seule la taille variant), en particulier dans le cas de bâtonnets allongés, on pouvait à la fois simplifier et expliciter davantage l'expression de tg 2χ. En effet, posons

$$\sigma_i = \frac{g}{D_i} \qquad \text{et} \qquad p_i = \frac{a_i}{b_i}.$$

D'après la théorie de la biréfringence d'écoulement [7], on peut écrire

$$\chi_i = X(\sigma_i, p_i) \qquad \text{et} \qquad \delta_i = c_i \frac{2\pi(G_1 - G_2)_i}{n} Y(\sigma_i, p_i).$$

X et Y ont été calculés avec une grande précision [9] et il ressort de ce calcul que pour les valeurs élevées des p ($p_i > 10$) on peut remplacer X et Y par leurs valeurs moyennes

$$\bar{X}(\sigma_i, p_i) = H(\sigma_i) \qquad \text{et} \qquad \bar{Y}(\sigma_i, p_i) = h(\sigma_i).$$

D'autre part, sur l'expression générale de $(G_1 - G_2)_i$ [7],

$$(G_1 - G_2)_i = \frac{1}{4\pi}\left[(n_1^2 - n_2^2)_i + e_i\frac{(n_1^2 - n^2)_i(n_2^2 - n^2)_i}{n^2}\right]$$
$$\times\left[\frac{(n_1^2 + 2n^2)_i}{3n^2} \quad \frac{2e_i}{3}\,\frac{(n_1^2 - n^2)_i}{n^2}\right]^{-1}$$
$$\times\left[\frac{(n_2^2 + 2n^2)_i}{3n_2} + \frac{e_i}{3}\,\frac{(n_2^2 - n^2)_i}{n^2}\right]^{-1},$$

avec

$$e_i = \frac{1}{4(p_i^2 - 1)}\left[2p_i^2 + 4 - \frac{3p_i}{\sqrt{p_i^2 - 1}}\ln\frac{p_i + \sqrt{p_i^2 - 1}}{p_i - \sqrt{p_i^2 - 1}}\right],$$

on voit que, lorsque p_i est grand, $2\pi\frac{(G_1 - G_2)_i}{n}$ se réduit en première approximation à $\frac{(n_1^2 - n_2^2)_i}{2n}$ et, à moins de 10 pour 100 près, on peut écrire

$$\delta_i = c_i\frac{(n_1^2 - n_2^2)_i}{2n} h(\sigma_i).$$

Puisque les particules sont toutes de même nature, $n_1^2 - n_2^2$ est le même pour toutes et

$$\delta_i = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n} c_i h(\sigma_i);$$

d'où finalement

$$\text{tg}\, 2\chi = \frac{\sum_i c_i h(\sigma_i)\sin 2H(\sigma_i)}{\sum_i c_i h(\sigma_i)\cos 2H(\sigma_i)}.$$

(On montre aisément qu'on arrive aux mêmes résultats dans le cas de particules très aplaties : $p_i < \frac{1}{10}$).

Si nous nous donnons *a priori* une distribution des tailles des particules dans un système de bâtonnets, nous connaissons les c_i et les D_i, donc les σ_i pour chaque valeur de g et les courbes $h(\sigma)$ et $H(\sigma)$ étant connues une fois pour toutes [9], on peut calculer les valeurs de $\chi(g)$ [11], [26], [33]. Pour chaque valeur de g nous avons une valeur de χ; si nous avions affaire à un système monodispersé, il y correspondrait une valeur de σ (et une seule puisque par hypothèse tous les p sont grands), donc une valeur de D. Pour notre système polydispersé, nous pouvons donc définir pour chaque valeur de g une constante de diffusion de rotation équivalente $D(g)$. Elle sera égale, par définition, à la constante de diffusion de rotation des particules d'un système monodispersé infiniment dilué qui, dans les mêmes conditions d'écoulement, donnerait la même valeur de χ que le système polydispersé étudié.

Rappelons que lorsque les $\sigma_i \to 0$ (par exemple pour les très faibles gradients) la relation

$$\text{tg}\, 2\chi = \frac{\sum_i c_i h_i \sin 2H_i}{\sum_i c_i h_i \cos 2H_i}$$

se réduit à la formule

$$D = \frac{\sum_i \frac{c_i}{D_i}}{\sum_i \frac{c_i}{D_i^2}}$$

qui donne la constante de diffusion de rotation équivalente pour g tendant vers zéro et qui fut utilisée par Donnet [32] pour vérifier expérimentalement l'équation de Sadron.

J'ai montré [11], [33] qu'à partir des courbes expérimentales $D(g)$ ou $l(g)$ (en définissant une longueur équivalente de particules à partir de la relation de Kuhn, par exemple), on peut déterminer la taille des particules de fréquence maxima du système polydispersé à l'aide de relations empiriques dont la validité a été contrôlée par compa-

raison avec les résultats de la microscopie électronique. En particulier, la formule

$$l_f \# \frac{l_{400}+l_{1200}}{2} - 1,3.10^4 \frac{l_{400}-l_{1200}}{l_{400}+l_{1200}},$$

où l_f est la longueur des particules de fréquence maxima, l_{400} la longueur équivalente apparente pour $g = 400$ et l_{1200} la longueur équivalente apparente pour $g = 1200$ (toutes les longueurs étant exprimées en Å) nous a permis une étude précise des solutions de virus de la mosaïque du tabac [11]. J'ai montré également [11] qu'au point de vue de la biréfringence d'écoulement, la polydispersité d'une suspension de bâtonnets est caractérisée par le produit $P = N\Sigma$ du nombre de pics de la courbe de distribution de taille des particules $\pi(l)$ par l'aire comprise entre cette courbe et l'axe des l, lorsqu'on prend égal à l'unité le nombre des particules de longueur de fréquence maxima [maximum absolu de $\pi(l)$]. Cette grandeur P peut également être déduite des courbes $l(g)$ à l'aide de relations empiriques telles que

$$P \# 10^{-3}(l_{400}^2 - l_{1200}^2)$$

(les longueurs étant exprimées en Å), dont la validité a été contrôlée par microscopie électronique.

Le détail des calculs de Sadron [26] montre que les équations de polydispersion restent valables s'il y a interaction entre les particules (les ρ_i remplacés par les ρ'_i) à condition seulement que les concentrations demeurent suffisamment faibles pour que l'indice moyen de la solution totale non orientée et ceux des composantes soient pratiquement égaux à celui du solvant, et pour que les termes d'ordre supérieur soient négligeables. On peut admettre que ces conditions sont satisfaites en première approximation et écrire pour le système polydispersé avec interaction

$$\operatorname{tg} 2\chi' = \frac{\sum_i \delta'_i \sin 2\chi'_i}{\sum_i \delta'_i \cos 2\chi'_i},$$

$$\Delta'^2 = \left(\sum_i \delta'_i \sin 2\chi'_i\right)^2 + \left(\sum_i \delta'_i \cos 2\chi'_i\right)^2,$$

χ'_i et δ'_i étant l'angle d'extinction et la biréfringence correspondant aux particules de type i du système si elles étaient seules mais soumises aux mêmes interactions que dans le système polydispersé, donc en général à des interactions différentes de celles qu'elles présenteraient entre elles si elles étaient seules (il en résulte que χ'_i et δ'_i ne sont pas directement accessibles à l'expérience; en effet, une solution de l'espèce i seule donnerait χ''_i et δ''_i correspondant à ρ''_i relatif aux interactions entre les particules d'espèce i seules). Dans le cas de particules de même nature et de même type, mais très allongées ou très aplaties, on a

$$\operatorname{tg} 2\chi' = \frac{\sum_i c_i h(\sigma'_i) \sin 2H(\sigma'_i)}{\sum_i c_i h(\sigma'_i) \cos 2H(\sigma'_i)},$$

les σ'_i étant différents des σ''_i (ces derniers éventuellement accessibles par l'expérience).

Aux particules i si elles étaient seules, correspondrait la barrière de potentiel U_i et le paramètre ψ_i. Mais, du fait de la présence de particules de taille différente, U_i et ψ_i sont remplacés par des grandeurs non directement calculables U'_i et ψ'_i. Comme on a vu qu'en première approximation

$$D' = D[1 - 2,25\, F(\Psi)],$$

on peut définir pour chaque espèce i de particule une constante de diffusion de rotation apparente dans le mélange D'_i telle que

$$D'_i = D_i[1 - 2,25\, F(\psi'_i)].$$

Il y correspond

$$\sigma'_i = \frac{\sigma_i}{1 - 2,25\, F(\psi'_i)}.$$

Si l'on s'en tient aux faibles valeurs de g, la relation

$$D = \frac{\sum_i \frac{c_i}{D_i}}{\sum_i \frac{c_i}{D_i^2}}$$

valable en l'absence d'interaction devient

$$D'_i = \frac{\sum_i \frac{c_i}{D'_i}}{\sum_i \frac{c_i}{D'^2_i}} = \frac{\sum_i \frac{c_i}{D_i[1 - 2,25\, F(\psi'_i)]}}{\sum_i \frac{c_i}{D_i^2[1 - 2,25\, F(\psi'_i)]^2}}.$$

Si, en première approximation, on envisage une valeur moyenne de l'interaction pour toutes les espèces de particules $[\psi] = \overline{\psi'_i}$, il vient

$$D' \# [1 - 2,25\, F([\psi])] \frac{\sum_i \frac{c_i}{D'_i}}{\sum_i \frac{c_i}{D'^2_i}} = D[1 - 2,25\, F([\psi])].$$

La relation entre D' et D est de la même forme, qu'il y ait ou non polydispersion. On peut donc, en première approximation, déduire des constantes de diffusion de rotation apparentes équivalentes pour g petit la valeur moyenne des interactions entre les particules ou interaction équivalente.

Dans quelle mesure peut-on considérer qu'il en est de même pour toute valeur de g ? Le calcul rigoureux est pratiquement inextricable, même si

l'on se limite au cas où l'interaction est suffisamment faible pour que l'on puisse écrire, en posant

$$\Lambda_i = 2{,}25\,F(\psi_i').\qquad D_i' = (1-\Lambda_i)D_i,\qquad \sigma_i' = (1+\Lambda_i)\sigma_i,$$
$$H(\sigma_i') = H(\sigma_i) + \Lambda_i\sigma_i\dot H(\sigma_i),$$
$$h(\sigma_i') = h(\sigma_i) + \Lambda_i\sigma_i\dot h(\sigma_i),$$

$$\sin 2H(\sigma_i') = \sin 2H(\sigma_i) + 2\Lambda_i\sigma_i\dot H(\sigma_i)\cos 2H(\sigma_i)$$

et

$$\cos 2H(\sigma_i') = \cos 2H(\sigma_i) - 2\Lambda_i\sigma_i\dot H(\sigma_i)\sin 2H(\sigma_i).$$

Il vient alors

$$\operatorname{tg} 2\chi' = \frac{\sum_i c_i h(\sigma_i)\sin 2H(\sigma_i) + \sum_i c_i\Lambda_i\sigma_i\left[2\dot H(\sigma_i)h(\sigma_i)\cos 2H(\sigma_i) + \dot h(\sigma_i)\sin 2H(\sigma_i)\right]}{\sum_i c_i h(\sigma_i)\cos 2H(\sigma_i) + \sum_i c_i\Lambda_i\sigma_i\left[\dot h(\sigma_i)\cos 2H(\sigma_i) - 2h(\sigma_i)\dot H(\sigma_i)\sin 2H(\sigma_i)\right]}$$

qui peut s'écrire, puisque les $\Lambda_i\sigma_i$ sont petits

$$\begin{aligned}
\operatorname{tg} 2\chi' = \operatorname{tg} 2\chi \Big\{ 1 &- \Big[\sum_i c_i h(\sigma_i)\cos 2H(\sigma_i)\Big]^{-1} \\
&\times \sum_i c_i\Lambda_i\sigma_i\big[\dot h(\sigma_i)\cos 2H(\sigma_i) - 2h(\sigma_i)\dot H(\sigma_i)\sin 2H(\sigma_i)\big] \\
&+ \Big[\sum_i c_i h(\sigma_i)\sin 2H(\sigma_i)\Big]^{-1} \\
&\times \sum_i c_i\Lambda_i\sigma_i\big[2\dot H(\sigma_i)h(\sigma_i)\cos 2H(\sigma_i) + \dot h(\sigma_i)\sin 2H(\sigma_i)\big]\Big\} \\
= \operatorname{tg} 2\chi \Big\{ 1 &+ \Big[\sum_i\sum_j c_i c_j h_i h_j \cos_i \sin_j\Big]^{-1} \\
&\times \sum_i\sum_j c_i c_j\big[-\Lambda_i\sigma_i h_j h_i \sin_j\cos_i \\
&\quad + 2\Lambda_i\sigma_i h_i h_j \dot H_i \sin_i \sin_j \\
&\quad + 2\Lambda_j\sigma_j h_i h_j \dot H_j \cos_j\cos_i \\
&\quad + \Lambda_j\sigma_j h_i h_j \cos_i \sin_j\big]\Big\}
\end{aligned}$$

Pour $i = j$ le 2e [ ] se réduit à $2\Lambda_i\sigma_i h_i^2 \dot H_i$ qui est < 0 puisque $\dot H$ est < 0; pour $i \neq j$, les termes contenant $\dot H_i$ ou $\dot H_j$ sont < 0 pour la même raison (les sin, cos, h et $\dot h$ sont > 0); dans

$$\sum_i\sum_j c_i c_j(\Lambda_j\sigma_j h_i h_j \cos_i \sin_j - \Lambda_i\sigma_i h_j h_i \sin_j \cos_i)$$

les termes s'annulent 2 à 2 par permutation des i et j; il en résulte que $\sum_i\sum_j$ est < 0. On a donc bien $\operatorname{tg} 2\chi' < \operatorname{tg} 2\chi$; $\chi' < \chi$. L'effet des interactions sur un système polydispersé est encore (comme il fallait s'y attendre d'ailleurs) une diminution de l'angle d'extinction, quelle que soit la valeur du gradient de vitesse, donc une diminution de la constante de diffusion de rotation équivalente apparente.

Si la courbe de distribution des tailles des particules est connue, on a tous les éléments pour calculer χ' à condition de connaître les valeurs des Λ_i; mais en général on ne sait ni mesurer, ni calculer les Λ_i. Si l'on remplace tous les Λ_i par une valeur moyenne unique $\Lambda = \overline{\Lambda_i}$ on peut écrire en première approximation

$$\operatorname{tg} 2\chi' = \operatorname{tg} 2\chi \left\{ 1 + 2\Lambda \frac{\sum_i\sum_j c_i c_j h_i h_j(\sigma_j \dot H_j \cos_j \cos_i + \sigma_i \dot H_i \sin_i \sin_j)}{\sum_i\sum_j c_i c_j h_i h_j \cos_i \sin_j} \right\}.$$

L'écart entre χ et χ' ($\chi' < \chi$) est d'autant plus grand que l'interaction est plus grande. Remarquons que si nous avons un système du bâtonnets dont nous connaissons (grâce à la microscopie électronique, par exemple) la répartition de taille, nous pouvons calculer $\operatorname{tg} 2\chi$ et les $\sum_i\sum_j$. L'expérience nous donne χ' par mesure directe de l'angle d'extinction et l'on peut ainsi avoir une évaluation de l'énergie moyenne d'interaction entre les particules $\bar U = [\psi]\,kT$ à partir de la valeur trouvée pour Λ.

Nous avons vu qu'en l'absence d'interaction, l'étude des courbes $\chi(g)$ et de celles $D(g)$ qu'on en déduit pour les systèmes polydispersés permet de déterminer avec une assez bonne précision la taille l_f des particules de fréquence maxima et le degré de polydispersion P de la solution. La question se pose de voir comment les courbes $D(g)$ peuvent se déduire des courbes expérimentales $D'(g)$ correspondant à des systèmes avec interaction et quelles modifications sont à apporter aux expressions de l_f et P.

Considérons la courbe de répartition de taille $\pi(l)$; comme chaque D_i est remplacé par $(i - \Lambda)D_i$, tout se passe en première approximation comme si, lorsqu'il y a interaction, cette courbe était remplacée par la courbe $\pi(l')$ qui se déduit de la précédente en multipliant les abscisses par $1 + \frac{1}{3}\Lambda$ dans le cas de bâtonnets allongés. Il en résulte que

$$l'_f = \left(1 + \tfrac{1}{3}\Lambda\right) l_f \qquad \text{et que} \qquad P' = \left(1 + \tfrac{1}{3}\Lambda\right) P.$$

Puisque, pour un système fictif de particules sans interaction de tailles l'_i, nous avons des relations empiriques pour déterminer l'_f et P' à partir des courbes expérimentales $\chi'(g)$, la comparaison des courbes $\chi'(g)$ pour différentes concentrations c (sans changement de composition) du système étudié et l'extrapolation à concentration nulle (correspondant à un système de particules sans interaction de tailles l_i) permet de déterminer l'ordre de grandeur de $\Lambda(c)$.

D'autre part, en supposant toujours $\Lambda\sigma_i$ petit devant σ_i, on peut écrire

$$\operatorname{tg} 2\chi' = \frac{\sum_i c_i h(\sigma_i)\sin 2H(\sigma_i)\left[1+\Lambda\sigma_i \dot{h}(\sigma_i)h^{-1}(\sigma_i)\right]\left[1+2\Lambda\sigma_i\dot{H}(\sigma_i)\cos 2H(\sigma_i)\sin^{-1}2H(\sigma_i)\right]}{\sum_i c_i h(\sigma_i)\cos 2H(\sigma_i)\left[1+\Lambda\sigma_i \dot{h}(\sigma_i)h^{-1}(\sigma_i)\right]\left[1-2\Lambda\sigma_i\dot{H}(\sigma_i)\sin 2H(\sigma_i)\cos^{-1}2H(\sigma_i)\right]},$$

Les crochets peuvent être considérés comme des poids affectés à chaque type de particule du fait des interactions. Pour voir quelles sont les particules favorisées de ce fait, considérons comment varient ces [ ] avec σ_i. Comme nous ne pouvons espérer qu'avoir une indication qualitative, nous pouvons nous contenter pour H de la relation approchée de Snellmann [8] $\operatorname{tg} 2H(\sigma_i) = \frac{6}{\sigma_i}$ et, par analogie, prendre h défini par $\operatorname{tg} 2h(\sigma_i) = \frac{2\sigma_i}{15}$. On trouve dans ces conditions que, lorsque σ_i varie de 0 à ∞,

$1+\Lambda\sigma_i\dot{h}(\sigma_i)h^{-1}(\sigma_i)$ décroît de $1+\Lambda$ à 1,

$1+2\Lambda\sigma_i\dot{H}(\sigma_{i2})\cos 2H(\sigma_i)\sin^{-1}2H(\sigma_i)$ décroît de 1 à $1-\Lambda$

et

$1-2\Lambda\sigma_i\dot{H}(\sigma_i)\sin 2H(\sigma_i)\cos^{-1}2H(\sigma_i)$ décroît de $1+\Lambda$ à 1.

Par suite, chaque terme du numérateur est multiplié par un nombre qui décroît de $1+\Lambda$ à $1-\Lambda$ quand σ croît de 0 à ∞ et chaque terme du dénominateur par un nombre qui décroît de $1+2\Lambda$ à 1 dans les mêmes conditions. Les poids affectés à chaque type de particule, quoique différents au numérateur et au dénominateur (ceci peut-être à cause des approximations grossières faites sur les expressions de H et h), sont d'autant plus petits que les σ sont plus grands; il en résulte que, pour chaque valeur de g, ce sont les particules pour lesquelles D_i est le plus grand, c'est-à-dire les plus petites particules qui sont favorisées, et ce, d'autant plus que le gradient de vitesse est plus petit.

Lorsqu'il y a interaction dans un système polydispersé, tout se passe en gros comme si toutes les particules devenaient plus grandes [les D_i remplacés par les $D'_i = (1-\Lambda_i)D_i$] sans qu'il soit possible d'expliciter simplement la relation entre les deux constantes de rotation équivalentes $D'(g)$ et $D(g)$ lorsque le gradient de vitesse n'est pas petit [si g est petit, $D' = (1-\Lambda)D$]. En outre, la taille de fréquence maxima apparente l'_f donnée par l'expérience est égale au produit par $\left(1+\frac{\Lambda}{3}\right)$ de la taille de fréquence maxima réelle et la polydispersion apparente D' est le produit par $\left(1+\frac{\Lambda}{3}\right)$ de la polydispersion vraie. On peut également considérer que tout se passe dans un système polydispersé avec interaction comme si la taille des particules restait la même, mais que leur nombre augmente, suivant une loi difficile à expliciter, d'autant moins qu'elles sont plus grandes et que le gradient de vitesse est plus grand.

Des résultats précédents il résulte que les mesures de biréfringence d'écoulement pour les systèmes polydispersés de bâtonnets avec interaction permettent de déterminer, tout au moins en première approximation, la taille de fréquence maxima l_f des particules, le degré de polydispersion P du système et la valeur moyenne U de la barrière de potentiel que doit franchir une particule du système pour tourner de 180° autour de son centre de gravité.

Manuscrit reçu le 11 avril 1951.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Jeffrey G. D. — *Proc. Roy. Soc.*, 1923, **102** A, 161.
[2] Haller W. — *Koll. Z.*, 1932, **61**, 26.
[3] Boeder P. — *Z. Physik*, 1932, **75**, 258.
[4] Kuhn W. — *Koll. Z.*, 1933, **62**, 269.
[5] Guth E. W. — *Koll. Z.*, 1936, **74**, 147 et 1936, **75**, 15.
[6] Peterlin A. — *Z. Physik*, 1938, **111**, 232.
[7] Peterlin A. et Stuart H. A. — *Z. Physik*, 1939, **112**, 1 et 129.
[8] Snellmann O. et Björnstahl Y. — *K. Beih.*, 1941, **52**, 403.
[9] Scheraga H. A., Edsall J. T. et Orten Gadd J. — Double refraction of flow and the dimensions of large asymetrical molecules, septembre 1949 (Com. priv.).
[10] Joly M. et Barbu E. — *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 1950, **32**, 908.
[11] Joly M. — *Biochim. et Biophys. Acta* (sous presse).
[12] Joly M. et Barbu E. — *J. Chim. Phys.* (à paraître).
[13] Kuhn W. — *Z. Phys. Chem.*, 1932, **161** A, 1 et 447.
[14] Burgers J. M. — Second report on viscosity and plasticity, Amsterdam, 1938.
[15] Gans R. — *Ann. Physik*, 1928, **86**, 628.
[16] Schachman H. K. et Lauffer M. A. — *J. Amer. Chem. Soc.*, 1949, **71**, 536.
[17] Kahler H. et Lloyd D. J. — *J. Appl. Phys.*, 1950, **21**, 699.
[18] Schramm G. et Bergold G. — *Z. Naturforsch*, 1947, **2** *b*, 108.

[19] Onsager L. — *Phys. Rev.*, 1942, **62**, 558.
[20] Onsager L. — *Ann. N. Y. Acad. Sc.*, 1949, **51**, 627.
[21] Zimm B. H. — *J. Chem. Phys.*, 1946, **14**, 164.
[22] Duclaux J. — *J. Polymer. Sc.*, 1947, **2**, 626.
[23] Schultz C. V. — *Z. Naturwiss.*, 1947, **2** *a*, 348.
[24] Huggins M. L. — *J. Phys. Coll. Chem.*, 1948, **52**, 248.
[25] Oster G., Doty P. M. et Zimm B. H. — *J. Amer. Chem. Soc.*, 1947, **69**, 1193.
[26] Sadron C. — *J. Phys. Rad.*, 1937, **8**, 481 et 1938, **9**, 381.
[27] Langevin P. — *Le Radium*, 1910, **7**, 249.
[28] Gans R. — *Ann. Physik*, 1912, **37**, 881.
[29] Rayleigh Lord. — *Phil. Mag.*, 1897, **44**, 44.
[30] Mie G. — *Ann. Physik*, 1908, **25**, 377.
[31] Möglich W. — *Ann. Physik*, 1927, **83**, 609.
[32] Donnet J. B. — *C. R. Acad. Sc.*, 1949, **229**, 189.
[33] Joly M. — *Trans. Faraday Soc.* (à paraître).

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 12, DÉCEMBRE 1951, PAGE 911.

SUR LA CRÉATION DE PAIRES DE CORPUSCULES DANS LES PROCESSUS DE COLLISIONS ENTRE CORPUSCULES DE SPIN $\frac{\hbar}{2}$

Par Gérard PETIAU.
Institut Henri Poincaré.

Sommaire. — Calcul de la section efficace différentielle de diffusion dans la collision de deux corpuscules A et B de spin $\frac{\hbar}{2}$, dans laquelle une particule E de spin $\frac{\hbar}{2}$, passe d'un état à énergie négative inobservable à un état à énergie positive en se manifestant sous l'aspect de l'apparition d'une paire de corpuscules. Examen des différents cas correspondant à l'intervention de champs de types scalaire, pseudo-scalaire ou vectoriel dans l'interaction entre A, B et E, ainsi que des problèmes associés à la non discernabilité totale ou partielle de ces corpuscules.

1. Formalisme général. Évaluation de l'élément de matrice de l'hamiltonien. — La création des paires électrons-positons dans les chocs entre particules chargées rapides et noyaux atomiques a fait l'objet de nombreux travaux déjà anciens [1]. L'observation de ce phénomène dans les traces produites par le passage du rayonnement cosmique dans les émulsions photographiques [2] nous a conduit à en reprendre la théorie dans le formalisme covariant du calcul des sections efficaces des phénomènes de collisions, que nous avons entrepris de développer dans une série de publications [3].

La création des paires électrons-positons ou, plus généralement, des paires de corpuscules de Dirac de spin $\frac{\hbar}{2}$ résulte dans le schéma général des interactions entre corpuscules et champs de l'intervention de deux couplages coulombiens liant successivement deux corpuscules A et B et un élément E d'une distribution de corpuscules de Dirac de spin $\frac{\hbar}{2}$ remplissant initialement tous les états à énergie négative et, par suite, inobservables. Le couplage coulombien de E avec l'un des corpuscules A ou B l'amène à un état à énergie positive E_p. L'état initial E_1 maintenant inoccupé au milieu des états à énergie négative tous occupés, se manifeste sous l'aspect d'un positon. Une nouvelle interaction coulombienne entre E et le second des corpuscules A ou B fait ensuite passer E de l'état E_p à l'état final E_2.

Nous supposons les particules A et B initialement et finalement libres et représentées par des ondes planes à énergies positives, solutions des équations d'ondes des corpuscules de Dirac de spin $\frac{\hbar}{2}$.

Suivant le schéma général de la théorie des perturbations, l'état final se déduira à partir de l'état initial par deux processus.

Dans le premier, la particule A initialement dans l'état A_0 d'énergie, impulsion et masse propre réduites K_{A_0}, $\mathbf{K}_{A_0}$, μ_A, représenté par une onde plane à l'énergie positive d'amplitude normée dans le volume unité U_{A_0}, entre en couplage coulombien par l'action d'un champ de particules neutres C_0 de spin zéro ou $\hbar$ de masses propres réduites μ_{C_0}, avec la particule E initialement dans l'état à énergie négative inobservable $E_1(-K_1, -\mathbf{K}_1, \mu_e; U_1)$ qui passe à l'état intermédiaire à énergie positive E_p, $(K_p, \mathbf{K}_p, \mu_e; U_p)$, tandis que A_p passe de A_0 à l'état final A_1 $(K_{A_1}, \mathbf{K}_{A_1}, \mu_A; U_{A_1})$. L'intervention d'un second couplage coulombien par l'action d'un champ C_1 de particules neutres, de spin zéro ou $\hbar$, de masses propres réduites μ_{C_1}, amène ensuite E et B de $E_{p'}$, à E_2 $(K_2, \mathbf{K}_2, \mu_e; U_2)$ et de B_0 $(K_{B_0}, \mathbf{K}_{B_0}, \mu_B; U_{B_0})$ à B_1 $(K_{B_1}, \mathbf{K}_{B_1}, \mu_{B_1}; U_{B_1})$. Dans le second processus, il y a d'abord couplage coulombien par action du champ C_1 entre B et E

qui passent de B_0 à B_1 et de E_1 au second état intermédiaire à énergie positive $E_{p''}$ ($K_{p''}$, $\mathbf{K}_{p''}$, μ_e; $U_{p''}$), puis ensuite couplage coulombien par le champ C_0 entre E et A qui passent de $E_{p''}$ à E_2 et de A_0 à A_1.

Ces processus sont représentés schématiquement sur les figures 1 et 2.

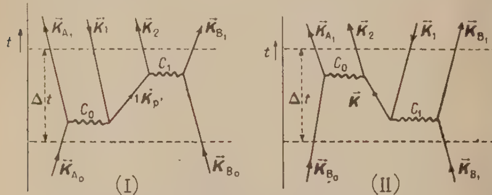


Fig. 1. — Diagrammes impulsion-temps.

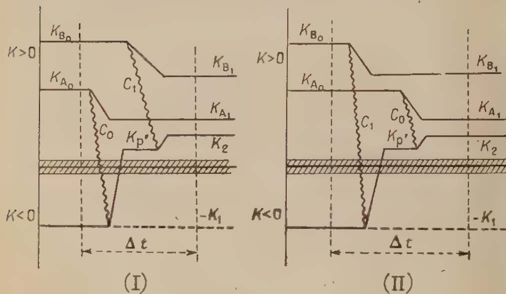


Fig. 2. — Diagrammes temps-énergie.

Les amplitudes U_i seront solutions des équations

$$\left.\begin{array}{c}[K_i + (\mathbf{K}_i \boldsymbol{\alpha}) + \mu_i \alpha_4]\, U_i = 0 \\ (i = A_0,\, B_0,\, A_1,\, B_1,\, 1,\, 2,\, p',\, p'')\end{array}\right\} \quad (1)$$

en posant

$$\mu_2 = \mu_{p'} = \mu_{p''} = \mu_e, \qquad \mu_1 = -\mu_e, \qquad (2)$$
$$\alpha_\mu \alpha_\nu + \alpha_\nu \alpha_\mu = 2\delta_{\mu\nu} \qquad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4).$$

La théorie générale des interactions nous montre qu'il y a conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement dans le processus global, ce qui nous donne les relations

$$\left.\begin{array}{l}K_{A_0} + K_{B_0} = K_{A_1} + K_{B_1} + K_1 + K_2, \\ \mathbf{K}_{A_0} + \mathbf{K}_{B_0} = \mathbf{K}_{A_1} + \mathbf{K}_{B_1} + \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2.\end{array}\right\} \quad (3)$$

Nous introduisons les deux invariants

$$\left.\begin{array}{l}K_{ij} = -K_i K_j + (\mathbf{K}_i \mathbf{K}_j), \\ q_{ij} = \quad K_{ij} \quad + \mu_i \mu_j,\end{array}\right\} \quad (4)$$

d'où

$$K_{ii} = -\mu_i^2, \qquad q_{ii} = 0. \qquad (5)$$

Les relations (3) nous donnent alors par combinaison

$$\begin{array}{l}K_{A_0 B_0} = K_{A_1 B_1} + K_{1 A_1} + K_{1 B_1} \\ \qquad + K_{2 A_1} + K_{2 B_1} + K_{12} - \mu_e^2.\end{array} \qquad (6)$$

En particulier, si l'on se place dans le système de référence tel que l'on ait

$$\mathbf{K}_{A_0} + \mathbf{K}_{B_0} = 0, \qquad \text{d'où} \quad \mathbf{K}_{A_1} + \mathbf{K}_{B_1} + \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 = 0 \quad (7)$$

et si l'on considère dans ce système le seuil de matérialisation pour lequel on a

$$\left.\begin{array}{c}\mathbf{K}_{A_1} = \mathbf{K}_{B_1} = \mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_2 = 0, \\ K_{A_1} = \mu_A, \qquad K_{B_1} = \mu_B, \qquad K_1 = \mu_e, \qquad K_2 = \mu_e,\end{array}\right\} \quad (8)$$

la relation (6) s'écrit

$$\begin{array}{l}-K_{A_0 B_0} = K_{A_0} K_{B_0} - (\mathbf{K}_{A_0} \mathbf{K}_{B_0}) \\ \qquad = \mu_A \mu_B + 2\mu_e(\mu_A + \mu_B) + 2\mu_e^2.\end{array} \qquad (9)$$

Cette expression étant invariante, caractérisera le seuil de matérialisation dans tous les systèmes de référence.

En particulier, si le corpuscule est initialement au repos

$$\mathbf{K}_{B_0} = 0, \qquad K_{B_0} = \mu_B,$$

la formule (9) nous redonne immédiatement les résultats de F. Perrin [4]

$$K_{A_0} = \frac{(\mu_A + 2\mu_e)(\mu_B + 2\mu_e) - 2\mu_e^2}{\mu_B}, \qquad (10)$$

avec les cas particuliers :

μ_B infiniment lourd devant μ_e

$$K_{A_0} \sim \mu_A + 2\mu_e;$$

μ_B infiniment lourd devant μ_e et $\mu_A = \mu_e$

$$K_{A_0} \sim 3\mu_e,$$

$\mu_A = \mu_B = \mu_e$ (choc électron-électron),

$$K_{A_0} = 7\mu_e.$$

Nous représenterons les couplages coulombiens au moyen d'éléments de matrices du type de Møller généralisé, soit par exemple pour le premier

$$g_{C_0 A}\, g_{C_0 1} \frac{U^*_{A_0}(\omega_A)^\lambda U_{A_1} U^*_1 (\omega_E)_\lambda U_{p'}}{(K_{A_0} - K_{A_1})^2 - (\mathbf{K}_{A_0} - \mathbf{K}_{A_1})^2 - \mu^2_{C_0}}, \qquad (11)$$

$g_{C_0 i}$, $g_{C_1 i}$, ($i = A$, B, 1, 2) sont des constantes de couplage champs-corpuscules (les charges $Z_i e$ dans le cas du champ électromagnétique).

$(\omega_A)^\lambda$, $(\omega_E)_\lambda$, ... sont des matrices covariantes, caractéristiques des corpuscules A, B, E et possédant la variance du type tensoriel du champ C_0 ou C_1 considéré.

Pour les champs mésiques scalaires ou pseudoscalaires, nous aurons les matrices

$$U^*_{A_0}(\alpha_4)\, U_{A_1} U^*_1(\alpha_4)\, U_{p'},$$
$$U^*_{A_0}(\alpha_5)\, U_{A_1} U^*_1(\alpha_5)\, U_{p'}$$

et pour le champ électromagnétique ou mésique vectoriel

$$U^*_{A_0}(\boldsymbol{\alpha})\, U_{A_1} U^*_1(\boldsymbol{\alpha})\, U_{p'} - U^*_{A_0} U_{A_1} U^*_1 U_{p'}.$$

Indépendamment de son intérêt propre, le cas

de l'interaction scalaire peut être considéré comme réalisant une approximation covariante du cas vectoriel pour les transitions réalisant un faible transfert d'impulsion.

On voit immédiatement, avec les notations (4), que les dénominateurs des éléments de matrices des couplages coulombiens du type (11) s'écriront

$$\left.\begin{aligned} &(K_{A_0}-K_{A_1})^2-(\mathbf{K}_{A_0}-\mathbf{K}_{A_1})^2-\mu_{C_0}^2 \\ &\quad = 2q_{A_0A_1}-\mu_{C_0}^2, \\ &(K_{B_0}-K_{B_1})^2-(\mathbf{K}_{B_0}-\mathbf{K}_{B_1})^2-\mu_{C_1}^2 \\ &\quad = 2q_{B_0B_1}-\mu_{C_1}^2. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Le schéma exposé ci-dessus suppose des particules A, B, E restant discernables au cours du processus. La possibilité de non discernabilité partielle ou complète nous conduit à considérer quatre problèmes distincts :

I. A, B, E discernables;

II. A et B identiques, mais discernables de E (par exemple, A et B protons, E électron);

III. A et E identiques, mais discernables de B $\left(\text{par exemple, A et E électrons, B proton ou noyau de spin } \frac{\hbar}{2}\right)$;

IV. A, B, E identiques (par exemple, électrons).

En application du principe d'exclusion de Pauli, les éléments de matrice des hamiltoniens correspondant aux problèmes II, III, IV se déduiront de celui du problème I en formant à partir de celui-ci les combinaisons antisymétriques par rapport aux indices A_1, B_1 ou 2 des corpuscules non discernables.

Nous calculerons donc d'abord l'élément de matrice de l'hamiltonien du problème I soit $H'^{(1)}$.

Nous obtiendrons $H'^{(1)}$ à partir de la formule générale de la théorie des perturbations

$$H'^{(1)} = \frac{1}{\hbar c}\left\{\frac{H_{0\mathrm{I}}^{(1)}H_{\mathrm{I}f}^{(1)}}{K_0-K_{\mathrm{I}}}+\frac{H_{0\mathrm{II}}^{(1)}H_{\mathrm{II}f}^{(1)}}{K_0-K_{\mathrm{II}}}\right\}, \tag{13}$$

avec ici

$$\begin{aligned} K_0 = K_f &= K_{A_0}+K_{B_0}+\Sigma(-K_1) \\ &= K_{A_1}+K_{B_1}+K_2+K_1+\Sigma(-K_1), \\ K_{\mathrm{I}} &= K_{A_1}+K_{B_0}+K_{p'}+K_1+\Sigma(-K_1), \\ K_{\mathrm{II}} &= K_{B_1}+K_{A_0}+K_{p''}+K_1+\Sigma(-K_1), \end{aligned}$$

d'où

$$\left.\begin{aligned} K_0-K_{\mathrm{I}} &= K_{A_0}-K_{A_1}-K_1-K_{p'} \\ &= K_{B_1}-K_{B_0}+K_2-K_{p'}, \\ K_0-K_{\mathrm{II}} &= K_{B_0}-K_{B_1}-K_1-K_{p''} \\ &= K_{A_1}-K_{A_0}+K_2-K_{p''}. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

L'élément de matrice général s'écrit alors

$$\begin{aligned} H'^{(1)} = {} & \frac{g_{C_0A}g_{C_1B}}{\hbar c}\,\frac{U_{A_0}^{*}(\omega_A)^{\lambda}U_{A_1}U_{B_0}^{*}(\omega_B)^{\varkappa}U_{B_1}}{(2q_{A_0A_1}-\mu_{C_0}^2)(2q_{B_0B_1}-\mu_{C_1}^2)} \\ & \times\left\{g_{C_01}g_{C_12}\frac{U_1^{*}(\omega_E)_{\lambda}U_{p'}U_{p'}^{*}(\omega_E)_{\varkappa}U_2}{K_{A_0}-K_{A_1}-K_1-K_{p'}}\right. \\ & \left.+g_{C_02}g_{C_11}\frac{U_1^{*}(\omega_E)_{\varkappa}U_{p''}U_{p''}^{*}(\omega_E)_{\lambda}U_2}{K_{B_0}-K_{B_1}-K_1-K_{p''}}\right\}. \end{aligned} \tag{15}$$

Nous éliminerons les énergies et les amplitudes intermédiaires $K_{p'}$, $K_{p''}$, $U_{p'}$, $U_{p''}$ en utilisant les équations

$$\left.\begin{aligned} [K_{p'}+(\mathbf{K}_{p'}\boldsymbol{\alpha})+\mu_e\alpha_4]\,U_{p'} &= 0, \\ [K_{p''}+(\mathbf{K}_{p''}\boldsymbol{\alpha})+\mu_e\alpha_4]\,U_{p''} &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

et en tenant compte de la conservation de l'impulsion dans la suite des processus élémentaires conduisant aux états $E_{p'}$ et $E_{p''}$, ce qui nous donne

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{K}_{p'} &= \mathbf{K}_{A_0}-\mathbf{K}_{A_1}-\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_{B_1}-\mathbf{K}_{B_0}+\mathbf{K}_2, \\ \mathbf{K}_{p''} &= \mathbf{K}_{B_0}-\mathbf{K}_{B_1}-\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_{A_1}-\mathbf{K}_{A_0}+\mathbf{K}_2. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Nous obtiendrons alors pour dénominateurs des termes de la parenthèse de (16) des expressions que nous écrivons

$$\left.\begin{aligned} 2D_{1A_0A_1} &= 2D_{2B_0B_1} \\ &= (K_{A_0}-K_{A_1}-K_1)^2-(\mathbf{K}_{A_0}-\mathbf{K}_{A_1}-\mathbf{K}_1)^2-\mu_e^2 \\ &= 2(q_{A_0A_1}+q_{1A_0}-q_{1A_1}) = 2(q_{B_0B_1}+q_{2B_0}-q_{2B_1}), \\ 2D_{1B_0B_1} &= 2D_{2A_0A_1} \\ &= (K_{B_0}-K_{B_1}-K_1)^2-(\mathbf{K}_{B_0}-\mathbf{K}_{B_1}-\mathbf{K}_1)^2-\mu_e^2 \\ &= 2(q_{B_0B_1}+q_{1B_0}-q_{1B_1}) = 2(q_{A_0A_1}+q_{2A_0}-q_{2A_1}). \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

L'élément de matrice (16) s'écrira maintenant en posant

$$\left.\begin{aligned} \Lambda_i &= K_i-(\mathbf{K}_i\boldsymbol{\alpha})-\mu_i\alpha_4 \\ (i &= A_0,\ A_1,\ B_0,\ B_1,\ 1,\ 2), \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} H'^{(1)} = {} & \frac{g_{C_0A}g_{C_1B}}{2\hbar c}\,\frac{U_{A_0}^{*}(\omega_A)_{\lambda}U_{A_1}U_{B_0}^{*}(\omega_B)_{\varkappa}U_{B_1}}{(2q_{A_0A_1}-\mu_{C_0}^2)(2q_{B_0B_1}-\mu_{C_1}^2)} \\ & \times\left\{g_{C_01}g_{C_12}\frac{U_1^{*}(\omega_E)_{\lambda}(\Lambda_{A_0}-\Lambda_{A_1}-\Lambda_1)(\omega_E)_{\varkappa}U_2}{q_{A_0A_1}+q_{1A_0}-q_{1A_1}}\right. \\ & \left.+g_{C_02}g_{C_11}\frac{U_1^{*}(\omega_E)_{\varkappa}(\Lambda_{B_0}-\Lambda_{B_1}-\Lambda_1)(\omega_E)_{\lambda}U_2}{q_{B_0B_1}+q_{1B_0}-q_{1B_1}}\right\}. \end{aligned} \tag{20}$$

Cette expression sera susceptible de diverses formes équivalentes résultant de l'introduction des relations opératorielles

$$\left.\begin{aligned} \Lambda_{B_0}-\Lambda_{B_1}-\Lambda_1 &= \Lambda_{A_1}-\Lambda_{A_0}+\Lambda_2, \\ \Lambda_{A_0}-\Lambda_{A_1}-\Lambda_1 &= \Lambda_{B_1}-\Lambda_{B_0}+\Lambda_2. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Pour le calcul des sections efficaces de diffusion déduites de (21), il est commode d'introduire les énergies et impulsions de recul des particules A et B que nous caractériserons par les indices C et D

$$\left.\begin{aligned} K_C &= K_{A_0}-K_{A_1}, & \mathbf{K}_C &= \mathbf{K}_{A_0}-K_{A_1}, & \mu_C &= 0; \\ K_D &= K_{B_0}-K_{B_1}, & \mathbf{K}_D &= \mathbf{K}_{B_0}-K_{B_1}, & \mu_D &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

d'où

$$\left.\begin{aligned} q_{CC} &= -2\mu_A^2-2K_{A_0A_1} = -2q_{A_0A_1}; \\ q_{DD} &= -2q_{B_0B_1}, \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

$$\left.\begin{aligned} q_{A_0A_1}+q_{1C} &= q_{B_0B_1}+q_{2D}, \\ q_{A_0A_1}+q_{2C} &= q_{B_0B_1}+q_{1D}. \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

Nous écrirons

$$\Lambda_C = \Lambda_{A_0}-\Lambda_{A_1}, \qquad \Lambda_D = \Lambda_{B_0}-\Lambda_{B_1} \tag{25}$$

et (21)

$$\Lambda_C+\Lambda_D = \Lambda_1+\Lambda_2. \tag{26}$$

L'introduction du recul C permet de ramener (20) à la forme plus simple

$$H'^{(1)} = \frac{g_{C_0A}\, g_{C_1B}}{2\hbar c} \frac{U^*_{A_0}(\omega_A)^\lambda U_{A_1} U^*_{B_0}(\omega_B)^\varkappa U_{B_1}}{(2q_{A_0A_1} - \mu^2_{C_0})(2q_{B_0B_1} - \mu^2_{C_1})} \times \left\{ g_{C_11}\, g_{C_02} \frac{U^*_1(\omega_E)_\lambda(\Lambda_C - \Lambda_1)(\omega_E)_\varkappa U_2}{q_{A_0A_1} + q_{1C}} - g_{C_02}\, g_{C_11} \frac{U^*_1(\omega_E)_\varkappa(\Lambda_C - \Lambda_2)(\omega_E)_\lambda U_2}{q_{A_0A_1} + q_{2C}} \right\}. \quad (27)$$

2. Une méthode de calcul des traces intervenant dans l'expression de la section efficace différentielle. — Le calcul de la section efficace différentielle pour le processus de diffusion de la particule A dans la direction $\mathbf{K}_{A_1}$ avec recul de B dans un angle solide $d\Omega_{\mathbf{K}_{B_1}}$ autour de la direction $\mathbf{K}_{B_1}$ accompagnée de l'émission de la paire E_1, E_2 dans les angles solides $d\Omega_{\mathbf{K}_1}$, $d\Omega_{\mathbf{K}_2}$ autour des directions $\mathbf{K}_1$, $\mathbf{K}_2$ a pour expression

$$d\sigma = \frac{|S|^2}{(2\pi)^8 \hbar^2 c^2} \times \frac{|\mathbf{K}_1|\, |\mathbf{K}_2|\, |\mathbf{K}_{B_1}|^3\, dK_1\, dK_2\, d\Omega_{\mathbf{K}_1}\, d\Omega_{\mathbf{K}_2}\, d\Omega_{\mathbf{K}_{B_1}}}{[(K_{A_0B_0})^2 - \mu^2_A \mu^2_B]^{\frac{1}{2}} [\mathbf{K}_{B_1}(K_{A_1}\mathbf{K}_{B_1} - K_{B_1}\mathbf{K}_{A_1})]} \quad (28)$$

avec

$$|S|^2 = K_{A_0}K_{B_0}K_{A_1}K_{B_1}K_1K_2\overline{|H'^{(1)}|^2}. \quad (29)$$

Nous sommes donc conduit à l'évaluation de $\overline{|H'^{(1)}|^2}$.

Nous l'effectuerons en utilisant la méthode des traces de Casimir, mais en l'allégeant par l'emploi d'un procédé de calcul dont nous avons déjà indiqué le principe [5].

Considérons une trace relative à une chaîne de $2n$ facteurs d'interactions de type vectoriel, soit avec $2n$ facteurs Λ

$$\begin{aligned} &\mathrm{Tr}(\ldots \alpha^\lambda \Lambda_j \alpha^\varkappa \Lambda_l \ldots) \\ &= \mathrm{Tr}\Big(\ldots \alpha^\lambda \big(K_j - (\mathbf{K}_j \boldsymbol{\alpha}) - \mu_j \alpha_4\big) \times \alpha^\varkappa \big(K_l - (\mathbf{K}_l \boldsymbol{\alpha}) - \mu_l \alpha_4\big) \ldots\Big) \\ &= \mathrm{Tr}\Big(\ldots \gamma^\lambda (K^\mu_j \gamma_\mu - i\mu_j)\, \gamma^\varkappa (K^\nu_l \gamma_\nu - i\mu_l) \ldots\Big). \end{aligned}$$

Introduisant les matrices

$$\gamma'^\alpha \quad (\alpha = 1, 2, 3, 4, 5),$$

telles que

$$\gamma'^\mu = i\gamma^5\gamma^\mu, \qquad \gamma'^5 = \gamma^5$$

et en posant

$$K^5_j = \mu_j, \qquad K^5_l = \mu_l, \qquad \ldots,$$

la trace ci-dessus s'écrit

$$\begin{aligned} &\mathrm{Tr}\{\ldots \gamma'^\lambda [K'^\alpha_j \gamma'_\alpha]\, \gamma'^\varkappa [K'^\beta_l \gamma'_\beta] \ldots\} \\ &= \mathrm{Tr}\{\ldots K'^\alpha_j K'^l_\beta \ldots \gamma'^\lambda \gamma'^\alpha \gamma'^\varkappa \gamma'^\beta \ldots\}. \end{aligned}$$

On évite donc ainsi le développement suivant un polynome en μ_j, μ_l, ..., la trace ci-dessus étant ramenée à un seul terme. Dans celui-ci, aux matrices telles que $\delta_{\alpha\beta}$ correspondront les invariants

$$K'^\alpha_j K'_{l\alpha} = K_{jl} + \mu_j \mu_l = q_{jl}.$$

Si l'interaction est de type pseudo-vectoriel, une trace contenant $2n$ facteurs Λ telle que

$$\begin{aligned} &\mathrm{Tr}\{\ldots \alpha_5 \Lambda_j \alpha_5 \Lambda_l \alpha_5 \ldots\} \\ &= \mathrm{Tr}\{\ldots \gamma_5 [K^\mu_j \gamma_\mu - i\mu_j]\, \gamma_5 [K^\nu_l - i\mu_l]\, \gamma_5 \ldots\} \end{aligned}$$

nous donnera la trace

$$(-1)^n\, \mathrm{Tr}\{\ldots [K'^\alpha_j \gamma'_\alpha][K'^\beta_l \gamma_\beta] \ldots\}.$$

Si l'interaction est de type scalaire, nous avons encore la trace avec $2n$ facteurs

$$\begin{aligned} &\mathrm{Tr}\{\ldots \alpha_4 \Lambda_j \alpha_4 \Lambda_l \alpha_4 \Lambda_m \alpha_4 \ldots\} \\ &= \mathrm{Tr}\{\ldots [K^\mu_j \gamma_\mu - i\mu_j][K^\nu_l \gamma_\nu - i\mu_l][K^\rho_m \gamma_\rho - i\mu_m] \ldots\} \\ &= \mathrm{Tr}\{\ldots (i\gamma_5)[K^\mu_j \gamma_\mu + i\mu_j]\, i\gamma_5 [K^\nu_l \gamma_\nu - i\mu_l] \\ &\qquad \times i\gamma_5 [K^\rho_m \gamma_\rho + i\mu_m] \ldots\}. \end{aligned}$$

Nous désignerons alors par K^α_j le vecteur à cinq dimensions K^μ_j, $K^5_j = \mu_j$ et par $K^{\alpha-}_j$ le vecteur à cinq dimensions K^μ_j, $K^{5-}_j = -\mu_j$, d'où pour la trace ci-dessous l'expression

$$\mathrm{Tr}\{\ldots [K'^\alpha_j \gamma'_\alpha][K'^{\beta-}_l \gamma'_\beta][K'^\gamma_m \gamma'_\gamma] \ldots\}.$$

L'évaluation de ce dernier type de trace introduira deux types d'invariants :

$a.$ $K^\alpha_j K_{l\alpha} = K^{\alpha-}_j K^-_{l\alpha} = q_{jl} = K_{jl} + \mu_i \mu_l$;

$b.$ $K^{\alpha-}_j K_{l\alpha} = K^\alpha_j K^-_{l\alpha} = q_{\overline{jl}} = K_{jl} - \mu_i \mu_l = q_{jl} - 2\mu_i \mu_l$.

En particulier, nous aurons

$$q_{jj} = 0, \qquad q_{\overline{jj}} = -2\mu^2_i.$$

3. Calcul de $|S|^2$ dans le cas où les particules A, B, E sont discernables. — Nous allons maintenant en nous plaçant dans le cas où les particules A, B, E sont et restent discernables, calculer les traces $|S|^2$ pour les différents types de variance, scalaire, pseudo-scalaire ou vectorielle des champs C_0 et C_1.

Nous admettons que nous avons

$$g_{C_01} = g_{C_02}, \qquad g_{C_11} = g_{C_12}. \quad (30)$$

Nous poserons pour simplifier l'écriture

$$\left.\begin{aligned} G_{A_0A_1} &= 2q_{A_0A_1} - \mu^2_{C_0}, & G_{B_0B_1} &= 2q_{B_0B_1} - \mu^2_{C_1}, \\ D_{1A_0A_1} &= q_{A_0A_1} + q_{1C}, & D_{2A_0A_1} &= q_{A_0A_1} + q_{2C}. \end{aligned}\right\} \quad (31)$$

1° Les champs C_0 et C_1 sont tous deux de type pseudo-scalaire.

L'élément de matrice (27) s'écrit ici, tenant compte des propriétés d'anticommutation de α_5,

$$H'^{(1)} = \frac{g_{C_0A}\, g_{C_1B}\, g_{C_02}\, g_{C_12}}{2\hbar c\, G_{A_0A_1} G_{B_0B_1}} \left(\frac{1}{D_{1A_0A_1}} - \frac{1}{D_{2A_0A_1}} \right) \times [(U^*_{A_0} \alpha_5 U_{A_1})(U^*_{B_0} \alpha_5 U_{B_1})(U^*_1 \alpha_5 \Lambda_C \alpha_5 U_2)] \quad (32)$$

et nous donne immédiatement

$$|S|^2 = \left(\frac{g_{C_0A}g_{C_1B}g_{C_02}g_{C_12}}{2\hbar c\, G_{A_0A_1}G_{B_0B_1}}\right)^2 \left(\frac{1}{D_{1A_0A_1}} - \frac{1}{D_{2A_0A_1}}\right)^2 \times [2q_{A_0A_1}q_{B_0B_1}(q_{1C}q_{2C} + q_{12}q_{A_0A_1})]. \quad (33)$$

Cette expression est symétrique en (A_0, B_0), (A_1, B_1), C et D, car nous avons

$$q_{1C}q_{2C} + q_{12}q_{A_0A_1} = q_{1D}q_{2D} + q_{12}q_{B_0B_1} = \frac{1}{2}[(q_{1A_0} - q_{1A_1})(q_{2A_0} - q_{2A_1}) + (q_{1B_0} - q_{1B_1})(q_{2B_0} - q_{2B_1}) + q_{12}(q_{A_0A_1} + q_{B_0B_1})]. \quad (33\ bis)$$

Nous désignerons par R^{CC} l'expression

$$R_{CC} = q_{1C}q_{2C} + q_{12}q_{A_0A_1}. \quad (34)$$

2° Les champs C_0 et C_1 sont tous deux de type scalaire.

Nous avons ici

$$H'^{(1)} = \frac{g_{C_0A}g_{C_1B}g_{C_02}g_{C_12}}{2\hbar c\, G_{A_0A_1}G_{B_0B_1}}(U^*_{A_0}\alpha_4 U_{A_1})(U^*_{B_0}\alpha_4 U_{B_1}) \times \left\{\frac{U^*_1\alpha_4(\Lambda_C - \Lambda_1)\alpha_4 U_2}{D_{1A_0A_1}} - \frac{U^*_1\alpha_4(\Lambda_C - \Lambda_2)\alpha_4 U_2}{D_{2A_0A_1}}\right\} \quad (35)$$

et

$$|S|^2 = 2\left(\frac{g_{C_0A}g_{C_1B}g_{C_02}g_{C_12}}{2\hbar c\, G_{A_0A_1}G_{B_0B_1}}\right)^2 (q_{A_0A_1} - 2\mu_A^2)(q_{B_0B_1} - 2\mu_B^2) \times \left\{\frac{1}{(D_{1A_0A_1})^2}[R_{CC} - 2\mu_1(\mu_2 q_{1C} - \mu_1 q_{2C}) - 2\mu_c^2(q_{12} - 2\mu_1\mu_2)] - \frac{1}{(D_{2A_0A_1})^2}[R_{CC} - 2\mu_2(\mu_2 q_{1C} - \mu_1 q_{2C}) - 2\mu_c^2(q_{12} - 2\mu_1\mu_2)] - \frac{2}{D_{1A_0A_1}D_{2A_0A_1}}[R_{CC} + 2\mu_c^2(q_{12} - 2\mu_1\mu_2)]\right\}. \quad (36)$$

3° Les champs C_0 et C_1 sont tous deux de type vectoriel.

Ce cas sera en particulier le cas des interactions électromagnétiques, si nous avons $\mu_{C_0} \to 0$, $\mu_{C_1} \to 0$ et si nous posons

$$\left.\begin{array}{ll} g_{C_0A} = Z_A e, & g_{C_1B} = Z_B e. \\ g_{C_02} = g_{C_12} = g_{C_01} = g_{C_11} = e. & \end{array}\right\} \quad (37)$$

Nous avons ici

$$\overline{|H'^{(1)}|^2} = \left(\frac{g_{C_0A}g_{C_1B}g_{C_02}g_{C_12}}{2\hbar c\, G_{A_0A_1}G_{B_0B_1}}\right)^2 \times \frac{\mathrm{Tr}(\Lambda_{A_0}\alpha^\lambda\Lambda_{A_1}\alpha^{\lambda'})\,\mathrm{Tr}(\Lambda_{B_0}\alpha^\varkappa\Lambda_{B_1}\alpha^{\varkappa'})}{64K_{A_0}K_{A_1}K_{B_0}K_{B_1}K_1K_2} \left\{\frac{1}{(D_{1A_0A_1})^2}\mathrm{Tr}[\Lambda_1\alpha^\lambda(\Lambda_C - \Lambda_1)\alpha^\varkappa\Lambda_2\alpha^{\varkappa'}(\Lambda_C - \Lambda_1)\alpha^{\lambda'}] + \frac{1}{(D_{2A_0A_1})^2}\mathrm{Tr}[\Lambda_1\alpha^\varkappa(\Lambda_C - \Lambda_2)\alpha^\lambda\Lambda_2\alpha^{\lambda'}(\Lambda_C - \Lambda_2)\alpha^{\varkappa'}] - \frac{2}{D_{1A_0A_1}D_{2A_0A_1}}\mathrm{Tr}[\Lambda_1\alpha^\lambda(\Lambda_C - \Lambda_1)\alpha^\varkappa\Lambda_2\alpha^{\lambda'}(\Lambda_C - \Lambda_2)\alpha^{\varkappa'}]\right\}. \quad (38)$$

Le calcul de ces traces n'offre pas de difficultés par le procédé que nous avons indiqué ci-dessus.

Afin de donner au résultat une forme simple nous poserons

$$\Delta_A = q_{A_0A_1} + \mu_A^2, \qquad \Delta_B = q_{B_0B_1} + \mu_B^2 \quad (39)$$

et nous introduirons deux nouveaux types d'invariants à quatre et six indices :

d'une part

$$K_{ij,kl} = K_{ik}K_{jl} + K_{il}K_{jk} - q_{ij}K_{kl}, \quad (40)$$

symétrique en i et j et en k et l.

Par exemple nous avons

$$K_{A_0A_1,12} = K_{A_1,A_0,12} = K_{A_0A_1,21} = K_{A_01}K_{A_02} + K_{A_02}K_{A_11} - q_{A_0A_1}K_{12} \quad (41)$$

et, par suite,

$$K_{A_0A_1,Ci} = 0, \qquad K_{B_0B_1,Di} = 0, \quad (42)$$

quel que soit l'indice i.

D'autre part,

$$K_{ij,kl,mn} = K_{im}K_{kl,jn} + K_{jm}K_{kl,in} - q_{ij}K_{kl,mn} = K_{kl,ij,nm} = K_{kn}K_{ij,lm} + K_{ln}K_{ij,km} - q_{kl}K_{ij,nm} = K_{im}K_{jk}K_{ln} + K_{im}K_{jl}K_{kn} - q_{kl}K_{im}K_{jn} + K_{jm}K_{ik}K_{ln} + K_{jm}K_{il}K_{kn} - q_{kl}K_{jm}K_{in} - q_{ij}K_{km}K_{ln} - q_{ij}K_{ml}K_{kn} + q_{ij}q_{kl}K_{mn}. \quad (43)$$

On voit immédiatement sur cette expression que

$$K_{A_0A_1,B_0B_1,mD} = 0, \qquad K_{A_0A_1,B_0B_1,Cn} = 0, \quad (44)$$

quels que soient les indices m et n.

Nous obtenons alors

$$|S|^2 = 8\left(\frac{g_{C_0A}g_{C_1B}g_{C_02}g_{C_12}}{2\hbar c\, G_{A_0A_1}G_{B_0B_1}}\right)^2 \times \left[\frac{P}{(D_{1A_0A_1})^2} + \frac{Q}{(D_{2A_0A_1})^2} - \frac{R}{D_{1A_0A_1}D_{2A_0A_1}}\right], \quad (45)$$

avec

$$\left.\begin{aligned}
P = {} & \Delta_A\Delta_B(q_{1C}q_{2C}+q_{12}q_{A_0A_1})+(q_{A_0A_1}+q_{1C})K_{A_{01}A,B_0B_1,12}-K_{A_0A_1,11}K_{B_0B_1,22} \\
& +\Delta_A[q_{1C}K_{B_0B_1,22}+(q_{A_0A_1}+q_{1C})K_{B_0B_1,12}]+\Delta_B[q_{2D}K_{A_0A_1,11}+(q_{A_0A_1}+q_{1C})K_{A_0A_1,12}], \\
Q = {} & \Delta_A\Delta_B(q_{1C}q_{2C}+q_{12}q_{A_0A_1})+(q_{A_0A_1}+q_{2C})K_{A_0A_1,B_0B_1,21}-K_{A_0A_1,22}K_{B_0B_1,11} \\
& +\Delta_A[q_{2C}K_{B_0B_1,11}+(q_{A_0A_1}+q_{2C})K_{B_0B_1,12}]+\Delta_B[q_{1D}K_{A_0A_1,22}+(q_{A_0A_1}+q_{2C})K_{A_0A_1,12}], \\
R = {} & (q_{1C}q_{2C}+q_{12}q_{A_0A_1})(K_{A_0A_1,B_0B_1}+K_{B_0B_1,A_0A_1}-\Delta_A\mu_B^2-\Delta_B\mu_A^2) \\
& +2K_{A_0A_1,12}K_{B_0B_1,12}+\Delta_A[q_{2D}K_{B_0B_1,11}+q_{1D}K_{B_0B_1,22}+(2q_{12}-q_{CD})K_{B_0B_1,12}] \\
& +\Delta_B[q_{2C}K_{A_0A_1,11}+q_{1C}K_{A_0A_1,22}+(2q_{12}-q_{CD})K_{A_0A_1,12}] \\
& -[(q_{1C}+q_{A_0A_1})K_{A_0A_1,B_0B_1,21}+(q_{2C}+q_{A_0A_1})K_{A_0A_1,B_0B_1,12}].
\end{aligned}\right\} \quad (46)$$

Sur cette expression, le rôle symétrique joué par les particules A et B apparait en évidence.

4° L'un des champs, soit C_0, est de type vectoriel, l'autre C_1 de type pseudo-scalaire

$$\begin{aligned}
H'^{(1)} = {} & \frac{g_{C_0A}g_{C_1B}}{2\hbar c\,G_{A_0A_1}G_{B_0B_1}}(U^*_{A_0}\alpha^\lambda U_{A_1})(U^*_{B_0}\alpha_5 U_{B_1}) \\
& \times\left\{\frac{g_{C_01}g_{C_12}}{D_{1A_0A_1}}[U_1^*\alpha^\lambda(\Lambda_C-\Lambda_1)\alpha_5U_2]-\frac{g_{C_02}g_{C_11}}{D_{2A_0A_1}}[U_1^*\alpha_5(\Lambda_C-\Lambda_2)\alpha_\lambda U_2]\right\},
\end{aligned} \quad (47)$$

d'où

$$\begin{aligned}
|S|^2 = {} & \left(\frac{g_{C_0A}g_{C_1B}}{2\hbar c\,G_{A_0A_1}G_{B_0B_1}}\right)^2 4q_{B_0B_1} \\
& \times\left\{\left(\frac{g_{C_01}g_{C_12}}{D_{1A_0A_1}}\right)^2[q_{2D}K_{A_0A_1,11}+(q_{A_0A_1}+q_{1C})K_{A_0A_1,12}+\Delta_A(q_{1C}q_{2C}+q_{A_0A_1}q_{12})]\right. \\
& +\left(\frac{g_{C_02}g_{C_11}}{D_{2A_0A_1}}\right)^2[q_{1D}K_{A_0A_1,22}+(q_{A_0A_1}+q_{2C})K_{A_0A_1,12}+\Delta_A(q_{1C}q_{2C}+q_{A_0A_1}q_{12})] \\
& \left.-\frac{g_{C_01}g_{C_02}g_{C_11}g_{C_12}}{D_{1A_0A_1}D_{2A_0A_1}}[q_{2C}K_{A_0A_1,11}+q_{1C}K_{A_0A_1,22}+(2q_{12}-q_{CD})K_{A_0A_1,12}-2\Delta_A(q_{1C}q_{2C}+q_{A_0A_1}q_{12})]\right\}.
\end{aligned} \quad (48)$$

5° L'un des champs, soit C_0, est de type vectoriel, l'autre C_1 de type scalaire. Ce cas nous semble donner une approximation covariante acceptable du cas C_0 vectoriel, C_1 vectoriel traité en 3° pour le choc d'une particule A chargée sur une particule B beaucoup plus lourde que A et E. Nous avons ici α_4 au lieu de α_5 dans l'élément de matrice (47) et nous obtenons de même, écrivant $q_{\overline{12}}$ pour $q_{12}-\mu_1\mu_2$,

$$\begin{aligned}
|S|^2 = {} & \left(\frac{g_{C_0A}g_{C_1B}}{2\hbar c\,G_{A_0A_1}G_{B_0B_1}}\right)^2 4(q_{B_0B_1}-2\mu_B^2) \\
& \times\left\{\left(\frac{g_{C_01}g_{C_12}}{D_{1A_0A_1}}\right)^2[(q_{\overline{12}}-q_{2C})K_{A_0A_1,11}+(q_{A_0A_1}+q_{1C})K_{A_0A_1,12}+\Delta_A(q_{1C}q_{2C}+q_{A_0A_1}q_{\overline{12}})]\right. \\
& +\left(\frac{g_{C_02}g_{C_11}}{D_{2A_0A_1}}\right)^2[(q_{\overline{12}}-q_{1C})K_{A_0A_1,22}+(q_{A_0A_1}+q_{1C})K_{A_0A_1,12}+\Delta_A(q_{1C}q_{2C}+q_{A_0A_1}q_{\overline{12}})] \\
& \left.-\frac{g_{C_01}g_{C_02}g_{C_11}g_{C_12}}{D_{1A_0A_1}D_{2A_0A_1}}[q_{2C}K_{A_0A_1,11}+q_{1C}K_{A_0A_1,22}-2\Delta_A(q_{1C}q_{2C}+q_{A_0A_1}q_{\overline{12}})+K_{A_0A_1,12}(2q_{\overline{12}}-q_{CD})]\right\}.
\end{aligned} \quad (49)$$

6° L'un des champs, soit C_0, est de type scalaire, C_1 étant de type pseudo-scalaire. A partir de

$$\begin{aligned}
H'^{(1)} = {} & \frac{g_{C_0A}g_{C_1B}}{2\hbar c}\,\frac{(U^*_{A_0}\alpha_4U_{A_1})(U^*_{B_0}\alpha_5U_{B_1})}{G_{A_0A_1}G_{B_0B_1}} \\
& \times\left\{\frac{g_{C_01}g_{C_12}}{D_{1A_0A_1}}[U_1^*\alpha_4(\Lambda_C-\Lambda_1)\alpha_5U_2]-\frac{g_{C_02}g_{C_11}}{D_{2A_0A_1}}[U_1^*\alpha_5(\Lambda_C-\Lambda_2)\alpha_4U_2]\right\},
\end{aligned} \quad (50)$$

on obtient sans difficulté, utilisant la notation R_{CC} définie en (34)

$$\begin{aligned}
|S|^2 = {} & \left(\frac{g_{C_0A}g_{C_1B}}{2\hbar c\,G_{A_0A_1}G_{B_0B_1}}\right)^2 2q_{B_0B_1}(q_{A_0A_1}-2\mu_A^2)\left\{\left(\frac{g_{C_01}g_{C_12}}{D_{1A_0A_1}}\right)^2[R_{CC}+2\mu_c^2(q_{A_0A_1}+q_{1C}-q_{2D})]\right. \\
& +\left(\frac{g_{C_02}g_{C_11}}{D_{2A_0A_1}}\right)^2[R_{CC}+2\mu_c^2(q_{A_0A_1}+q_{2C}-q_{1D})] \\
& \left.-\frac{2g_{C_01}g_{C_02}g_{C_11}g_{C_12}}{D_{1A_0A_1}D_{2A_0A_1}}[R_{CC}+\mu_c^2(q_{1C}+q_{2C}+2q_{A_0A_1}-q_{1D}-q_{2D})]\right\}.
\end{aligned} \quad (51)$$

4. **Evaluation de $|S|^2$ dans le problème II (A et B indiscernables).** — Nous avons supposé jusqu'ici la discernabilité des particules A, B, E. Nous allons maintenant examiner quelques cas de discernabilité partielle. La complication des formules nous obligera à nous borner aux problèmes II et III et, pour ceux-ci, aux champs C_0 ou C_1 des types pseudo-scalaire et scalaire.

Nous allons d'abord examiner le problème II : Identité entre les particules A et B restant discernables de E. L'application du principe d'exclusion de Pauli nous conduit à remplacer l'élément de matrice (27) par l'expression correspondante. antisymétrique par rapport aux indices A_1 et B_1.

Nous serons alors conduit à introduire les dénominateurs

$$\left.\begin{aligned} G_{A_0A_1} &= 2q_{A_0A_1} - \mu_{C_0}^2, & G_{B_0B_1} &= 2q_{B_0B_1} - \mu_{C_0}^2; \\ G_{A_0B_1} &= 2q_{A_0B_1} - \mu_{C_0}^2, & G_{B_0A_1} &= 2q_{B_0A_1} - \mu_{C_0}^2 \end{aligned}\right\} \quad (52)$$

avec identité dans la nature des champs C_0 et C_1, d'où

$$g_{C_0A} = g_{C_0B}, \qquad g_{C_01} = g_{C_11}, \qquad g_{C_02} = g_{C_12}.$$

Nous introduirons relativement à chacun des corpuscules A et B deux reculs caractérisés par les indices C_1, C_2 et D_1, D_2 avec

$$\left.\begin{aligned} K_{C_1}^{\mu} &= K_{A_0}^{\mu} - K_{A_1}^{\mu}, & K_{D_1}^{\mu} &= K_{B_0}^{\mu} - K_{B_1}^{\mu}; \\ K_{C_2}^{\mu} &= K_{A_0}^{\mu} - K_{B_1}^{\mu}, & K_{D_2}^{\mu} &= K_{B_0}^{\mu} - K_{A_1}^{\mu}; \end{aligned}\right\} \quad (53)$$

d'où

$$\Lambda_{C_1} = \Lambda_{A_0} - \Lambda_{A_1}, \qquad \Lambda_{C_2} = \Lambda_{A_0} - \Lambda_{B_1}, \quad (54)$$

$$\Lambda_{C_1} + \Lambda_{D_1} = \Lambda_{C_2} + \Lambda_{D_2} = \Lambda_1 + \Lambda_2, \quad (55)$$

et

$$\left.\begin{aligned} D_{1A_1A_0} &= q_{A_1A_0} + q_{1C_1}, & D_{2A_0A_1} &= q_{A_0A_1} + q_{2C_1}; \\ D_{1A_0B_1} &= q_{A_0B_1} + q_{1C_2}, & D_{2A_0B_1} &= q_{A_0B_1} + q_{2C_2}. \end{aligned}\right\} \quad (56)$$

Nous considérons successivement les cas où C_0 et C_1 sont de type pseudo-scalaire ou de type scalaire.

1° *Interactions pseudo-scalaires.* — Nous avons

$$\begin{aligned} H'^{(1)} = {} & \frac{g_{C_0A}^2 g_{C_01} g_{C_02}}{2\hbar c} \\ & \times \Bigg\{ \frac{1}{G_{A_0A_1} G_{B_0B_1}} \left(\frac{1}{D_{1A_0A_1}} - \frac{1}{D_{2A_0A_1}} \right) \\ & \quad \times (U_{A_0}^* \alpha_5 U_{A_1})(U_{B_0}^* \alpha_5 U_{B_1})(U_1^* \alpha_5 \Lambda_{C_1} \alpha_5 U_2) \\ & - \frac{1}{G_{A_0B_1} G_{B_0A_1}} \left(\frac{1}{D_{1A_0B_1}} - \frac{1}{D_{2A_0B_1}} \right) \\ & \quad \times (U_{A_0}^* \alpha_5 U_{B_1})(U_{B_0}^* \alpha_5 U_{A_1})(U_1^* \alpha_5 \Lambda_{C_2} \alpha_5 U_2) \Bigg\}; \end{aligned} \quad (57)$$

on en déduit immédiatement

$$\begin{aligned} |S|^2 = \left(\frac{g_{C_0A}^2 g_{C_01} g_{C_02}}{2\hbar c} \right)^2 \Bigg\{ & \left(\frac{1}{D_{1A_0A_1}} - \frac{1}{D_{2A_0A_1}} \right)^2 \frac{2 q_{A_0A_1} q_{B_0B_1}}{G_{A_0A_1}^2 G_{B_0B_1}^2} (q_{1C_1} q_{2C_1} + q_{12} q_{A_0A_1}) \\ & + \left(\frac{1}{D_{1A_0B_1}} - \frac{1}{D_{2A_0B_1}} \right)^2 \frac{2 q_{A_0B_1} q_{B_0A_1}}{G_{A_0B_1}^2 G_{B_0A_1}^2} (q_{1C_2} q_{2C_2} + q_{12} q_{A_0B_1}) \\ & - \left(\frac{1}{D_{1A_0A_1}} - \frac{1}{D_{2A_0A_1}} \right) \left(\frac{1}{D_{1A_0B_1}} - \frac{1}{D_{2A_0B_1}} \right) \\ & \times \frac{(q_{A_0A_1} q_{B_0B_1} + q_{A_0B_1} q_{A_1B_0} - q_{A_0B_0} q_{A_1B_1})(q_{1C_1} q_{2C_2} + q_{1C_2} q_{2C_1} - q_{12} q_{C_1C_2})}{2 G_{A_0A_1} G_{B_0B_1} G_{A_0B_1} G_{B_0A_1}} \Bigg\}. \end{aligned} \quad (58)$$

Remarquons que

$$\left.\begin{aligned} 2R_{C_1C_2} &= q_{1C_1} q_{2C_2} + q_{1C_2} q_{2C_1} - q_{12} q_{C_1C_2} \\ &= q_{1D_1} q_{2D_2} + q_{1D_2} q_{2D_1} - q_{12} q_{D_1D_2}, \\ R_{C_1C_1} &= q_{1C_1} q_{2C_1} + q_{12} q_{A_0A_1} = q_{1D_1} q_{2D_1} + q_{12} q_{B_0B_1}, \\ R_{C_2C_2} &= q_{1C_2} q_{2C_2} + q_{12} q_{A_0A_1} = q_{1D_2} q_{2D_2} + q_{12} q_{B_0A_1}. \end{aligned}\right\} \quad (59)$$

2° *Interactions scalaires.* — Dans ce cas (qui constitue une première approximation covariante pour le cas vectoriel), nous avons

$$\begin{aligned} H'^{(1)} = {} & \frac{g_{C_0A}^2 g_{C_01} g_{C_02}}{2\hbar c} \\ & \times \Bigg\{ \frac{(U_{A_0}^* \alpha_4 U_{A_1})(U_{B_0}^* \alpha_4 U_{B_1})}{G_{A_0A_1} G_{B_0B_1}} \\ & \quad \times \left[\frac{U_1^* \alpha_4 (\Lambda_{C_1} - \Lambda_1) \alpha_4 U_2}{D_{1A_0A_1}} - \frac{U_1^* \alpha_4 (\Lambda_{C_1} - \Lambda_2) \alpha_4 U_2}{D_{2A_0A_1}} \right] \\ & - \frac{(U_{A_0}^* \alpha_4 U_{B_1})(U_{B_0}^* \alpha_4 U_{A_1})}{G_{A_0B_1} G_{B_0A_1}} \\ & \quad \times \left[\frac{U_1^* \alpha_4 (\Lambda_{C_2} - \Lambda_1) \alpha_4 U_2}{D_{1A_0B_1}} - \frac{U_1^* \alpha_4 (\Lambda_{C_2} - \Lambda_1) \alpha_4 U_2}{D_{2A_0B_1}} \right] \Bigg\}. \end{aligned} \quad (60)$$

Le calcul de $|S|^2$ s'effectue sans difficultés. Introduisant les expressions $R_{C_1C_2}$, $R_{C_1C_1}$, $R_{C_2C_2}$ définies par (59), ainsi que $q_{\bar{1}2} = q_{12} - 2\mu_1\mu_2$, nous obtenons

$$\begin{aligned} |S|^2 = {} & \left(\frac{g_{C_0A}^2 g_{C_01} g_{C_02}}{2\hbar c} \right)^2 \\ & \times \Bigg\{ \frac{2(q_{A_0A_1} - 2\mu_A^2)(q_{B_0B_1} - 2\mu_B^2)}{G_{A_1A_0}^2 G_{B_0B_1}^2} \Bigg[\frac{R_{C_1C_1} - 2\mu_e^2 q_{\bar{1}2} - 2\mu_e^2 (q_{2C_1} - q_{1C_1})}{(D_{1A_0A_1})^2} \\ & \qquad + \frac{R_{C_1C_1} - 2\mu_e^2 q_{\bar{1}2} + 2\mu_e^2 (q_{1C_1} - q_{2C_1})}{(D_{2A_0A_1})^2} - \frac{2(R_{C_1C_1} + 2\mu_e^2 q_{\bar{1}2})}{D_{1A_0A_1} D_{2A_0A_1}} \Bigg] \end{aligned}$$

$$+\ \text{symétrique}\,(A_1, B_1, C_1 \to B_1, A_1, C_2)$$

$$-\frac{[(q_{A_0A_1}-2\mu_A^2)(q_{B_0B_1}-2\mu_A^2)+(q_{A_0B_1}-2\mu_A^2)(q_{B_0A_1}-2\mu_A^2)-q_{A_0B_0}q_{A_1B_1}]}{G_{A_0A_1}G_{B_0B_1}G_{A_0B_1}G_{B_0A_1}}$$

$$\times\Big[\ \frac{1}{D_{1A_0A_1}D_{1A_0B_1}}[R_{C_1C_3}-2\mu_e^2 q_{\bar{1}2}+\mu_e^2(q_{2C_1}+q_{2C_3}-q_{1C_1}-q_{1C_2})]$$

$$+\frac{1}{D_{2A_0A_1}D_{2A_0B_1}}[R_{C_1C_2}-2\mu_e^2 q_{\bar{1}2}+\mu_e^2(q_{1C_1}+q_{1C_2}-q_{2C_1}-q_{2C_2})]$$

$$-\frac{1}{D_{1A_0A_1}D_{2A_0B_1}}[R_{C_1C_3}+2\mu_e^2 q_{\bar{1}2}+\mu_e^2(q_{1C_1}+q_{2C_2}-q_{1C_2}-q_{2C_1})]$$

$$-\frac{1}{D_{2A_0A_1}D_{1A_0B_1}}[R_{C_1C_2}+2\mu_e^2 q_{\bar{1}2}+\mu_e^2(q_{2C_1}+q_{1C_2}-q_{1C_1}-q_{2C_2})]\Big]\Big\}. \qquad (61)$$

5. **Evaluation de $|S|^2$ dans le problème III.** — Le problème III, indiscernabilité des particules A et E, nous conduit à considérer l'expression correspondant à l'élément de matrice (27), rendue antisymétrique par rapport aux indices A_1 et 2.

Ici nous introduisons deux reculs de la particule A caractérisés par les indices C_1 et C_3 définis par

$$K^{\mu}_{C_1}=K^{\mu}_{A_0}-K^{\mu}_{A_1}, \qquad K_{C_3}=K^{\mu}_{A_0}-K^{\mu}_{2} \qquad (62)$$

et nous poserons sans considérer *a priori* l'identité des champs C_0 et C_1

$$G_{A_0A_1}=2q_{A_0A_1}-\mu^2_{C_0}, \qquad G_{B_0B_1}=2q_{B_0B_1}-\mu^2_{C_1},$$

$$G_{A_02}=2q_{A_02}-\mu^2_{C_0};$$

$$D_{1A_02}=q_{A_02}+q_{1C_3},$$

$$D_{A_1A_02}=q_{2A_0}+q_{A_1C_3}=D_{1B_0B_1}=D_{2A_0A_1}. \qquad (63)$$

Nous allons examiner successivement les cas des champs C_0 et C_1 de type, soit pseudo-scalaire, soit scalaire.

1° C_0 *et* C_1 *tous deux de type pseudoscalaire.* — Nous avons

$$H'^{(1)}=\frac{g_{C_0A}g_{C_1B}}{2\hbar c\,G_{B_0B_1}}(U^{\star}_{B_0}\alpha_5 U_{B_1})$$

$$\times\Big\{\ \Big(\frac{g_{C_01}g_{C_12}}{D_{1A_0A_1}}-\frac{g_{C_02}g_{C_11}}{D_{1B_0B_1}}\Big)\times\frac{(U_{A_0}\alpha_5U_{A_1})(U_1^{\star}\alpha_5\Lambda_{C_1}\alpha_5U_2)}{G_{A_0A_1}}$$

$$-\Big(\frac{g_{C_01}g_{C_12}}{D_{1A_02}}-\frac{g_{C_02}g_{C_11}}{D_{1B_0B_1}}\Big)\times\frac{(U^{\star}_{A_0}\alpha_5U_2)(U_1^{\star}\alpha_5\Lambda_{C_3}\alpha_5U_{A_1})}{G_{A_02}}\Big\} \qquad (64)$$

et immédiatement

$$|S|^2=\Big(\frac{g_{C_0A}g_{C_1B}}{2\hbar c\,G_{B_0B_1}}\Big)^2 q_{B_0B_1}$$

$$\Big\{\Big(\frac{g_{C_01}g_{C_12}}{D_{1A_0A_1}}-\frac{g_{C_02}g_{C_11}}{D_{1B_0B_1}}\Big)^2\frac{2q_{A_0A_1}(q_{1C_1}q_{2C_1}+q_{12}q_{A_0A_1})}{(G_{A_0A_1})^2}$$

$$+\Big(\frac{g_{C_01}g_{C_12}}{D_{1A_02}}-\frac{g_{C_02}g_{C_11}}{D_{1B_0B_1}}\Big)^2\frac{2q_{A_02}(q_{1C_3}q_{A_1C_3}+q_{1A_1}q_{A_02}]}{(G_{A_02})^2}$$

$$-\Big(\frac{g_{C_01}g_{C_12}}{D_{1A_0A_1}}-\frac{g_{C_02}g_{C_11}}{D_{1B_0B_1}}\Big)\Big(\frac{g_{C_01}g_{C_12}}{D_{1A_02}}-\frac{g_{C_02}g_{C_11}}{D_{1B_0B_1}}\Big)\frac{1}{G_{A_0A_1}G_{A_02}}$$

$$\times[2q_{A_0A_1}(q_{A_01}q_{A_02}-q_{12}q_{2A_1})+q_{2A_1}(q_{A_0A_1}q_{12}+q_{A_01}q_{2A_1}-q_{A_02}q_{1A_1})$$

$$-q_{A_0A_1}(q_{A_01}q_{2A_1}+q_{1A_1}q_{A_02}-q_{12}q_{A_0A_1})-q_{A_02}(q_{A_0A_1}q_{12}+q_{1A_0}q_{2A_1}-q_{1A_1}q_{2A_0})]\Big\}. \qquad (65)$$

2° C_0 *et* C_1 *tous deux de type scalaire.* — Dans ce cas, le calcul est plus compliqué,

En effet, nous avons ici

$$H'^{(1)}=\frac{g_{C_0A}g_{C_1B}(U^{\star}_{B_0}\alpha_4U_{B_1})}{2\hbar c\,G_{B_0B_1}}$$

$$\times\Big\{\ \frac{(U^{\star}_{A_0}\alpha_4U_{A_1})}{G_{A_0A_1}}\Big[\frac{g_{C_01}g_{C_12}}{D_{1A_0A_1}}[U_1^{\star}\alpha_4(\Lambda_{C_1}-\Lambda_1)\alpha_4U_2]-\frac{g_{C_02}g_{C_11}}{D_{1B_0B_1}}[U_1^{\star}\alpha_4(\Lambda_{C_1}-\Lambda_2)\alpha_4U_2]\Big]$$

$$-\frac{(U^{\star}_{A_1}\alpha_4U_2)}{G_{A_02}}\Big[\frac{g_{C_01}g_{C_12}}{D_{1A_02}}[U_1^{\star}\alpha_4(\Lambda_{C_3}-\Lambda_1)\alpha_4U_{A_1}]-\frac{g_{C_02}g_{C_11}}{D_{1B_0B_1}}[U_1^{\star}\alpha_4(\Lambda_{C_3}-\Lambda_2)\alpha_4U_{A_1}]\Big]\Big\}. \qquad (66)$$

Pour le calcul de $|S|^2$, nous sommes conduit à introduire le covariant à six indices

$$
\begin{aligned}
&\ldots A_1, 1, 2; X, Y) \\
&\quad q_{\bar{A}_0 2}(q_{\bar{1}X}\, q_{\bar{A}_1 Y} + q_{\bar{1}Y}\, q_{\bar{A}_1 X}) + q_{\bar{A}_0 A_1}(q_{\bar{1}X}\, q_{\bar{2}Y} + q_{\bar{1}Y}\, q_{\bar{2}X}) \\
&- q_{A_1 2}(q_{A_0 X} q_{\bar{A}_1 Y} + q_{\bar{1}X}\, q_{A_0 Y}) + q_{\bar{A}_0 1}\,(q_{\bar{A}_1 X} q_{\bar{2}Y} - q_{\bar{A}_1 Y} q_{\bar{2}X}) \\
&+ q_{A_1 1}(q_{\bar{2}X}\, q_{A_0 Y} - q_{\bar{2}Y}\, q_{A_0 X}) + q_{12}\,(q_{A_0 X} q_{\bar{A}_1 Y} - q_{A_0 Y} q_{\bar{A}_1 X}) \\
&- q_{XY}(q_{\bar{A}_0 A_1} q_{12} + q_{\bar{A}_0 2} q_{A_1 1} - q_{\bar{A}_0 1} q_{A_1 2})
\end{aligned}
\tag{67}
$$

avec la convention

$$q_{\bar{i}\bar{j}} = q_{ij} - 2\mu_i\mu_j = K_{ij} - \mu_i\mu_j.$$

Nous obtenons alors

$$
\begin{aligned}
= &\left[\text{Expression (36)} + \text{symétrique}\begin{pmatrix} A_1, 2 \to 2, A_1 \\ C_1 \to C_3 \end{pmatrix}\right] \\
&- \left(\frac{g_{C_0 A}\, g_{C_1 B}}{2\hbar_c\, G_{B_0 B_1}}\right)^2 \frac{(q_{B_0 B_1} - 2\mu_B^2)}{2\, G_{A_0 A_1}\, G_{A_0 2}} \\
&\times \left\{ \frac{g^2_{C_0 1}\, g^2_{C_1 2}}{D_{1 A_0 A_1} D_{1 A_0 2}} \quad R(A_0, A_1, 1, 2; C_1 - 1, C_3 - 1) \right. \\
&+ \frac{g^2_{C_0 2}\, g^2_{C_1 1}}{D^2_{1 B_0 B_1}} \quad R(A_0, A_1, 1, 2; C_1 - 2, C_1 - 2) \\
&- \frac{g_{C_0 1}\, g_{C_0 2}\, g_{C_1 1}\, g_{C_1 2}}{D_{1 A_0 A_1} D_{1 B_0 B_1}} \quad R(A_0, A_1, 1, 2; C_1 - 1, C_1 - 2) \\
&\left. - \frac{g_{C_0 1}\, g_{C_0 2}\, g_{C_1 1}\, g_{C_1 2}}{D_{1 A_0 2} D_{1 B_0 B_1}} \quad R(A_0, A_1, 1, 2; C_1 - 2, C_3 - 1) \right\}.
\end{aligned}
\tag{68}
$$

Dans le cas des interactions vectorielles, on est conduit pour les problèmes II et III à des expressions très compliquées, qu'il ne semble pas possible de ramener à un petit nombre de termes d'interprétation simple.

Il en est de même pour C_0 et C_1 de types scalaire ou pseudo-scalaire dans le cas du problème IV.

En effet, dans ce problème, nous devons remplacer l'élément de matrice (27) par l'expression correspondante rendue complètement antisymétrique par rapport aux indices A_1, B_1, 2 et, par suite, nous devons remplacer l'expression (27) écrite $H'^{(1)}_{(A_1, B_1, 2)}$ par la combinaison

$$
\begin{aligned}
H'^{(1)}_{(A_1, B_1, 2)} - H'^{(1)}_{(A_1, 2, B_1)} + H'^{(1)}_{(B_1, 2, A_1)} \\
- H'^{(1)}_{(B_1, A_1, 2)} + H'^{(1)}_{(2, A_1, B_1)} - H'^{(1)}_{(2, B_1, A_1)}
\end{aligned}
\tag{69}
$$

en introduisant trois reculs caractérisés par des indices

$$C_1 = A_0 - A_1, \quad C_2 = A_0 - B_1, \quad C_3 = A_0 - 2. \tag{70}$$

$|S|^2$ s'exprime alors par une somme de 36 termes facilement calculables dans le cas pseudo-scalaire, mais beaucoup trop longue pour que nous la donnions ici.

La complexité des formules auxquelles on arrive dans le cas vectoriel (correspondant notamment aux interactions électromagnétiques) dès que l'on veut considérer le choc de particules identiques (problèmes II, III, et IV) impose une limite pratique à tous les calculs que l'on peut faire en appliquant la méthode des perturbations classique avec son formalisme actuel.

Seule une méthode qui, tout en respectant la covariance du formalisme, permettrait d'effectuer les intégrations successives intervenant dans l'expression générale de la section efficace différentielle préalablement au calcul de $|S|^2$, pourrait donner un sens à la méthode des perturbations appliquée à des processus faisant intervenir un grand nombre de corpuscules.

Manuscrit reçu le 4 juin 1951.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] *Voir*, par exemple, HEITLER W. — *The quantum theory of radiation*, 203; BHABHA H. J. — *Proc. Roy. Soc.* London, 1935, A **152**, 559 et *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1935, **31**, 394; RACAH G. — *Nuovo Cimento*, 1936, **13**, 66 et 1937, **14**, 93-113.

[2[HOOPER J. E., KING D. T. et MORRIS A. F. — *Phil. Mag.*, 1951, **42**, 309.

[3] PETIAU G. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 2262; 1950, **231**, 119, 825 et 1038; 1951, **232**, 153 et 701.

[4] PERRIN F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1933, **197**, 1100 et 1302.

[5] PETIAU G. — *J. Phys. Rad.*, 1951, **12**, 112.

ESSAIS D'UTILISATION DE LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE EN PHOSPHORESCENCE

Par Daniel CURIE.
Laboratoire de luminescence (P. C. B.), Faculté des Sciences de Paris.

Sommaire. — La Mécanique Ondulatoire ne permet pas de déduire exactement des faits expérimentaux les fonctions d'onde des électrons dans les pièges et dans les bandes de conductibilité, mais elle permet d'étudier la valeur des diverses hypothèses que l'on peut faire *a priori* sur la nature des pièges et sur le mécanisme de sortie.

On discute d'abord les idées de T. Muto, suivant lesquelles le piège est constitué par un seul niveau métastable au-dessous de la bande de conductibilité et la sortie s'effectue par absorption d'un seul quantum d'agitation thermique d'énergie suffisante. Le principe peut en être retenu si l'on admet l'existence d'une très faible proportion d'ondes de fréquence nettement supérieure à la fréquence de Debye.

On peut aussi envisager une sortie par absorption de plusieurs quanta thermiques, l'augmentation de l'énergie de l'électron dans le piège s'effectuant progressivement. D'autres hypothèses ont été considérées, mais on a été amené à les rejeter.

Enfin, dans un appendice, on montre que l'électron venant de quitter un piège est localisé et doit être décrit par un paquet de fonctions de Bloch (état non stationnaire), s'élargissant rapidement. La répartition spatiale des pièges autour des centres a donc de profondes répercussions sur la loi de déclin.

1. **Exposition de la question.** — Nous nous bornerons ici à l'étude de la phosphorescence d'un cristal, due à la sortie des électrons des pièges sous l'action de l'agitation thermique. Nous excluons l'étude des phénomènes lumineux dus à l'action d'une irradiation infrarouge sur ces pièges (stimulation).

Ce problème nécessite la connaissance :

a. des fonctions d'onde des électrons dans les bandes de conductibilité et dans les niveaux localisés (pièges et centres);

b. du mécanisme de l'interaction causant la transition entre ces différents états.

Or, on sait que les niveaux localisés, s'ils sont dus à la présence des atomes de phosphorogène, ne sont pas simplement des niveaux de ces atomes, mais des niveaux de complexes les renfermant et de déformations situées dans le voisinage de ces complexes, sur lesquels on ignore à peu près tout, si ce n'est que les phénomènes de phosphorescence en résultant dépendent essentiellement du mode de préparation. Ces niveaux ne peuvent pas non plus, surtout dans les sulfures, être représentés par un modèle aussi simple que les centres F dans les halogénures alcalins, par exemple.

On sait que les électrons excités dans les bandes, à l'équilibre, sont répartis suivant la statistique de Fermi; mais ce fait ne permet pas de rien affirmer sur le mécanisme qui produit l'arrivée dans les bandes excitées. Or, c'est ce mécanisme qui est fondamental pour l'étude de la phosphorescence, laquelle n'est d'ailleurs pas un phénomène d'équilibre.

Il en résulte que, tandis qu'il est de très nombreuses publications sur les semi-conducteurs (conductibilité, effet Hall, etc.), il ne semble exister en phosphorescence que deux Mémoires de T. Muto [1].

2. **Résumé des travaux antérieurs.** — On trouvera dans ce paragraphe une brève étude de ces Mémoires. Muto admet pour l'électron dans la bande de conductibilité une fonction de Bloch

$$\psi_{\mathbf{k}} = u(\mathbf{r})\, e^{2\pi i \mathbf{k}\mathbf{r}}. \qquad (2.1)$$

$\mathbf{r}$, rayon vecteur; $\mathbf{k}$, vecteur de propagation; $u(\mathbf{r})$, fonction triplement périodique ayant la périodicité du cristal.

Il suppose que les pièges sont des niveaux des atomes étrangers. Il admet donc pour l'électron dans le piège une fonction de la forme

$$\psi_p = \sum_{\mathbf{g}} a_{\mathbf{g}}(\mathbf{k})\, \psi[\mathbf{r} - \mathbf{r}(\mathbf{g})], \qquad (2.2)$$

où $\psi[\mathbf{r} - \mathbf{r}(\mathbf{g})]$ décrit l'impureté située au point $\mathbf{r}(\mathbf{g})$. Nous avons vu dans le paragraphe précédent que cette supposition paraît trop simplifiée, ce qui est, du reste, sans importance car dans la suite de ses calculs cet auteur n'utilise pas la forme explicite des fonctions ψ_p.

Dans son premier Mémoire, Muto néglige l'existence des centres luminescents. Il suppose que l'émission lumineuse se produit lors de la transition de la bande B à la bande A (*fig.* 1). Ceci est incorrect; l'expérience et la théorie montrent, en effet, qu'un cristal parfait, sans centres (impuretés ou atomes intersticiels), n'est pas luminescent.

Dans un second Mémoire, Muto introduit les centres (*fig.* 2), décrits par des fonctions ψ_c de forme (2.2); comme il n'utilise pas la forme explicite de ψ_c, les développements mathématiques dans ses deux publications sont pratiquement identiques.

L'hamiltonien du système cristal + électron + radiation s'écrit

$$H = H_{\mathrm{P}}^0 + H_{\mathrm{R}}^0 + H_{\mathrm{L}}^0 + H_{\mathrm{P,R}}^1 + H_{\mathrm{P,L}}^1 + H_{\mathrm{L,R}}^1, \qquad (2.3)$$

H_{P}^{0}, partie relative à la particule dans le champ du réseau, dont les fonctions propres sont les fonctions de Bloch;

H_{R}^{0}, partie relative au champ de radiation de fréquences ν_r; ses valeurs propres sont les

$$W_{\mathrm{R}}^{0} = \sum_{r} N_r h \nu_r,$$

N_r étant le nombre de photons $h\nu_r$;

H_{L}^{0}, partie relative à la vibration du réseau cristallin (lattice); ses valeurs propres sont :

$$W_{\mathrm{L}}^{0} = \sum_{\mathbf{q}, j} \left(n_{\mathbf{q}, j} - \frac{1}{2} \right) h \nu_{\mathbf{q}, j},$$

où $\mathbf{q}$ décrit la propagation et j précise si la vibration est longitudinale ($j = 1$) ou transversale ($j = 2, 3$).



Fig. 1.   Fig. 2.

Le nombre $n_{\mathbf{q}.j}$ de quanta de la vibration $\mathbf{q}$, j est à l'équilibre thermique

$$n_{\mathbf{q}, j} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu_{\mathbf{q}, j}}{kT}} - 1}. \qquad (2.4)$$

Ces trois termes définissent l'hamiltonien H^0 du système non perturbé. Les trois termes suivants de (2.3) définissent la perturbation H^1. On en connaît bien les éléments de matrice. Seuls sont différents de zéro :

— pour $H_{\mathrm{P,R}}^{1}$ (interaction entre particule et radiation) ceux qui correspondent à l'émission ou à l'absorption d'un photon, s'accompagnant d'un changement d'état de l'électron, caractérisé par J

$$(J'', N_r \pm 1 \mid H_{\mathrm{P,R}}^{1} \mid J', N_r); \qquad (2.5)$$

— pour $H_{\mathrm{P,L}}^{1}$ (interaction entre particule et ondes d'agitation thermique du réseau), les éléments

$$(J'', n_{\mathbf{q}.j} \pm 1 \mid H_{\mathrm{P,L}}^{1} \mid J', n_{\mathbf{q}, j}). \qquad (2.6)$$

Les éléments (2.5) sont calculés en théorie quantique des champs et (2.6) en théorie de la conductibilité. Les éléments de $H_{\mathrm{L,R}}^{1}$ (absorption de lumière par le réseau) n'interviennent pas dans les phénomènes de phosphorescence.

Alors, l'équation d'évolution du système perturbé

$$H\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

peut être écrite

$$i\hbar \frac{\partial \psi_m}{\partial t} = W_m \psi_m + \sum_n (m \mid H^1 \mid n) \psi_n, \qquad (2.7)$$

où les W_m et ψ_m sont les énergies et fonctions d'onde des états entre lesquels les transitions sont possibles et $(m \mid H^1 \mid n)$ est une écriture symbolique des éléments de matrice ci-dessus.

L'auteur utilise une méthode de résolution due à Weisskopf et Wigner [2] qui donne, lorsqu'elle peut être appliquée, la solution de l'équation d'onde pendant un intervalle de temps aussi long qu'on le veut. Elle devrait donc permettre d'obtenir la loi de déclin pour les longues durées de déclin. Elle est fondée sur la remarque qu'une fonction de la forme :

$$\psi_m = e^{-\left[\frac{\gamma}{2} + i\frac{E}{\hbar}\right] t}$$

décrit un état excité d'énergie E dont la vie moyenne est $\frac{1}{\gamma}$. On introduit tous les états ψ_m du sytème (décrits par l'état de l'électron en c, p ou B, les différents nombres N_r et $n_{\mathbf{q}.j}$) entre lesquels les transitions (émission ou absorption de photons ou de quanta de vibration thermique du réseau, de fréquence telle que l'énergie du système total soit conservée) sont possibles; on décrit ces états par des ψ_m en sommes d'exponentielles à exposants complexes, substitue dans (2.7) et calcule ces exposants par la méthode des coefficients indéterminés. On introduit ainsi :

États...	Élec.	Photons.	Quanta thermiques.
ψ_a ...	C;	$0, \ldots, N_\rho, \quad 0, \ldots;$	$n_1, n_2, \ldots, \; n_\beta, \; \ldots, n_\gamma$
ψ_b ...	B;	$0, \ldots, N_{\rho-1}, 0, \ldots;$	$n_1, n_2, \ldots, \; n_\beta, \; \ldots, n_\gamma$
ψ_c ...	c;	$0, \ldots, N_{\rho-1}, 0, \ldots, 1_\sigma;$	$n_1, n_2, \ldots, \; n_\beta, \; \ldots, n_\gamma$
$\psi_{c'_k}$ ...	p_k;	$0, \ldots, N_{\rho-1}, 0, \ldots, 1_\tau, \ldots;$	$n_1, n_2, \ldots, \; n_\beta, \; \ldots, n_\gamma$
$\psi_{c''}$ ...	B;	$0, \ldots, N_{\rho-1}, 0, \ldots, 1_\tau, \ldots;$	$n_1, n_2, \ldots, n_{\beta-1}, \ldots, n_\gamma$
$\psi_{a'}$ ...	c;	$0, \ldots, N_{\rho-1}, 0, \ldots, 1_\tau, 1_\sigma;$	$n_1, n_2, \ldots, n_{\beta-1}, \ldots, n_\gamma$
$\psi_{b'_{k'}}$ ...	$p_{k'}$;	$0, \ldots, N_{\rho-1}, 0, \ldots, 1_\tau, \ldots;$	$n_1, n_2, \ldots, n_{\beta-1}, \ldots, n_\gamma + 1$

L'auteur n'interprête pas les transitions entre ces états; mais il est évident qu'elles correspondent aux phénomènes suivants :

a-b, absorption d'un photon ultraviolet par l'électron montant dans la bande (excitation);

b-c, fluorescence;

b-c', capture par un piège avec émission d'un photon infrarouge;

c'-c'', libération du piège par absorption d'un quantum thermique;

c''-a', phosphorescence;

c''-b', recapture.

La quantité intéressante en phosphorescence est $\frac{d}{dt} \Sigma \mid \psi_{a'} \mid^2$ (somme sur toutes les transitions qui amènent de l'état initial a à l'état final a'); elle représente, en effet, la variation par unité de temps de la probabilité que l'électron soit revenu dans le centre après émission de phosphorescence, soit donc l'intensité de phosphorescence. Cette expression se trouve être une somme d'autant d'exponentielles qu'il existe de niveaux d'impureté dans le cristal.

Muto donne l'expression des exposants et des coefficients; nous allons les obtenir dans le paragraphe suivant par un raisonnement différent.

3. **Dérivation rapide de la loi de sortie des pièges.** — Nous allons d'abord calculer la probabilité de sortie du piège par unité de temps; soit d'abord à déterminer la probabilité P de transition du piège p à l'un des niveaux de B. Il est permis d'appliquer la relation bien connue :

$$P = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{if}|^2 \rho_i, \tag{3.1}$$

où ρ_i est la densité des états initiaux, c'est-à-dire la densité des quanta thermiques $\nu_{\mathbf{q},j}$ suceptibles d'être absorbés, et H_{if} est, si la transition est due à l'absorption d'un seul quantum, l'élément de matrice désigné ci-dessus par

$$(B,\, n_{\mathbf{q},j} - 1 \,|\, H^1_{\mathrm{P,L}} \,|\, p,\, n_{\mathbf{q},j}),$$

soit [3]

$$H_{if} = \sqrt{\frac{h n_{\mathbf{q},j}}{8\pi^2 M \nu_{\mathbf{q},j}}}\, Q_{if}, \tag{3.2}$$

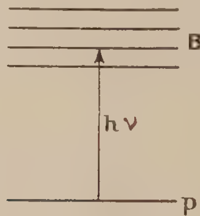


Fig. 3.

$n_{\mathbf{q},j}$, nombre de quanta thermiques $\nu_{\mathbf{q},j}$ présents, pour lequel on peut admettre, si la température n'est pas trop basse [4] l'expression qui correspond à l'équilibre thermique :

$$n_{\mathbf{q},j} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}; \tag{3.3}$$

ν, fréquence du quantum absorbé; M, masse du cristal; Q_{if} un élément de matrice de la forme :

$$Q_{if} = \int \psi_f^* Q \psi_i \, d\tau; \tag{3.4}$$

ψ_f, fonction de l'électron dans la bande; ψ_i, dans le piège; Q, opérateur sur lequel nous reviendrons. Nous verrons plus loin s'il est légitime d'admettre pour ψ_i et ψ_f les expressions données au début du paragraphe précédent.

Si l'on admet pour la répartition des fréquences $\nu_{\mathbf{q},j}$ le modèle de Debye, le nombre de fréquences situées dans l'intervalle ν, $\nu + d\nu$ avec une polarisation j donnée est

$$\rho_j(\nu)\, d\nu = \frac{4\pi\nu^2}{v_j^3} V\, d\nu; \tag{3.5}$$

V, volume du cristal; v_j, vitesses des ondes élastiques; la densité en énergie $h\nu$ des états initiaux à porter dans (3.2) est :

$$\rho_i = \frac{\rho_j(\nu)}{h}. \tag{3.6}$$

D'où l'expression de la probabilité élémentaire de transition

$$P = |Q_{if}|^2 \frac{1}{\hbar \rho v^3} \frac{\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \tag{3.7}$$

$\rho = \frac{M}{V}$, densité du cristal; on a laissé tomber les indices $\mathbf{q},j$ pour simplifier. Il faut sommer cette expression sur $\mathbf{q},j$, puis faire la somme des probabilités P de transition du piège à tous les niveaux vides de la bande pour obtenir la probabilité totale de sortie du piège.

Cette formule, à un facteur 4π près introduit par le changement de notations, est celle donnée par Muto. On ne la rencontre pas dans la théorie de la conductibilité parce que l'on ne s'intéresse pas alors au changement d'énergie de l'électron. Les ψ_i et ψ_f y doivent être normalisées.

4. Passons à l'*expression de l'intensité de phosphorescence.* Pour un temps t de déclin supérieur à la vie moyenne des transitions optiques, le nombre d'électrons qui tombent dans le centre avec émission de photons $h\nu$ est égal au produit d'électrons sortant des pièges par la probabilité de ne pas être recapturé (nous négligeons ici les retours sans émission). Si, avec Muto, nous fixons notre attention sur un seul électron subissant les transitions, nous aurons

$$I = h\nu \sum P\, e^{-Pt} \frac{P_l}{P_l + P_r}, \tag{4.1}$$

énergie lumineuse émise par unité de temps.

P_l, probabilité d'émission lumineuse pour un électron situé dans la bande;

P_r, probabilité de recapture.

P_l dépend de l'élément de matrice

$$(c,\, N_\sigma + 1 \,|\, H^1_{\mathrm{P,R}} \,|\, B,\, N_\sigma)$$

et de la densité des fréquences lumineuses susceptibles d'être émises; P_r dépend des deux éléments

$$(p,\, n_\gamma + 1 \,|\, H^1_{\mathrm{P,L}} \,|\, B,\, n_\gamma) \quad \text{et} \quad (p,\, N_\tau + 1 \,|\, H^1_{\mathrm{P,R}} \,|\, B,\, N_\tau)$$

si l'on admet que la libération d'énergie accompagnant la chute dans le piège peut s'effectuer, soit sous forme de quanta thermiques, soit sous forme de photons.

La Σ est à effectuer sur toutes les transitions conduisant de l'état a à l'état a' (avec les notations du § 2). Encore faut-il que ces transitions soient possibles. Le passage de l'électron de phosphorescence par un niveau de la bande B ne peut avoir lieu que si ce niveau est vide. C'est ce que Muto a bien vu, il multiplie avant sommation sur les niveaux de B

chaque terme par un facteur $1-f$, f étant la probabilité d'occupation de ces états. On voit *qu'en toute rigueur la loi de déclin et, en particulier la probabilité de sortie des pièges dépendent du nombre d'électrons qui se trouvent déjà dans la bande.* On peut prendre pour f une fonction de Fermi parce que le temps mis par les électrons dans la bande pour atteindre la répartition d'équilibre ($\sim 10^{-12}$ s) est court devant les durées de fluorescence [5]. Nous négligerons ce facteur, dans la suite des calculs ($f \ll 1$), considérant ainsi le cas de la sortie du piège vers une bande pratiquement vide.

Mais Muto ne considère qu'un seul électron subissant les transitions entraînant la phosphorescence, admettant implicitement que s'il y a plusieurs électrons en jeu, il suffit de multiplier les probabilités de transition par le nombre total d'électrons. pour obtenir le nombre d'électrons subissant ces transitions. Or, ces probabilités de transition dépendent du nombre total d'électrons. La probabilité de capture introduite par cet auteur, P_r, ne dépend que des éléments de matrice de H^1 et de la densité des fréquences émises; elle ne donne en réalité la probabilité de capture par unité de temps que si tous les pièges sont vides. Mais il faut aussi faire intervenir la proportion de pièges vides, laquelle dépend du stade du déclin. Il est aisé, du moins en principe, d'en tenir compte dans les équations différentielles auxquelles nous conduisent les théories classiques de la phosphorescence. Mais ici, il faudrait considérer la fonction d'onde du système de tous les électrons du cristal phosphorescent subissant des transitions.

Ainsi la théorie quantique ne permet pas, les calculs devenant inextricables, d'aboutir à la loi de déclin. Mais elle nous permet, *étant proposés un modèle de pièges* et un mécanisme de sortie des pièges, d'obtenir la loi de sortie et, par là, *d'étudier la valeur de ce modèle.*

5. **Écriture de l'interaction.** — Revenons donc à la probabilité de sortie des pièges par unité de temps (3.7) et fixons notre attention sur l'élément de matrice H_{if}. Il sera calculé comme en théorie de la conductibilité.

La perturbation entraînant la libération des électrons capturés consiste en une vibration du réseau cristallin, ces électrons sont ainsi placés dans un potentiel variable. On partira du déplacement des ions sous l'action des ondes élastiques

$$\mathbf{R}_{\mathbf{q},j}(\mathbf{r}) = a_{\mathbf{q},j}\, \mathbf{e}_{\mathbf{q},j}\, e^{2\pi i \mathbf{q}\mathbf{r}}, \qquad (5.1)$$

où $\mathbf{q}$ est le vecteur nombre d'onde, $\mathbf{e}$ le vecteur unitaire de polarisation (perpendiculaire ou parallèle à $\mathbf{q}$ suivant la polarisation de l'onde) et a l'amplitude

$$a_{\mathbf{q},j} = \sqrt{\frac{h}{8\pi^2 M\nu}}\sqrt{n_{\mathbf{q},j}}, \qquad (5.2)$$

puisqu'il s'agit d'une absorption d'un quantum thermique à partir d'une onde à n quanta. M est la masse du cristal [3, 6, 7].

Bloch calcule le potentiel perturbateur en supposant que, lors du déplacement des ions, la charge électrique est déformée de manière que l'énergie potentielle V' d'un électron au point $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{R}(\mathbf{r})$ dans le réseau déformé est la même que celle V au point $\mathbf{r}$ dans le réseau non déformé

$$V'[\mathbf{r} + \mathbf{R}(\mathbf{r})] = V(\mathbf{r}). \qquad (5.3)$$

Ainsi le potentiel perturbateur est

$$\delta V = V'(\mathbf{r}) - V(\mathbf{r}) = -\mathbf{R}(\mathbf{r})\,\mathrm{grad}\,V(\mathbf{r}). \qquad (5.4)$$

Nordheim avait critiqué cette hypothèse et introduit un champ oscillant « rigidement » avec les ions. Appelant $v[\mathbf{r} - \mathbf{r}(\mathbf{g})]$ le potentiel créé au point $\mathbf{r}$ par un ion situé en $\mathbf{r}(\mathbf{g})$, il a

$$\left.\begin{aligned} V &= \sum_{\mathbf{g}} v[\mathbf{r} - \mathbf{r}(\mathbf{g}) - \mathbf{R}(\mathbf{g})], \\ \delta V &= -\sum_{\mathbf{g}} \mathbf{R}(\mathbf{g})\,\mathrm{grad}\,v[\mathbf{r} - \mathbf{R}(\mathbf{g})]. \end{aligned}\right\} \qquad (5.5)$$

C'est l'expression (5.5) qu'admettait Muto. Mais depuis, Bardeen a calculé [8] ce potentiel par une méthode de champ self-consistant. Son résultat quantitatif n'est pas applicable ici, mais il a constaté que la partie rigide du champ est négligeable et qu'ainsi l'expression de Bloch de la perturbation peut être admise comme approximation.

Comparant alors (5.1), (5.2) et (3.2), nous voyons que l'élément Q_{if} à porter dans l'expression (3.7) de la probabilité de sortie des pièges par unité de temps est

$$Q_{if} = -\int \psi_f^{*}[\mathbf{e}_{\mathbf{q},j}\,\mathrm{grad}\,V(\mathbf{r})]\, e^{2\pi i \mathbf{q}\mathbf{r}}\, \psi_i\, d\tau. \qquad (5.6)$$

6. **Application à un modèle concret de pièges. Désaccord avec l'expérience.** — Nous avons évalué l'ordre de grandeur de Q_{if} et de P en prenant avec Nordheim [9] et Houston

$$\psi_f = \frac{1}{\sqrt{V}}\, e^{2\pi i \mathbf{k}\mathbf{r}} \qquad (6.1)$$

(fonction d'onde d'électron libre dans le cristal de volume V).

$$V(r) = \frac{e^2}{r}\, e^{-\frac{r}{b}} \quad [10] \qquad (6.2)$$

b, constante de l'ordre de la maille du réseau cristallin (¹).

(¹) On prend ici pour V le potentiel autour du piège situé à $r = 0$, la contribution dans l'intégrale (5.6) des potentiels des autres ions étant faible si ψ_i est très localisée, ce qui n'est que grossièrement le cas. L'exponentielle dans (6.2) correspond à un effet d'écran des ions voisins.

Nous utilisons enfin pour ψ_i (l'électron dans le piège)

$$\psi_i = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}} \quad (6.3)$$

Ce modèle de piège est dû à Bethe [11]. On considère un électron lié à un centre d'impureté ou à un piège comme *décrivant une orbite de Bohr autour d'un ion positif.* L'électron se meut ainsi dans le champ $\frac{e}{K_e r^2}$, K_e étant une constante diélectrique « effective » [12] intermédiaire entre les constantes K et K_0 pour champs statiques et de haute fréquence ($K \sim 2 K_0$); la première orbite a pour rayon

$$a = K_e \frac{\hbar^2}{me^2} \qquad \left(\frac{\hbar^2}{me^2} = 0{,}5.10^{-8}\,\text{cm}\right) \quad (6.4)$$

et l'énergie de ce niveau est

$$E = \frac{me^4}{K_e^2\, 2\hbar^2} \qquad \left(\frac{me^4}{2\hbar^2} = 13{,}5\ \text{eV}\right). \quad (6.5)$$

On identifie E avec la profondeur du piège, l'électron étant libéré lorsqu'il a acquis l'énergie $|E|$.

Ce modèle a reçu une confirmation expérimentale dans le cas du germanium [13]. Il faut cependant observer que pour Ge, $K_e = 20$, donc l'orbite a un grand rayon et s'étend à travers plusieurs mailles du réseau cristallin. Pour ZnS, K_e est plus faible et le modèle est plus discutable, n'étant concevable que si l'on traite le cristal comme un milieu continu dans la région traversée par l'orbite. Cependant, pour que l'énergie de la première orbite soit $|E| \sim 0{,}5$ eV (profondeur des pièges intervenant pour les sulfures cristallins), on doit prendre $K_e \sim 5$, ce qui est raisonnable. Pour les centres, au contraire $|E| \sim 3$ eV, d'où $K_e \sim 2$, le modèle n'est pas admissible.

Il faut cependant remarquer que si le modèle hydrogénoïde des pièges donne pour E une valeur admissible, il ne s'ensuit pas que le ψ correspondant soit correct. D'une manière générale, en Mécanique ondulatoire, les méthodes d'approximation donnent des E convenables avec des ψ encore assez peu satisfaisants.

Le calcul de l'élément de matrice Q_{if} s'effectue en coordonnées sphériques, en prenant pour axe des z la direction du vecteur $\mathbf{p} = \mathbf{q} - \mathbf{k}$, qui n'est autre que la quantité de mouvement cédée au piège. Posant

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

j'ai obtenu le résultat sous forme d'une série entière en $\pi p L$ dont on peut ne conserver que le premier terme

$$Q_{if} = \frac{i}{\sqrt{V}\sqrt{\pi a^3}} \frac{8\pi^2 e^2}{3} p L^2 \left(1 + 2\frac{L}{b}\right) \cos(\mathbf{e}, \mathbf{p}) \quad (6.6)$$

sous la condition $\pi p L \ll 1$, qui est bien vérifiée en raison de la faible énergie des quanta thermiques.

La probabilité d'absorption d'un quantum de nombre d'onde $\mathbf{q}$, avec émission de l'électron d'impulsion $\mathbf{k}$ dans l'angle solide dΩ, est

$$P_{\mathbf{q},\mathbf{k}} = \left[\sum_j |Q_{if}|^2\right] \frac{1}{\hbar \rho v^3} \frac{\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \rho(\mathbf{k})\, d\mathbf{k} \frac{d\Omega}{4\pi}, \quad (6.7)$$

où $\rho(\mathbf{k})\, d\mathbf{k} = \rho(\varepsilon)\, d\varepsilon$ est le nombre d'états de l'électron émis d'énergie comprise entre ε et $\varepsilon + d\varepsilon$

$$\rho(\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{4\pi V (2m)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \sqrt{\varepsilon}\, d\varepsilon \quad [14]. \quad (6.8)$$

La probabilité de sortie du piège s'obtient en sommant sur toutes les directions possibles de $\mathbf{k}$ et l'ensemble des valeurs positives de ε. Il vient ainsi approximativement

$$P = \frac{4L^4}{h^4 \rho v^5 a^3} \left(\frac{8\pi^2 e^2}{3}\right)^2 \times \left(1 + 2\frac{L}{b}\right)^2 \left(\frac{2\pi mkT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} E^3 e^{-\frac{E}{kT}}, \quad (6.9)$$

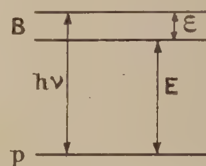


Fig. 4.
$h\nu = E + \varepsilon$.

où E (*fig.* 4) est la distance du piège p au bas de la bande de conductibilité B, c'est-à-dire la *profondeur* du piège, par définition.

Cette expression est bien de la forme qui semble résulter des travaux expérimentaux [15, 16, 17]

$$P = s(T, E)\, e^{-\frac{E}{kT}}, \quad (6.10)$$

où s est une fonction de E plus lentement variable que l'exponentielle mais si l'on pose dans (6.9)

$$\rho = 5, \quad v = 5.10^5\ \text{cm : s}, \quad a = 3.10^{-8}\,\text{cm}, \quad L = 10^{-8}\,\text{cm}, \quad E = 0{,}6\ \text{eV},$$

il vient $s \sim 10^{15}$ s^{-1} alors que la valeur expérimentale pour ZnS, par exemple, est $\sim 10^9$ s^{-1}. On pourrait corriger un désaccord d'un facteur 10 par un meilleur choix des fonctions ψ_i et ψ_f et du potentiel perturbateur ainsi que des paramètres a, L et v. Mais il semble bien que ce soit l'hypothèse proposée par T. Muto (sortie des pièges par absorption d'un seul quantum thermique) qui ne soit pas correcte, du moins pour ZnS.

7. Description des états électroniques. — Avant d'examiner à nouveau le mécanisme d'interaction, nous allons étudier quelles améliorations

on peut apporter au choix fait ci-dessus des fonctions ψ_i et ψ_f. Rien ne peut être dit sur le potentiel quasi coulombien (6.2), ce n'est qu'une grossière approximation mais on ne peut le corriger sans connaître la nature exacte du défaut qui constitue le piège.

Il semble d'abord que pour mieux décrire l'électron dans la bande de conductibilité, il suffirait de remplacer la fonction d'électron libre par une fonction de Bloch (2.1). Mais *la fonction de Bloch est perturbée au voisinage du piège.* Pour nous en rendre compte, considérons le réseau cristallin simplifié à une dimension de Kronig et Penney [18] :

On obtient la fonction de Bloch correspondant à une énergie ε en raccordant la fonction là où $V = 0$

$$\psi_1 = A\, e^{i\alpha x} + B\, e^{-i\alpha x} \qquad \left(\alpha = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar}\sqrt{\varepsilon}\right) \quad (7.1)$$

et la fonction là où $V = V_0$

$$\psi_2 = C\, e^{\beta x} + D\, e^{-\beta x} \qquad \left(\beta = \frac{\sqrt{2m}}{h}\sqrt{(V_0 - \varepsilon)}\right) \quad (7.2)$$

de manière à obtenir un ψ continu ainsi que sa dérivée Mais (*fig.* 5), altérons maintenant le potentiel d'une



Fig. 5.

des cellules en l'abaissant de o à $-W$ [19]. Dans cette cellule ψ a la forme :

$$\psi_3 = {\cos \atop \sin}(\gamma x + \varphi) \qquad \left(\gamma = \frac{\sqrt{2m}}{h}\sqrt{(\varepsilon - W)}\right). \quad (7.3)$$

Le calcul montre qu'il est possible, pour certaines bandes de valeurs de ε, de raccorder ψ_3, ψ_1 et ψ_2. Ainsi la fonction de Bloch se prolonge dans la cellule, mais elle n'a plus le même module ni même la même période d'oscillation, $\gamma \neq \alpha$. Toutefois, si ε est grand, γ est voisin de α.

Ainsi, ψ est perturbée au voisinage du piège; plus l'énergie ε de l'électron dans la bande est grande, moins cette perturbation est importante. Mais la probabilité de sortie du piège décroît rapidement à mesure que ε augmente et l'on ne saurait se borner dans les calculs à ces fonctions peu perturbées.

Les états électroniques localisés s'obtiennent pour $\varepsilon < 0$; ils sont décrits par des fonctions ψ_3 se raccordant à des fonctions ψ_1 où α est imaginaire, donc exponentiellement amorties à mesure qu'on s'éloigne du défaut.

Il faudrait donc introduire une modulation suivant la période du cristal de la fonction $e^{-\frac{r}{a}}$ introduite ci-dessus. Il faut toutefois observer que la périodicité du cristal est certainement modifiée près du piège.

Signalons que T. Muto [20] a développé une méthode générale pour traiter les états localisés dans un cristal; elle consiste à prendre pour ψ en première approximation le produit d'une fonction de Bloch définissant l'influence du cristal sans défauts et d'une fonction introduisant la localisation. Il développe ensuite une méthode de perturbations. Ce point de vue est intéressant, mais pour être précisé nécessite la connaissance exacte du potentiel en tout point du cristal et du défaut (²). Mott [21] et Seitz [22] ont également étudié la description d'électrons localisés.

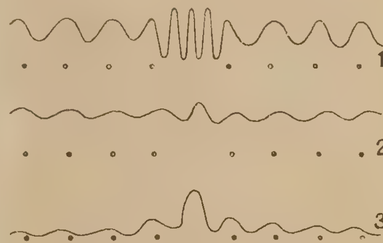


Fig. 6.

(Les points représentent les ions du réseau cristallin.)

1. Fonction de Bloch du bas de la bande, fortement modulée près des ions du réseau et perturbée près du piège.
2. Fonction d'un électron élevé dans la bande, faiblement modulée et perturbée.
3. Fonction décrivant un niveau d'impureté localisé.

8. **Mécanismes possibles de sortie.** — Résumons le raisonnement qui conduit à l'expression (6.9) de la probabilité de sortie des pièges; il paraît certain que cette sortie est due à l'interaction des électrons avec l'agitation thermique du réseau.

Nous avons admis que la sortie s'effectuait par absorption d'un seul quantum; P est, dans ce cas, *proportionnelle au nombre moyen de quanta ayant la fréquence* ν :

$$\frac{4\pi\nu^2}{v^3}\,\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (8.1)$$

($h\nu$, distance du piège au niveau d'arrivée dans la bande) et nous avons obtenu une valeur de P environ 10^6 fois trop forte.

Nous avons négligé avec Muto de tenir compte de la limitation de ν à la fréquence ν_D de Debye,

$$\nu < \nu_D \qquad (h\nu_D \sim \text{quelques } 10^{-2}\ \text{eV}). \quad (8.2)$$

La profondeur E des pièges introduits pour les phénomènes que nous considérons étant de l'ordre de $10\ h\nu_D$, le calcul développé ci-dessus n'est pas

(²) L'auteur effectue les calculs dans le cas des centres F définis comme points où manque un ion. La fonction introduisant la localisation est alors la fonction de Hartree de cet ion.

correct pour des pièges aussi profonds. Il le serait peut-être pour des pièges tels que ceux du Ge, dont la profondeur est $\leq h\nu_D$. Mais ces pièges ont une vie trop courte pour être observée expérimentalement (à défaut de phosphorescence, on aurait pu chercher à déceler une conductibilité résiduelle).

Plusieurs mécanismes de sortie peuvent être proposés :

A. On peut d'abord comparer cette difficulté à celle qui se rencontre dans le cas du semi-conducteur sans défauts : on sait que l'élévation de température fait passer des électrons d'une bande à une autre plus élevée; cette transition correspondant à une énergie de plusieurs volts ne peut s'expliquer par des absorptions simples. On a introduit ce qu'on appelle improprement les « *chocs multiples* » (absorptions ou émissions simultanées de plusieurs quanta [23, 24]. Peierls montre qu'un solide dans lequel le couplage entre électrons et vibrations du réseau est faible diffusera la lumière (Streuer), tandis que si le couplage est fort, il l'absorbera (Absorber). Dans ce dernier cas, dont l'expérience montre l'existence, les absorption multiples peuvent avoir une probabilité raisonnable. Mais en ce cas un calcul précis de la perturbation est impossible.

Möglich et Rompe ont traité les chocs multiples en poussant le développement du potentiel perturbateur (*voir* § 5) au delà du terme $-\mathbf{R}$ grad V. Les termes ultérieurs dépendront des déplacements $\mathbf{R}_g$ de tous les ions du réseau

$$\delta V = -\sum R_{\mathbf{1}_{x,y,z}}^{n_1} R_{\mathbf{2}_{x,y,z}}^{n_2} \ldots \frac{\partial^{n_1+n_2+\ldots} V}{\partial R_{\mathbf{1}}^{n_1} \partial R_{\mathbf{2}}^{n_2} \ldots}. \qquad (8.3)$$

Remplaçant les $\mathbf{R}$ par leurs expressions (5.1), on voit que, quoique seules soient non nulles les amplitudes a correspondant à l'absorption ou émission d'un quantum de vibration, le terme (8.3) permet des transitions avec absorption ou émission simultanée de $n_1 + n_2 + \ldots$ quanta; et l'on peut écrire l'élément de matrice de δV correspondant à ces transitions.

Mais, quel que soit le choix du potentiel V, on aura en première approximation une probabilité de sortie du piège de profondeur E en

$$P = \text{const.} \left(\frac{kT}{h}\right)^{\frac{E}{h\nu}}, \qquad (8.4)$$

ν étant la fréquence moyenne des quanta absorbés. En effet, tandis que pour une absorption simple, P était proportionnelle à (§ 3)

$$\frac{1}{\nu} \frac{4\pi\nu^2}{v^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$

soit à $\frac{kT}{h}$, si $h\nu < kT$, ici P sera proportionnelle à $\frac{kT}{h}$ élevé à une puissance égale au nombre moyen de quanta absorbés, soit $\frac{E}{h\nu}$.

Comme il semble bien qu'expérimentalement la loi de sortie soit en $e^{-\frac{E}{kT}}$ et non en $T^{\frac{E}{h\nu}}$, les absorptions multiples simultanées ne devraient donc pas être considérées ici.

Notons cependant que le fait que les ondes d'agitation ou thermiques ne sont pas rigoureusement harmoniques (autrement il n'y aurait ni dilatation, ni conductibilité thermique) doit favoriser les sauts de plusieurs quanta.

B. On peut toutefois envisager les absorptions multiples d'un point de vue un peu différent. Nous allons ici considérer un piège admettant des *niveaux multiples*, l'électron pouvant s'élever progresssivement dans le piège jusqu'au niveau le plus élevé E_n, d'où l'absorption d'un seul quantum thermique suffira pour l'amener dans la bande.

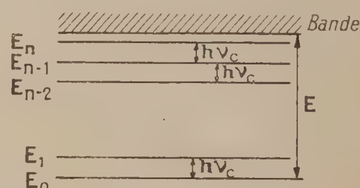


Fig. 7.

Nous pouvons considérer l'électron lié au piège comme un oscillateur à niveaux équidistants, espacés de $h\nu_c$, ν_c étant la fréquence de résonance de cet oscillateur ([3]). Il est naturel que ν_c soit de l'ordre des fréquences ν d'agitation thermique; l'absorption d'un seul quantum suffira pour amener l'électron du niveau k au niveau $k + 1$. La probabilité de la transition $k \to k + 1$ (absorption) sera proportionnelle comme ci-dessus au nombre de quanta de fréquence ν_c

$$A = s \frac{1}{e^{\frac{h\nu_c}{kT}} - 1}. \qquad (8.5)$$

La probabilité d'émission $k + 1 \to k$ sera

$$E = s\left(1 + \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}\right). \qquad (8.6)$$

On aura donc le système d'équations différentielles

$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{\mathrm{d}n_k}{\mathrm{d}t} = A\,n_{k-1} - (A + E)\,n_k + E\,n_{k+1} \\ (k = 1, \ldots, n - 1), \end{array}\right\} \qquad (8.7)$$

n_k, nombre d'électrons sur le niveau k. Si ce système s'étendait jusqu'à $k = \infty$, on aurait à l'équilibre

$$n_n = n_0\, e^{-\frac{E}{kT}} \qquad (8.8)$$

([3]) L'amplitude classique de cet oscillateur est de l'ordre de 10 Å pour l'état fondamental $E_1 \sim 0{,}03$ eV et de 40 Å pour un électron à la veille de se libérer du piège, c'est-à-dire dans l'état $E_n \sim 0{,}5$ eV.

et la probabilité de sortie du piège, proportionnelle à n_n, serait en $e^{\frac{E}{kT}}$.

Mais, en réalité, un électron qui est arrivé dans la bande a quitté le piège; d'où une *perturbation à la répartition de Boltzmann, les niveaux élevés étant vidés à mesure qu'ils se remplissent.* On doit compléter le système (8.7), $k = 1, \ldots, n-1$, par

$$\frac{dn_n}{dt} = A\,n_{n-1} - (\alpha + E)\,n_n, \qquad (8.9)$$

$\alpha \neq A$, probabilité de la transition $E_n \to$ bande (on néglige les transitions directes des niveaux E_{n-1}, E_{n-2}, ... vers la bande).

On n'aura jamais l'équilibre de Boltzmann dans les pièges; cependant on parviendra à un équilibre de régime dans lequel tous les n_k ($k = 1, 2, \ldots, n$) décroîtront exponentiellement avec le temps

$$n_k \sim e^{-Pt}. \qquad (8.10)$$

On peut donc définir une probabilité P de sortie, dépendant de A, E et n.

E. Bauer et F. Perrin m'ont fait observer qu'un mécanisme analogue a été proposé pour étudier la cinétique de certaines réactions chimiques (Polanyi, Prigogine). Par suite de chocs favorables successifs, certaines molécules prennent une énergie suffisante pour entrer en réaction (comparer à l'arrivée sur le niveau E_n), après quoi elles doivent être considérées comme ne faisant plus partie du « système ». On a étudié en première approximation la perturbation apportée par la réaction à la loi de répartition de Boltzmann. Mais ici, il n'y a aucune raison de considérer cette perturbation comme petite.

Nous n'avons pas obtenu une solution explicite du système (8.7), (8.9). Remarquons, d'autre part, qu'on ne doit s'attendre à l'équidistance rigoureuse des niveaux de vibration E_k que pour les niveaux les plus bas, d'où une nouvelle perturbation pour les niveaux élevés.

Ces niveaux n'ont jamais été mis en évidence expérimentalement; on devrait, semble-t-il, voir l'infrarouge correspondant à une transition optique entre deux de ces niveaux; mais cet infrarouge serait trop lointain pour être observé ($h\nu \sim 10^{-2}$ eV); on a là une explication possible du fait qu'on n'ait jamais observé l'infrarouge émis lors de la chute d'un électron de la bande vers le bas du piège (le quantum $h\nu = E$ devrait pouvoir être mis en évidence), la chute directe de E_n en E_0 étant probablement interdite.

On peut songer à introduire de tels niveaux intermédiaires pour expliquer les transitions de bande à bande sous l'influence de l'agitation thermique, mais là on ne voit pas comment les interpréter ([4]). Il est cependant certain que la décomposition des niveaux électroniques en bandes, reposant sur l'hypothèse d'un réseau régulier indéfini, avec agitation thermique et chocs entre électrons négligeables, ne saurait être exacte. On a du reste introduit, au-dessous des bandes, des états excités discrets non conducteurs [25], mais ces états restent cependant voisins des bandes et ne sont pas répartis à peu près uniformément entre elles.

([4]) Peut-être faudrait-il attribuer à ces niveaux une durée de vie inférieure à la durée des transitions optiques 10^{-8} s.

C. On pourrait cependant conserver le principe d'une sortie du piège par absorption d'un seul quantum thermique, à condition de supposer qu'il existe des *ondes de fréquence* $\gg \nu_D$, *assez peu nombreuses* pour n'intervenir sensiblement pas dans la chaleur spécifique du solide, par exemple. Un exemple de telles fréquences est d'ailleurs donné par les fréquences de vibration de Born.

La distribution réelle des fréquences $\rho(\nu)$ serait ainsi, non la distribution simplifiée (I), mais (II) (*fig.* 8).

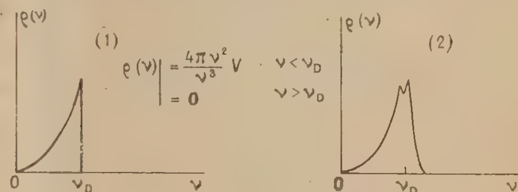


Fig. 8.

L'expression (3.7) de la probabilité élémentaire de transition serait alors à remplacer par

$$P = \frac{2\pi}{\hbar}\,\frac{h}{8\pi^2 M\nu}\,\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}\,|Q_{if}|^2\,\frac{\rho(\nu)}{h}. \qquad (8.11)$$

On n'a actuellement aucun renseignement sur la partie descendante de la courbe $\rho(\nu)$. L'étude expérimentale précise [17] de la variation de $s(E)$ dans

$$P = s(E)\,e^{-\frac{E}{kT}}$$

pourrait peut-être en donner. Observons qu'avec cette hypothèse l'exposant 3 obtenu dans (6.9) serait à remplacer par un exposant inférieur à 1, ce qui rend plus légitime l'approximation $s \sim$ const. faite usuellement.

Pour obtenir l'ordre de grandeur correct de $\bar{s}$, il faudrait supposer $\rho(\nu)$ environ 10^6 fois plus faible que $4\pi\frac{\nu^2 V}{v^3}$; ce qui ne paraît pas déraisonnable. Mais, pas plus qu'en B, rien de tout ceci ne saurait être précisé ([5]).

D. On peut enfin remarquer que le cristal émet de l'infrarouge qu'on a effectivement décelé (Langley) jusque vers $h\nu = 1$ eV. Cet infrarouge a donc

([5]) Notons que la condition $\nu < \nu_D$, $\frac{\lambda}{2} >$ distance de deux ions voisins, définit les modes normaux de vibration, mais qu'une onde de λ plus faible est parfaitement concevable.

une énergie suffisante pour libérer les électrons capturés. Si l'on admet que pour vider un piège de profondeur E, il faut un quantum $h\nu = E$ [6], la probabilité de sortie du piège serait proportionnelle au nombre de quanta infrarouges d'énergie E, soit à $\frac{1}{e^{\frac{E}{kT}} - 1}$ d'après la loi de Planck [26].

Toutefois, ce mécanisme ne peut intervenir que pour des corps tels que les sulfures, qui sont très sensibles à l'infrarouge, alors que de nombreux produits sont thermoluminescents et insensibles (CaO).

9. **Appendice.** — Cherchons à préciser l'idée suivant laquelle l'électron venant de quitter un piège ou centre est *localisé* et ne pourrait rentrer que dans les pièges ou centres les plus proches [17].

Si l'électron sorti du piège était décrit par une fonction de Bloch, uniformément répartie dans tout le cristal, on aurait une luminescence purement bimoléculaire, ce qui n'est pas le cas. *L'électron doit être décrit par un paquet de fonctions de Bloch*; il est localisé près du piège ou centre immédiatement

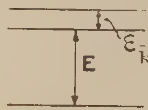


Fig. 9.

après la sortie, mais ce paquet se déforme en s'élargissant rapidement. Ce paquet ne décrit pas un état stationnaire de l'électron.

Prenons donc pour l'électron la fonction d'onde :

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}}, \tag{9.1}$$

où les $\psi_{\mathbf{k}}$ sont les diverses fonctions de Bloch orthonormalisées d'énergie $\varepsilon_{\mathbf{k}}$

$$\psi_{\mathbf{k}} = u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})\, e^{2\pi i\left(\mathbf{kr} - \frac{\varepsilon_{\mathbf{k}}}{h} t\right)}. \tag{9.2}$$

Nous savons que

$$|c_{\mathbf{k}}|^2 = s^2(\varepsilon_{\mathbf{k}})\, e^{-\frac{E + \varepsilon_{\mathbf{k}}}{kT}}, \tag{9.3}$$

E, profondeur du piège, d'où

$$c_{\mathbf{k}} = s(\varepsilon_{\mathbf{k}})\, e^{-\frac{E+\varepsilon_{\mathbf{k}}}{2kT}}\, e^{i\delta_{\mathbf{k}}}.$$

Pour connaître les phases $\delta_{\mathbf{k}}$, il faudrait connaître exactement le mécanisme de sortie. Nous allons pour l'instant négliger leur effet : posons $\delta_{\mathbf{k}} = 0$. Nous allons également supposer s = const. D'autre part, admettons avec Seitz [27] que $u_{\mathbf{k}}$ varie très lentement avec $\mathbf{k}$ et posons

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \frac{h^2}{2m} \mathbf{k}^2, \tag{9.4}$$

ce qui est permis car, à cause du facteur $e^{-\varepsilon_{\mathbf{k}}}$ dans (9.3), seules interviennent les $\varepsilon_{\mathbf{k}}$, du bas de la bande. Il vient alors :

$$\psi(\mathbf{r}, t) = s\, e^{-\frac{E}{2kT}}\, \bar{u} \int e^{-\frac{h^2}{2mkT}\mathbf{k}^2}\, e^{2\pi i\left(\mathbf{kr} - \frac{h}{2m}\mathbf{k}^2 t\right)}\, d\tau_{\mathbf{k}}, \tag{9.5}$$

$d\tau_{\mathbf{k}}$, élément de volume dans l'espace des $\mathbf{k}$, $\bar{u}$ introduit une modulation périodique d'espace sans importance puisque les pièges sont séparés par une dizaine de mailles. C'est l'intégrale $\int \dots d\tau_{\mathbf{k}}$ qui doit introduire le caractère de localisation de $\psi(\mathbf{r}, t)$.

En se plaçant pour simplifier dans le cas du réseau à une dimension, on a trouvé que $|\psi(r, t)|^2$ est proportionnelle à $e^{-\frac{r^2}{\rho^2}}$, avec

$$\left.\begin{aligned} &\rho^2 = \frac{h^2}{2mkT} + 2\frac{kT}{m} t^2; \\ &\sqrt{\frac{h^2}{2mkT}} \sim 10^{-7}\,\text{cm}, \qquad \sqrt{\frac{2kT}{m}} \sim 10^7\,\text{cm : s.} \end{aligned}\right\} \tag{9.6}$$

Un temps t après la sortie du piège, l'électron est localisé dans un domaine de dimension ρ. On voit que pour $t \gg 10^{-14}$ s, on a

$$\rho = vt, \qquad \text{avec} \quad \frac{1}{2} mv^2 = kT. \tag{9.7}$$

Si le piège a une largeur $\gtrsim 10^{-7}$ cm, ρ sera immédiatement après la sortie un peu plus grand que l'indique (9.6), mais l'expression asymptotique (9.7) restera valable.

Si l'on tient maintenant grossièrement compte des phases δ_k en posant

$$d_k = \delta_0 + \delta_1 k + \delta_2 k^2 + \dots, \tag{9.8}$$

l'on obtient en se limitant aux termes écrits

$$\left.\begin{aligned} &|\psi(r, t)|^2 \sim e^{-\left(\frac{r+\delta_1}{\rho}\right)^2}, \\ &\rho^2 = \frac{h^2}{2mkT} + 2\frac{kT}{m}\left(t + \frac{2m}{h}\delta_2\right)^2. \end{aligned}\right\} \tag{9.9}$$

On conserve donc le caractère de décroissance rapide de la probabilité $|\psi(r, t)|^2$ que l'électron libéré depuis le temps t se trouve à la distance r du piège, ainsi que la valeur asymptotique (9.7) des dimensions du domaine où cet électron est pratiquement localisé.

Nous pouvons rapprocher (9.7), indiquant que les électrons intervenant dans les phénomènes bimoléculaires en phosphorescence sont situés dans une bande d'énergie de largeur kT, du fait bien connu que les électrons intervenant dans les phénomènes de conductivité constituent également une bande

[6] En réalité, le mécanisme d'action de l'infrarouge sur les pièges nous semble beaucoup plus complexe.

de largeur kT. En conductibilité, il s'agit du sommet de la partie remplie de la bande; ici, du fait de la décroissance rapide de (9.3), *seule se trouve remplie la partie la plus basse de cette bande.*

Ainsi, *l'établissement de la loi de déclin doit faire intervenir l'âge de l'électron dans la bande.* Les calculs seront considérablement compliqués; d'autre part, comme $\psi(r, t)$ varie très rapidement avec r, les résultats dépendront extrêmement de la répartition spatiale des pièges et centres. On devra introduire les nombres $N_{\nu r}\, dv$, $n_{\nu r}\, dv$ de centres et de pièges dans un volume dv à la distance r du piège que vient de quitter un électron, la probabilité de capture de cet électron par un de ces centres ou pièges dans le temps dt sera proportionnelle à

$$\left\{\begin{matrix} N_{\nu_r} \\ n_{\nu_r} \end{matrix}\right\} |\psi(r, t)|^2\, dt\, dv$$

(ψ normalisée). Puis, il faudra sommer sur les différents éléments de volume dv pour obtenir la probabilité totale de capture de cet électron.

Toutefois, si la répartition des centres ou pièges est uniforme, on obtiendra par cette sommation

$$\int |\psi(r, t)|^2\, dv = 1 \qquad (9.11)$$

multiplié par un facteur indépendant de cet âge de l'électron dans la bande. Ainsi, en ce cas, retrouvera-t-on en toute rigueur les conclusions obtenues par les raisonnements usuels [17].

Notons enfin que l'expression

$$\frac{P_r}{P_0} = \frac{\int_0^{\infty} |\psi(r, t)|^2\, dt}{\int_0^{\infty} |\psi(0, t)|^2\, dt}, \qquad (9.12)$$

rapport des probabilités de capture par un piège ou centre à la distance r de celui que l'électron vient de quitter à la probabilité de recapture dans ce même piège, en supposant que les probabilités de présence seraient peu modifiées par ces captures, peut servir de mesure à l'effet bimoléculaire. Si l'on admet

$$\psi(r, t) = \frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}} \rho^3}\, e^{-\frac{r^2}{\rho^2}} \qquad (\rho^2 = \rho_0^2 + v^2 t^2) \qquad (9.13)$$

$\left(\frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}} \rho^3}\text{, facteur de normalisation}\right)$, il vient

$$\frac{P_r}{P_0} \sim \frac{\rho_0^2}{2 r^2}. \qquad (9.14)$$

Si

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2 m k T}} \sim 10^{-7}\ \text{cm} \quad \text{et} \quad r \sim 20 \text{ mailles} \sim 10^{-6}\ \text{cm},$$

on aurait

$$\frac{P_r}{P_0} \sim \frac{1}{200}.$$

Comme l'effet bimoléculaire est en général important, il semble qu'il faille prendre pour r une valeur beaucoup plus faible, c'est-à-dire admettre qu'en plus peut-être des pièges répartis à peu près uniformément, *il existe alors des pièges très rapprochés, par exemple groupés autour du même centre.* Mais cette conclusion repose sur l'emploi de (9.13), expression qui ne peut constituer une bonne approximation pour $r \sim 0$.

10. **Conclusion.** — L'utilisation de la mécanique quantique ne permet pas actuellement d'aboutir à des formules directement utilisables; mais elle présente un réel intérêt, car elle donne des aperçus plus profonds sur les diverses hypothèses que l'on peut envisager en phosphorescence. Elle conduit à rejeter diverses idées exagérément simplifiées et en suggère, par ailleurs, de nouvelles.

Manuscrit reçu le 26 juin 1951.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] MUTO T. — *Scient. papers Inst. Phys. chem. Res.*, Tokyo 1935, **28**, 171 et 1937, **32**, 5.
[2] WEISSKOPF V. et WIGNER E. — *Z. Physik*, 1930, **63**, 54.
[3] NORDHEIM L. — *Ann. Physik*, 1931, **9**, 629.
[4] PEIERLS R. — *Ann. Physik*, 1930, **4**, 121.
[5] MÖGLICH J. et ROMPE R. — *Phys. Zeits.*, 1940, **41**, 236.
[6] BLOCH F. — *Z. Physik*, 1928, **52**, 578.
[7] SEITZ F. — *Théorie moderne des solides*, Masson, 1949, 576.
[8] BARDEEN P. — *Phys. Rev.*, 1937, **52**, 688.
[9] NORDHEIM L. — *Loc. cit.*, 657.
[10] MOTT N. F. et GURNEY R. W. — *Electronic processes in ionic crystals*, 1948, 81.
[11] BETHE H. A. — *R. L. Report*, 1942, **43**, 12.
[12] MOTT N. F. et GURNEY R. W. — *Loc. cit.*, 166.
[13] DUGAS C. — *Thèse*, Paris, 1950.
[14] SEITZ F. — *Loc. cit.*, 158.
[15] BÜNGER W. et FLECHSIG W. — *Z. Physik*, 1931, **67**, 42.
[16] RANDALL J. T. et WILKINS M. H. F. — *Proc. Roy. Soc.*, A, 1945, **184**, 372.
[17] CURIE D. — *Thèse*, Paris, 1951.
[18] KRONIG L. et PENNEY W. G. — *Proc. Rog. Soc.*, 1931, **130**, 499.
[19] SEITZ F. — *Loc. cit.*, 360.
[20] MUTO T. — *Proc. theor. Phys. Jap.*, 1949, **4**, n° 3.
[21] MOTT N. F. et GURNEY R. W. — *Loc. cit.*, 113.
[22] SEITZ F. — *Loc. cit.*, 365.
[23] PEIERLS R. — *Ann. Physik.*, 1932, **13**, 905.
[24] MÖGLICH J. et ROMPE R. — *Z. Physik*, 1940, **115**, 707.
[25] SEITZ F. — *Loc. cit.*, 456 et 498.
[26] PERRIN J. — *Acta physica polonica*, 1936, **5**, 323.
[27] SEITZ F. — *Loc. cit.*, 349.

EXPOSÉS ET MISES AU POINT BIBLIOGRAPHIQUES

L'EFFET VOLTA

Par René BOURION.
Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure, Paris.

Sommaire. — L'origine des différences de potentiel de contact (effet Volta) est rappelée et les principes des méthodes possibles de mesure sont exposés. Les techniques appliquées dans les mesures récentes sont décrites et les résultats obtenus sur les métaux et les semi-conducteurs sont résumés et discutés en fonction des conditions expérimentales. L'influence de la structure des surfaces, liée à l'anisotropie du travail de sortie électronique des monocristaux, fait l'objet de la dernière partie du Mémoire.

1. — Généralités.

1.1. **L'expérience de Volta.** — A la fin du XVIIIe siècle, Volta mit en évidence, par une expérience célèbre, l'effet auquel son nom est resté attaché (*voir*, par exemple, Volta 1801) : deux plateaux formés de deux métaux différents A et B étant reliés aux bornes d'un électroscope et séparés par une mince couche isolante, ils sont reliés par un fil métallique, qui est ensuite supprimé; l'électroscope est alors au zéro; mais lorsqu'on écarte les plateaux l'un de l'autre, les feuilles d'or divergent. Le résultat de cette expérience s'interprète facilement : elle montre que les armatures d'un condensateur, si elles sont faites de métaux différents, portent une charge non nulle lorsqu'elles sont réunies par un fil métallique; il existe alors un champ dans le diélectrique qui les sépare, et une différence de potentiel entre deux points P et Q du diélectrique voisins des surfaces des armatures.

L'existence d'une telle différence de potentiel s'explique d'une manière très naturelle dans le langage de la théorie moderne des métaux. Nous allons donc exposer immédiatement le point de vue actuel, en rappelant d'abord quelques définitions.

1.2. **Travail de sortie électronique d'une surface.** — On peut attacher aux électrons dans un conducteur un *potentiel électrochimique* défini de la manière suivante : soit $F = U - TS$ l'énergie libre d'un conducteur contenant n électrons; le potentiel électrochimique est :

$$\bar{\mu} = \left(\frac{\partial F}{\partial n}\right)_{T,v}.$$

Dans deux conducteurs 1 et 2 en équilibre électrique et thermique, les potentiels électrochimiques sont égaux

$$\bar{\mu}_1 = \bar{\mu}_2.$$

$\bar{\mu}$ est le paramètre d'énergie intervenant dans la distribution de Fermi, où la probabilité d'occupation d'un niveau d'énergie ε est

$$\left[e^{\frac{\varepsilon - \bar{\mu}}{kT}} + 1\right]^{-1}.$$

Soit maintenant V le potentiel électrostatique à l'extérieur de la surface, supposée uniforme, du conducteur; ce potentiel sera celui mesuré en un point dont la distance à la surface est petite par rapport aux dimensions du conducteur, mais grande par rapport aux distances interatomiques. On appelle *travail de sortie électronique* de la surface la quantité φ définie par

$$e\varphi = -eV - \bar{\mu};$$

φ représente, tout au moins au zéro absolu, l'énergie minimum qu'il faut dépenser pour extraire un électron du conducteur. Il s'exprime commodément en électron-volts (eV).

Nous emploierons souvent, dans la suite, l'abréviation TS au lieu des mots « travail de sortie électronique ».

1.3. **Différence de potentiel de contact entre deux conducteurs.** — Considérons un circuit (*fig.* 1) composé de deux conducteurs A et B, de TS respectifs φ_A et φ_B. Nous savons qu'il existe entre A et B une différence de potentiel telle que la limite d'énergie de Fermi se trouve au même niveau de potentiel W dans les deux conducteurs. L'énergie potentielle d'un électron au point P, situé dans le vide à une très faible distance de la surface du conducteur A, est alors $eV_P = e(W - \varphi_A)$; au point Q, ce sera $eV_Q = e(W - \varphi_B)$; entre Q et P règne une différence de potentiel

$$V_Q - V_P = \varphi_A - \varphi_B = V_{AB}. \qquad (1)$$

La quantité V_{AB} ainsi définie est la *différence de potentiel de contact* (ou de Volta)entre A et B.

Nous emploierons dorénavant, en place des mots « différence de potentiel de contact », l'abréviation DPC.

1.4. **Historique**. — Volta reconnut dès l'origine que la grandeur caractérisant l'effet est la différence de potentiel V_{AB}, et émit l'opinion, soutenue par ses expériences, que celle-ci est uniquement la conséquence du contact des deux métaux; De La Rive, au contraire, formula presque aussitôt une théorie chimique, suivant laquelle l'atmosphère oxydante entourant les métaux jouerait un rôle essentiel, le phénomène devant disparaître dans le vide.

Une partie des travaux consacrés à l'effet Volta, en particulier avant 1920, eurent pour but d'établir la validité de l'une ou l'autre de ces théories. Bien que les arguments donnés par Pellat (1881) et par Kelvin (1898) à l'appui de la théorie « intrinsèque » paraissent suffisamment fondés, on peut dire qu'elle n'a été pleinement confirmée expérimentalement que par les travaux modernes effectués dans un vide très poussé; à une époque assez récente, quelques

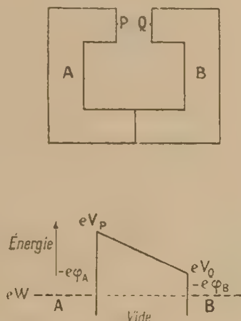


Fig. 1.

attardés (Krüger et Schulz 1936) essayaient encore de la réfuter. L'existence des DPC est une conséquence inévitable des différences entre les émissions thermioniques des divers corps; cette relation était connue dès le début de ce siècle, mais on ne pensait pas avoir là une preuve certaine de la théorie dite intrinsèque, puisqu'une théorie chimique de l'émission thermionique, niant son existence dans le vide, avait elle-même des partisans convaincus.

Au surplus, au XIXe siècle, la confusion régna longtemps entre l'effet Volta et la f.é.m. d'une pile, et entre les effets Volta, Peltier et Seebeck (ou effet thermoélectrique).

Dans l'ensemble des travaux expérimentaux publiés, on peut distinguer deux groupes principaux; les uns ont été consacrés à l'étude de l'effet lui-même [preuve de son existence, influence de l'état des surfaces, vérification de la relation (1)]; les autres, dans l'ensemble plus récents, ont porté sur le perfectionnement des méthodes de mesure et leur application à la mesure des travaux de sortie ou à des études physicochimiques concernant principalement des phénomènes d'adsorption.

Nous laisserons de côté dans cet exposé les travaux les plus anciens, dont les résultats ont été commodément résumés par Mascart (1876), Pellat (1881), Kelvin (1898), Coehn (1928) et Dubois (1930), nous attachant principalement à faire l'étude critique des diverses méthodes de mesure sous leurs formes modernes, en indiquant et au besoin discutant les résultats qu'elles ont permis d'obtenir.

1.5. **L'influence des gaz adsorbés, ses conséquences et ses applications**. — La valeur du TS d'une surface est extrêmement sensible à la présence d'un gaz adsorbé (*cf.* § 2.4 et 2.6), phénomène fort gênant lorsqu'on désire mesurer un TS avec précision : la condition essentielle d'une bonne mesure de travail de sortie est que la surface étudiée soit parfaitement propre. On peut, de diverses manières, créer une surface vierge ou nettoyer une surface existante, mais, en tous cas, la surface obtenue doit être protégée contre toute contamination, ce qui exige la mise en œuvre d'une technique de vide convenable.

La mesure d'une DPC V_{AB} n'étant en somme que la comparaison de deux travaux de sortie φ_A et φ_B, les considérations précédentes s'y appliquent naturellement. Elle permet, connaissant φ_A, de déterminer φ_B ou, en d'autres termes, de déterminer n'importe quel TS, connaissant celui d'une seule surface de référence. Le choix de cette surface de référence et la détermination de son TS posent d'ailleurs un problème très délicat, sur lequel nous reviendrons plus loin (§ 3.2).

Les mesures de DPC sont bien adaptées à l'étude des phénomènes de surface. En particulier, la variation de TS provoquée par l'adsorption d'un gaz sur une surface propre n'est autre que la différence des TS de la surface dans ses deux états, c'est-à-dire la différence de potentiel de contact de ceux-ci : sa mesure (par une méthode de substitution) permettra l'étude de l'adsorption, puisque sa grandeur est fonction de la nature de l'impureté et de sa concentration sur la surface. Pour interpréter les résultats, il faut avoir une connaissance préalable de la relation entre la concentration superficielle et la variation de TS, ou, à son défaut, faire des hypothèses raisonnables : on peut alors en tirer diverses conclusions concernant des vitesses de condensation et d'évaporation, des chaleurs d'adsorption, etc.

De telles études, faisant intervenir des surfaces propres, nécessitent en principe une technique du vide aussi poussée que dans le cas des déterminations de TS; ce point semble avoir échappé à certains auteurs. Leur domaine d'application s'étend surtout aux concentrations comprises entre zéro et une valeur correspondant à peu près à une couche monoatomique, pour laquelle la DPC est en général maximum; c'est aussi le domaine de plus grande stabilité des couches adsorbées.

2. Description des méthodes de mesure de l'effet Volta.

2.1. **Principes des diverses méthodes de mesure**. — Interrompons le circuit de la figure 1 en un point et appliquons entre les bords de la coupure une différence de potentiel extérieure V_e (*fig.* 2); la différence de potentiel entre Q et P devient

$$V_Q - V_P = \varphi_A - \varphi_B + V_e = V_{AB} + V_e.$$

Un tel dispositif permet la mesure des DPC par

des méthodes diverses, que l'on peut diviser en deux groupes :

Dans les méthodes du *groupe* A, les conducteurs A et B sont effectivement mis en présence dans l'appareil, et l'on règle V_e de façon à amener $V_Q - V_P$ à une valeur V_0 qui peut être calculée à partir de quantités mesurables. Dans ces conditions, $V_{AB} = V_0 - V_e$. La valeur de V_{AB} est obtenue par une seule expérience. La méthode de Kelvin, où $V_0 = 0$, est la plus importante de ce groupe, auquel appartiennent également les méthodes du magnétron (Oatley) et d'ionisation, et celle de la diode saturée.

Dans celles du *groupe* B, on emploie un troisième conducteur C (ordinairement un émetteur thermique d'électrons). Un circuit analogue au précédent est construit avec C et A, et l'on cherche la valeur V_{eA} à donner à V_e pour amener une certaine quantité mesurable i (ordinairement un courant), fonction seulement de $V_Q - V_P$, à une valeur repère i_0.

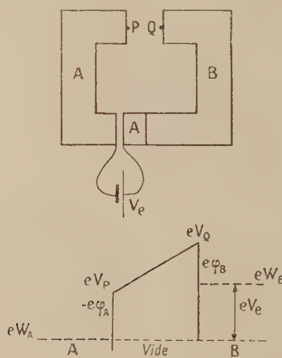


Fig. 2.

Le conducteur B est alors substitué à A, toutes choses égales d'ailleurs, l'expérience recommencée et une valeur V_{eB} obtenue. $V_Q - V_P$ est le même dans les deux cas, donc

$$V_{CA} + V_{eA} = V_{CB} + V_{eB}$$

et comme

$$V_{AB} = V_{CB} - V_{CA},$$
$$V_{AB} = V_{eA} - V_{eB}.$$

V_{AB} est ici mesuré par deux expériences successives. Les méthodes appartenant spécifiquement à ce groupe sont celles de la diode (Langmuir et Kingdon) de la triode (Patai) et du faisceau d'électrons (Anderson). Naturellement, celles du groupe A peuvent aussi être appliquées de cette manière, en utilisant un conducteur de référence.

2.2. Méthode du condensateur (dite de Kelvin). — L'invention de cette méthode est généralement attribuée à Kelvin (1898), mais elle fut imaginée indépendamment par Pellat (1881).

Elle consiste dans l'emploi d'un condensateur de capacité C dont les armatures sont faites des conducteurs A et B. Une différence de potentiel variable V_c est appliquée entre elles. Si l'on fait varier la capacité d'une quantité δC, le circuit extérieur est parcouru par la quantité d'électricité $\delta C(V_Q - V_P)$, qui peut être mise en évidence par un dispositif approprié, par exemple un électromètre. Si l'on fait varier V_e jusqu'à ce que la charge déplacée soit nulle, $V_Q - V_P = 0$, c'est-à-dire qu'alors $V_e = - V_{AB}$.

Cette méthode est la plus simple de toutes, et de nombreux appareils utilisant son principe ont été décrits. Citons, parmi les plus récents, ceux de Meyerhof et Miller (1946) et de Frost (1946). Zisman (1932), suivi par Rosenfeld et Hoskins (1945) a conçu un dispositif où l'une des armatures est fixée à une lame élastique dont les vibrations sont entretenues : la variation de capacité est alors une fonction périodique du temps, et le circuit est parcouru par un courant alternatif, facile à amplifier ou à détecter (ou à observer à l'oscilloscope cathodique).

Dans tous les travaux publiés, la variation de capacité était obtenue par déplacement d'une armature; mais on peut également concevoir un dispositif dans lequel on changerait la nature du diélectrique (comme E.W. J. Mitchell l'a suggéré) ou introduirait un écran métallique entre les armatures.

Les expériences de Pellat (1881) et Kelvin (1898), bien qu'effectuées dans l'air, permirent à leurs auteurs de mettre en évidence l'influence de l'état des surfaces sur la grandeur de l'effet Volta : des traitements préalables tels que décapage, lavage dans des liquides variés, brunissage, oxydation, provoquent dans ces conditions des variations de DPC de plusieurs dixièmes de volt.

La méthode du condensateur peut être utilisée dans un vide poussé, si les parties mobiles sont mues de l'extérieur; on emploiera par exemple une glissière à commande magnétique (Glasoe 1931, Rose 1933, Farnsworth et Winch 1940).

Glasoe s'attacha à vérifier la relation (1) pour le couple fer-nickel. Son tube à vide contenait une plaque de nickel et une de fer, dont il pouvait déterminer, soit les travaux de sortie (par une méthode photoélectrique), soit les DPC avec une électrode de référence en platine. Sa technique du vide paraît avoir été suffisante (bien que le choix du platine semble malheureux, ce métal étant difficile à dégazer); la différence des deux DPC obtenues était reproductible à 0,01 V près, et égale, à 0,03 V près, à la différence des deux TS mesurés photoélectriquement.

Les expériences de Rose avaient pour but de déterminer la DPC entre des faces d'orientations cristallographiques différentes, (100) et (111), taillées sur deux monocristaux de cuivre par polissage de sections de directions appropriées suivi d'attaque chimique. Les cristaux étaient épais de 0,5 cm et furent dégazés pendant 750 h à 800° C; la pression pendant les mesures était inférieure à $5 \cdot 10^{-8}$ mm Hg. Il semble que le dégazage était suffisant et les surfaces propres, mais le chauffage prolongé avait provoqué une évaporation du métal et l'apparition de facettes indésirables, de sorte que les faces (100) et (111) n'étaient plus pures. Rose trouva $\varphi_{100} - \varphi_{111} = 0{,}38$ eV et estima que cette différence serait plus grande si les faces étaient pures; d'après les mesures photoélectriques, d'ailleurs discutables, d'Underwood (1935), elle serait de 0,73 eV.

Farnsworth et Winch se livrèrent à une étude analogue sur l'argent. Leur appareil contenait deux cristaux, taillés respectivement suivant les directions (100) et (111) et pouvant être amenés en face, soit d'une fenêtre de quartz permettant des mesures photoélectriques, soit d'un second cristal (111) mobile. 1300 h de chauffage à 900°C furent nécessaires pour dégazer les cristaux, épais de 0,5 cm; la pression finale était 10^{-8} mm Hg. Les résultats obtenus sont $\varphi_{100} = 4{,}81 \pm 0{,}01$ eV et $\varphi_{111} = 4{,}75 \pm 0{,}01$ eV

Pendant toute la durée des expériences, la différence de potentiel de contact obtenue était égale, à 0,01 V près, à la différence des deux travaux de sortie.

Dans ces deux derniers cas, la nature des échantillons imposait l'emploi du condensateur plan. Pour que les résultats aient quelque valeur, il faut que les capacités parasites soient petites par rapport à celle du condensateur, dont les dimensions ne doivent donc pas être trop faibles (par exemple : surface des plaques de l'ordre de 1 cm², distance minimum de l'ordre de 0,1 mm).

L'effet nuisible des capacités parasites n'avait pas échappé à Dubois (1930), qui résolut le problème de façon élégante par l'emploi d'un condensateur cylindrique. Il appliqua sa méthode à l'étude systématique de l'effet du chauffage et de la contamination des surfaces métalliques sur leur TS. Ce dispositif n'a jamais été utilisé depuis, sans doute à cause de difficultés matérielles d'adaptation. Mais il présente en soi de tels avantages (muni d'un cylindre de garde, il est rigoureusement autoblindé) que son emploi sous une forme améliorée et dans un vide poussé pourrait dans bien des cas être envisagé avec profit.

Le travail de Potter (1940) est un exemple de mesure de DPC dans un cas défavorable; c'est l'étude de la variation du TS du tungstène en fonction de la température. Son appareil contenait deux filaments de tungstène parallèles, l'un à la température ordinaire et immobile, l'autre porté à une température connue par le passage d'un courant alternatif et mis en vibration par l'action sur le courant d'un champ magnétique transversal continu. Ces deux fils étaient les armatures du condensateur, à la vérité très imparfait et étaient entourés d'un écran de tantale. Dans un tel cas, le courant est nul dans toutes les parties du circuit si le champ électrique est nul partout, c'est-à-dire si non seulement la DPC entre les fils est compensée, mais aussi celle entre les fils et l'écran; celui-ci doit être porté au potentiel voulu, qu'on peut évaluer *a priori* à partir des valeurs connues des TS du tungstène et du tantale, si l'on admet que les surfaces sont propres, mais qu'on devrait en réalité déterminer par tâtonnement. Des difficultés supplémentaires existaient d'ailleurs, dues à la petitesse de la DPC mesurée et à l'existence d'une chute de tension importante le long du filament chauffé. Potter put néanmoins montrer que le TS du tungstène augmente d'environ $6{,}5 \cdot 10^{-5}$ eV : degré entre 20 et 990° C. Comme Herring et Nichols (1949) l'ont montré, cette valeur est sujette à une correction destinée à tenir compte des effets thermoélectriques, les deux électrodes étant à des températures différentes : dans une chaîne de conducteurs à température non uniforme, le niveau du potentiel électrochimique $\bar{\mu}$ varie, et la différence de ses valeurs aux extrémités, aux températures T_1 et T_2 est

$$\bar{\mu}_2 - \bar{\mu}_1 = e \int_{T_1}^{T_2} \mathrm{d}T \int_0^T \frac{\sigma}{T} \mathrm{d}T.$$

intégrale prise le long de la chaîne, σ étant le coefficient de Thomson du métal constituant l'élément considéré, à la température T. Après application de cette correction aux résultats de Potter, on obtient un coefficient de température d'environ $5 \cdot 10^{-5}$ eV : degré.

Citons encore une étude de Klein et Lange (1938) qui mesurèrent la DPC par rapport à une surface de mercure de 42 métaux différents après abrasion; toutes les opérations étaient conduites dans une atmosphère d'argon.

La méthode de Kelvin a également été appliquée à l'étude des surfaces de semi-conducteurs. C'est ainsi que Leo (1931), reprenant l'étude d'un phénomène déjà aperçu par Fleischmann (1930) mesura la DPC entre une surface de nickel et des surfaces d'oxydes cuivreux et cuivrique ayant subi pendant 10 s un bombardement par un courant d'électrons d'énergie et d'intensité variables. Il observa que le bombardement de l'oxyde cuivreux par des électrons de 10 V pouvait accroître instantanément son TS de plus de 2 eV, mais que celui-ci diminuait ensuite progressivement, reprenant sa valeur initiale en quelques heures. Il observa aussi que la DPC augmentait avec la densité de courant utilisée, mais qu'une saturation se manifestait à partir de 10^{-5} A : cm² environ, et enfin que l'action d'électrons lents (10 V) était plus efficace que celle d'électrons rapides (90 V), qui provoquaient une augmentation de TS de 0,2 eV seulement. L'ampleur du phénomène semble d'ailleurs très sensible à la qualité du vide : sur une surface intentionnellement contaminée, Leo observa une augmentation de TS de 4,6 eV ! L'oxyde cuivrique donne lieu à des effets analogues, mais plus faibles. Il s'agit certainement là de la capture d'électrons par des pièges superficiels, d'où ils sont libérés sous l'influence de divers facteurs (température, éclairement, etc.); l'étude de ces effets serait susceptible de donner des indications précieuses sur les caractéristiques de ces pièges.

Nous pouvons encore mentionner une autre application de la méthode de Kelvin à l'étude des semi-conducteurs; Meyerhof (1946), ayant observé que les propriétés des redresseurs au silicium ne dépendaient guère de la nature de la pointe métallique, alors qu'elles devraient être déterminées par la DPC semi-conducteur-métal, mesura directement cette DPC entre des échantillons de silicium *n* et *p* et diverses surfaces métalliques et n'observa aucune corrélation entre les valeurs obtenues et les propriétés des redresseurs. De plus, il obtint pour la DPC entre le silicium *n* et le silicium *p* la valeur 0,25 V, alors que la théorie indiquerait pour cette DPC 1,1 V, largeur de la bande d'énergie interdite dans le silicium. L'explication de ces anomalies, donnée par Bardeen (1947), fait intervenir les niveaux d'énergie électronique superficiels situés dans la bande interdite.

Le travail de Harper (1951) mérite une mention spéciale; il est consacré à l'étude des relations entre l'effet Volta et la production d'électricité statique. Harper mesura la charge acquise par deux sphères

métalliques mises en contact, puis séparées; prenant des précautions spéciales pour éliminer tout frottement entre les sphères, il put prouver l'existence d'une charge due au seul contact et la mesurer de manière reproductible. Son appareil lui permettait d'autre part de déterminer, par la méthode de Kelvin, la DPC des deux surfaces. Les résultats de ses expériences mettent en évidence la relation de proportionnalité attendue entre la charge et la différence de potentiel de contact. Harper donne de l'ensemble du phénomène une théorie quantitative, dont les résultats sont en accord satisfaisant avec l'expérience.

2.3. **Méthode d'ionisation.** — Les deux conducteurs à comparer forment encore ici les armatures d'un condensateur, mais sa capacité est fixe et l'expérience est faite dans un gaz. Le reste du circuit est analogue à celui employé dans le dispositif de Kelvin. Le gaz compris entre les armatures est soumis à un rayonnement ionisant (particules α du polonium). Tant que le champ dans le condensateur n'est pas nul, les ions migrent et un courant passe, qui charge l'électromètre. La DPC est compensée par le potentiel appliqué lorsque l'électromètre ne dévie plus.

Cette méthode, dont l'embryon peut être trouvé dans l'article de Kelvin (1898), est classique pour la mesure des potentiels de surface des liquides, mais ne semble pas avoir été souvent appliquée aux solides. Citons le travail de Joffe (1946) consacré à la comparaison des TS de divers semi-conducteurs (principalement oxydes) et métaux. Sa surface de référence était en métal doré, et la précision obtenue semble avoir été limitée à 0,1 V par les inhomogénéités de la dorure.

2.4. **Méthode du magnétron.** — Le principe de ce dispositif ingénieux, dû à Oatley (1936), est le suivant : considérons une diode cylindrique formée d'une cathode A et d'une anode B de rayons respectifs r et R, et portons l'anode au potentiel V_e par rapport à la cathode; la différence de potentiel effective entre les électrodes est $V_e + V_{AB}$. Soit i_s le courant de saturation. L'application d'un champ magnétique uniforme parallèle à l'axe diminue le courant; soit H_0 la valeur du champ pour laquelle le courant est $\frac{i_s}{2}$. Oatley a montré que

$$V_e + V_{AB} + V_T = H_0^2 R^2 \frac{e}{8m},$$

où $\frac{e}{m}$ est la charge spécifique de l'électron et V_T un terme correctif dépendant de la température de la cathode et destiné à tenir compte des vitesses initiales des électrons. Oatley a indiqué comment évaluer V_T.

Toutes les autres quantités étant connues, on peut déterminer $V_e + V_{AB}$ en valeur absolue, d'où V_{AB}.

Oatley a donné des formules permettant de tenir compte des défauts de symétrie possibles et en a déduit l'erreur probable dans ses mesures. Il estime que sa méthode permet la mesure des DPC à 0,02 V près.

L'emploi du dispositif d'Oatley comporte certaines difficultés pratiques, à cause de la précision mécanique qu'il est nécessaire d'atteindre dans la construction de l'appareil, qui, par ailleurs, doit permettre l'obtention d'un vide élevé. Ces difficultés peuvent être surmontées. Elles peuvent aussi être évitées en procédant à des mesures par substitution, mais la méthode ne semble plus alors présenter d'avantages par rapport à celle de la diode non saturée.

Les premières mesures d'Oatley furent effectuées dans un vide imparfait. Dans un travail ultérieur (1939), il appliqua sa méthode, dans des conditions plus favorables, à l'étude du dégazage d'une surface par des ions d'argon. Il observa que le TS d'une surface de platine, initialement propre, est diminué de 1,15 eV par adsorption d'hydrogène et augmenté de 1,2 eV par adsorption d'oxygène.

Weissler et Wilson (1949) se livrèrent à une étude analogue sur des surfaces d'argent et observèrent une augmentation de travail de sortie de 1,4 eV par adsorption d'oxygène ou de fréon, et une diminution de quelques dixièmes d'électron-volt par adsorption d'hydrogène ou d'azote, l'hélium et l'argon ne produisant pas d'effet appréciable.

2.5. **Méthode de la diode saturée.** — Dans une diode (cathode A, anode B) où le courant d'électrons est assez faible pour qu'aucun effet de charge spatiale n'intervienne, le courant atteint la valeur de saturation i_s lorsque le potentiel $V_e + V_{AB}$ devient positif; pour les potentiels retardateurs, le courant est

$$i = i_s\, e^{\frac{e(V_e + V_{AB})}{kT}}.$$

La courbe $\log i = f(V_e)$ se compose donc théoriquement de deux droites, l'une horizontale ($\log i = \log i_s$), l'autre de pente $\frac{e}{kT}$, se coupant en un point où $V_e = -V_{AB}$. On a donc là un moyen de déterminer V_{AB}. Pratiquement, la courbe présente seulement un coude dans cette région, et l'on doit pratiquer une extrapolation en prolongeant les parties rectilignes correspondant aux potentiels accélérateurs ou retardateurs plus élevés.

Cette méthode semble due à Schottky (1914) et a été décrite par Schottky et Rothe (1928). Elle a été appliquée par Reynolds (1930) à l'étude des cathodes en tungstène thorié, et par plusieurs auteurs, en particulier Heinze et Wagener (1938) et Champeix (1946) à celle des cathodes à oxydes. Son application est d'ailleurs particulièrement difficile dans ce dernier cas, car le courant de saturation de ces cathodes dans leurs conditions normales d'emploi est si élevé que la présence d'une charge spatiale importante est inévitable.

2.6. **Méthode de la diode non saturée.** — Dans une diode où le courant d'électrons est limité par la charge spatiale, sa valeur dépend de la différence de potentiel $V_e + V_{AB}$ entre les électrodes. La première tentative pour mesurer des DPC dans un tel tube fut faite par Richardson et Robertson (1922). Dans une diode cylindrique composée d'un filament de platine ou de tungstène et d'un collecteur de cuivre, ils introduisirent de l'hydrogène à des pressions faibles et connues, réglant chaque fois la température du filament émetteur de manière à

obtenir une valeur constante du courant de saturation; ils trouvèrent que les diverses caractéristiques obtenues avaient à peu près la même forme et se déduisaient l'une de l'autre par translation parallèle à l'axe des V_c ; ils admirent que l'amplitude d'une telle translation représentait la DPC V_{AB} entre les deux états de contamination A et B de l'émetteur, en négligeant les modifications possibles de la surface du collecteur. A cette époque, la technique du vide était encore grossière, et les auteurs ne purent interpréter les résultats compliqués qu'ils obtinrent.

Langmuir et Kingdon (1929) donnèrent au dispositif sa forme moderne. Si nous considérons une diode dont l'émetteur se trouve dans un état invariable et le collecteur dans deux états différents successifs A et B, nous savons (§ 2.1) que la différence des potentiels à appliquer au collecteur pour obtenir un même courant i_0 dans les deux cas est V_{AB}, qui ne dépend pas de i_0. En d'autres termes, la courbe B est déduite de la courbe A par la translation V_{BA} le long de l'axe des V_c. Inversement, si une expérience de ce type donne deux courbes présentant une telle relation, on est sûr qu'aucun facteur parasite n'est intervenu et qu'on a vraiment mesuré une DPC. Langmuir et Kingdon étudièrent diverses couches composées de césium et d'oxygène adsorbés sur la surface d'un fil de tungstène. Un tel support présente l'avantage de pouvoir être nettoyé par un chauffage violent en vue d'une nouvelle série d'expériences. Les deux filaments (émetteur et collecteur) avaient la forme d'épingles à cheveux placées côte à côte, leurs parties médianes étant entourées par un cylindre métallique porté à un potentiel voisin de celui de l'émetteur, et leurs extrémités par un autre cylindre porté à un potentiel négatif, pour supprimer l'émission dans cette région. Les auteurs admettaient que les surfaces de ces cylindres ne se trouvaient pas modifiées durant les mesures.

Afin d'éviter ces complications, Reimann (1935) eut l'idée d'utiliser deux filaments en U, de rayons de courbure différents et placés à l'intérieur l'un de l'autre, leurs sommets étant distants de 1,5 mm seulement. Dans ces conditions, si l'on applique un faible potentiel positif à B, le champ accélérateur à la surface de A sera beaucoup plus grand vers le sommet qu'ailleurs, de sorte que presque toute l'émission proviendra de cette région et sera recueillie par la région correspondante de B. De cette manière, l'influence des extrémités est éliminée; de plus, le champ entre les sommets des filaments n'est pas très sensible aux variations de potentiel des objets extérieurs, de sorte qu'il n'y a pas besoin d'écrans.

L'expérience confirme cette attente. Avec cet appareil très simple, Reimann put mesurer la DPC entre une surface propre de tungstène et la même surface, couverte d'une couche d'oxygène adsorbée. Cette DPC ne dépend pas du mode de formation de la couche. Les courbes obtenues étaient tout à fait parallèles, mais le vide n'était pas assez bon pour qu'on pût affirmer que la courbe « tungstène propre » correspondait vraiment à une surface exempte de contamination. Le déplacement observé étant 1,7 V, Reimann conclut que la DPC était certainement supérieure à cette valeur.

Appliquant toujours la même méthode, mais cette fois dans un tube scellé où régnait un bon vide, Reimann (1937) mesura les coefficients de température des TS du tungstène pur et du tungstène thorié activé. Il obtint la valeur 6.10^{-5} eV par degré pour le tungstène pur, et une valeur à peu près égale pour le tungstène thorié. La différence des deux TS à la température ordinaire était 1,68 eV. Ces résultats seraient sujets à la même correction que ceux de Potter (§ 2.2).

Le principe du dispositif utilisé par Bosworth et Rideal (1937) est analogue; les deux filaments sont rectilignes et perpendiculaires, leur plus courte distance étant d'environ 1 mm. Mais les auteurs commirent une erreur de principe dans l'emploi de l'appareil : la description de son fonctionnement donnée plus haut n'est valable que pour le cas où le potentiel appliqué au collecteur est accélérateur; s'il est retardateur, le rôle des parties centrales des filaments est réduit au profit de leurs extrémités et des objets avoisinants, ce qui est naturellement indésirable. C'est d'ailleurs un défaut essentiel du dispositif, car il est en principe plus avantageux de travailler avec des champs retardateurs : la sensibilité de la mesure, commodément définie comme le rapport d'une variation relative de courant à la variation absolue de potentiel qui la produit, est en effet constante dans ce domaine, alors qu'elle diminue comme $i^{-\frac{2}{3}}$ dans celui des champs accélérateurs.

Les résultats concernant des phénomènes d'adsorption, publiés dans les nombreux articles de Bosworth (1937 *a*, 1937 *b*, 1938, 1939, 1946 *a*, 1946 *b*, 1946 *c*), ne doivent pas être considérés sans tenir compte de l'imperfection de sa méthode de mesure; cette imperfection se manifeste d'ailleurs par le manque de parallélisme des courbes reproduites. Dans un cas extrême, où l'expérience comportait la vaporisation de cuivre dans l'appareil, il a été montré (Bourion 1951) qu'elle peut fausser complètement les résultats; on peut supposer que le succès du même auteur dans la répétition de l'expérience de Reimann (1935) dans un champ retardateur est dû au fait que l'adsorption d'oxygène n'a qu'un effet négligeable sur les propriétés de la paroi de verre, alors que le dépôt de cuivre les modifie radicalement.

Langmuir (1936) a indiqué une méthode très élégante permettant d'éliminer l'influence des éléments accessoires de l'appareil. Imaginons un tube électronique contenant, comme précédemment, un émetteur d'électrons A dans un état invariable et un collecteur B dont on se propose d'étudier les modifications, et, de plus, les entourant, un écran conducteur C aussi parfait que possible. Le courant i recueilli par le collecteur est maintenant fonction, non seulement du potentiel V_c appliqué au collecteur, mais de celui, V_s, de l'écran. Au lieu d'une courbe caractéristique, nous avons une surface caractéristique $i = f(V_c, V_s)$; des variations des TS de B et C provoqueront des translations de cette surface dans les directions des axes V_c et V_s respectivement. Langmuir fit remarquer que, les déplacements du premier type étant seuls intéressants, ceux du second type peuvent être purement et simplement éliminés en choisissant pour chaque valeur de V_c celle de V_s qui rend le courant maximum; la courbe $i = f(V_s)$ obtenue est alors le contour apparent de la surface dans la direction de l'axe V_s, et n'est

pas affectée par les translations dans cette direction. La mise au point de ce procédé rationnel fut un progrès technique important, car il permet la mesure des différences de potentiel de contact en employant des collecteurs de forme et de position indifférentes. Il faut néanmoins que le courant soit une fonction de deux variables seulement, c'est-à-dire que les facteurs parasites restants doivent être éliminés : les surfaces des électrodes doivent être uniformes et le rôle des parties des électrodes extérieures à l'écran doit être rendu nul par quelque procédé.

Le dispositif réalisé par Langmuir en vue de mesures sur le tungstène thorié satisfaisait à ces conditions; l'émetteur et le collecteur étaient deux longs filaments, de tantale et de tungstène thorié respectivement, entourés d'un écran cylindrique comportant trois parties indépendantes, la partie médiane étant portée au potentiel V_s et les parties extrêmes à un potentiel négatif élevé, de façon à supprimer le courant d'électrons entre les extrémités des filaments. L'appareil permettait également la mesure de l'émission thermionique du filament collecteur. Langmuir étudia ainsi à diverses températures la relation entre le TS du tungstène thorié (variant suivant l'état d'activation), donné par sa DPC avec le tantale, et son courant d'émission saturée dans un champ nul, et la trouva conforme à celle attendue d'après l'équation de Richardson. Il chercha aussi à déterminer le coefficient de température du TS du tungstène, mais les conditions de l'expérience (en particulier la qualité du vide) ne se révélèrent pas entièrement favorables à la réussite de cette mesure difficile; le résultat obtenu par Langmuir est en désaccord avec ceux de Reimann (1937) et de Potter (1940).

Un appareil de principe semblable, mais différent dans sa réalisation, a été utilisé par Bourion (1951) pour l'étude de couches de cuivre déposées sur des fils de tungstène; son perfectionnement avait été poussé assez loin pour mettre en évidence des anomalies dues à la nature même des surfaces étudiées (structure mosaïque; *cf.* § 3.1).

Des tentatives ont été faites pour utiliser des diodes à collecteurs interchangeables de natures différentes; mais les difficultés mécaniques alors rencontrées (nécessité de réaliser exactement la même disposition des électrodes dans tous les cas) empêchent de réaliser des mesures précises. On peut citer deux travaux de ce genre. Mönch (1930) se proposa de comparer avec le même couple de métaux et dans le même appareil les méthodes de Kelvin et de la diode; il trouva effectivement que les deux méthodes donnaient le même résultat à 0,02 V près, résultat honorable vu l'imperfection du dispositif. Le travail de Gysae et Wagener (1938) avait pour but de démontrer l'existence réelle [contestée par Krüger et Schulz (1936)] d'une DPC entre métaux bien dégazés dans un bon vide; les deux collecteurs étaient des fils de tungstène et de tantale, entre lesquels une DPC d'environ 0,5 V fut observée.

Mentionnons encore une méthode un peu particulière, apparentée à celles utilisant des diodes, mais faisant usage d'un émetteur photoélectrique d'électrons au lieu d'un émetteur thermionique. Elle consiste dans la mesure du potentiel retardateur qui doit être appliqué au collecteur d'une cellule photoélectrique à émetteur métallique pour repousser les électrons émis sous l'influence d'une radiation monochromatique. En principe, on ne mesure pas ainsi une DPC, mais directement le TS du collecteur; cette mesure est cependant grossière; au contraire, la détermination des courbes donnant le courant recueilli en fonction du potentiel appliqué au collecteur, pour deux états différents de celui-ci, permet une bonne mesure de la DPC entre ces états. Ce procédé a été appliqué par Smith (1949) à la recherche d'un déplacement du niveau de Fermi (se traduisant par une variation du TS) accompagnant l'apparition de la conduction intrinsèque, sous l'influence de l'élévation de la température, dans le silicium et le germanium impurs. Le résultat de l'expérience a été négatif, ce qui peut s'expliquer par l'intervention des niveaux d'énergie localisés à la surface (Markham et Miller 1949).

2.7. **Méthode de la triode**. — Le déplacement du réseau des caractéristiques de grille d'une triode, sous l'influence d'une variation du TS de la grille, est chose connue depuis fort longtemps, et représente dans l'industrie des tubes électroniques une source majeure d'ennuis lorsqu'on s'attache à produire des tubes de caractéristiques stables. Cet aspect du phénomène a été récemment passé en revue par Michaelson (1950). Patai (1930) fit observer que cet effet pouvait être appliqué à la mesure des DPC, les caractéristiques de grille jouant le même rôle que celles des diodes dans la méthode précédente, et s'en servit pour l'étude du tungstène thorié et la mesure de la DPC entre le molybdène et le sodium (2 V environ).

Mais l'application la plus intéressante de la méthode de la triode a été l'étude par Copeland (1940) et Copeland et Carne (1942) de ce que Langmuir et Nottingham appelèrent l'effet d'anode (anode effect). Il s'agit de l'élévation temporaire du TS de surfaces de nickel sous l'influence d'un bombardement par électrons lents, observée dans des tubes électroniques comportant des cathodes en tungstène thorié (Nottingham 1932). Copeland utilisa une triode spéciale dont la grille, en nickel, pouvait être portée à une température variable et connue. Il étudia le phénomène en régime permanent (la grille, portée à un potentiel positif, recevant un courant constant d'électrons) et en régime transitoire : la grille, ayant reçu une quantité donnée d'électrons, est portée à un instant donné à un potentiel négatif; à ce moment, elle ne reçoit plus d'électrons, mais son potentiel continue à déterminer le courant plaque, et l'étude de la variation de celui-ci permet de suivre celle du TS de la grille. Le phénomène ressemble assez à celui observé sur les surfaces de semi-conducteurs et décrit plus haut (§ 2.2). L'augmentation du TS peut atteindre 0,6 eV. On constate une saturation quand la quantité d'électrons reçue augmente, et l'effet diminue quand la vitesse des électrons bombardant la surface croît. L'effet d'une élévation de température est de réduire les variations observées, le phénomène disparaissant complètement vers 675° K. La loi de décroissance en fonction du temps est d'ailleurs sensiblement indépendante de la température.

Il s'agit ici encore de la capture d'électrons par

des pièges superficiels, dont ils s'échappent sous l'influence, soit de l'agitation thermique, soit, comme Nottingham (1933) l'a montré, de quanta lumineux ou d'électrons rapides. Copeland a montré que l'existence de ces pièges est liée à celle d'une contamination sur la surface; en effet, le phénomène est aussi observé sur le tungstène, mais disparaît dans ce cas à la suite d'un chauffage violent (impossible dans le cas du nickel, insuffisamment réfractaire) dont l'effet est de débarrasser la surface des impuretés adsorbées.

2.8. **Méthode d'Anderson**. — A partir de 1935, Anderson publia une importante série d'articles, commençant par la description d'une nouvelle méthode pour la mesure des différences de potentiel de contact (1935), puis l'appliquant à titre de vérification à la mesure de DPC entre des métaux de travaux de sortie bien connus (1936, 1938), et l'utilisant enfin pour une nouvelle détermination des TS de certains métaux (1940, 1941, 1949 *a*, 1949 *b*). Le soin qu'il apporta à l'obtention des conditions les plus favorables et le degré de perfectionnement auquel il poussa sa méthode justifient l'examen détaillé de ses travaux.

L'appareil d'Anderson se compose essentiellement d'un canon à électrons et d'une cible portant le corps étudié. La cathode du canon est en tungstène et son courant de chauffage est maintenu rigoureusement constant; son centre est porté à un potentiel négatif également constant d'environ 10 V par rapport au sol; l'anode est au potentiel du sol. La cible, placée immédiatement derrière l'anode, est portée à un potentiel V et recueille un courant i. Comme dans le cas de la diode, si le TS de la cible passe de φ_A à φ_B, la courbe caractéristique $i = f(V)$ se déplace horizontalement de la quantité $\varphi_B - \varphi_A$. On voit facilement que les variations du TS de la face extérieure de l'anode sont sans importance si ce TS reste uniforme, mais Anderson a montré effectivement que la contamination non uniforme de cette surface peut conduire à des résultats incohérents.

Les échantillons sont des couches de métal déposées par distillation sur la cible. Celle-ci étant disposée très près du trou de sortie du canon, dont le diamètre est seulement 1,2 mm, l'aire de la cible intervenant effectivement dans la mesure est très faible, et l'appareil permet l'emploi d'échantillons petits ou l'exploration d'une surface plus étendue.

La cible est mobile et peut être amenée en face des dispositifs de distillation; après le dépôt d'une couche, elle est ramenée rapidement en face du canon et la variation de i en fonction du temps (à V constant) observée; ainsi la variation du TS d'une nouvelle couche peut être étudiée sans retard. De nombreuses couches peuvent être superposées, jusqu'à obtention d'un TS reproductible.

Le tube, scellé, se compose de plusieurs chambres distinctes; par le jeu d'écrans judicieusement disposés, les métaux peuvent être déposés sur la cible par deux distillations successives (avec élimination des fractions indésirables pour assurer leur purification) sans qu'aucun atome atteigne la chambre de mesure, et spécialement la face avant du canon.

Mönch (1928) et Kösters (1930) avaient déjà employé une méthode de mesure analogue en principe, mais réalisée beaucoup plus grossièrement.

Anderson, dans ses premières expériences (1935), se proposait d'éprouver une méthode où la cible serait un ruban de tungstène, qui pourrait être nettoyé par chauffage et servir de métal de référence. Pour l'autre métal, il choisit le baryum, qui jouerait le rôle de getter. Il procéda à l'évacuation du tube avec toutes les précautions requises, et évapora une couche de baryum sur les parois avant scellement. Le tube étant immergé dans l'air liquide, il procéda au dégazage du ruban par des chauffages violents alternant avec des évaporations de baryum destinées à fixer les gaz dégagés; après chaque chauffage, il observait la variation du TS comme il a été indiqué plus haut. Par ce procédé, il réussit à améliorer le vide et à réduire la vitesse de contamination du tungstène au point que son TS restait constant à 0,001 eV près durant une période de 20 mn commençant 8 s après la fin du chauffage. La valeur de V était reproductible à 0,02 V près. Mais lorsque Anderson couvrit la cible de baryum, il constata que son TS était à la fois plus stable et plus reproductible que celui du tungstène, restant constant pendant 1 h à quelques millivolts près, et reproductible entre les mêmes limites. Cette particularité, jointe à la concordance des valeurs obtenues dans deux déterminations photoélectriques du TS du baryum par Jamison et Cashman (1936) et par Cashman et Bassoe (1939), donnant toutes deux $2{,}52 \pm 0{,}02$ eV, conduisit Anderson à adopter le baryum comme étalon dans tous ses travaux ultérieurs, évitant ainsi l'emploi du tungstène, difficile à dégazer, et à utiliser des cibles en verre.

Il faut remarquer que le comportement du baryum, dont le TS est reproductible à 0,002 eV près, est assez exceptionnel. Pour les autres métaux étudiés par Anderson (tungstène, argent, magnésium, zinc, lithium, cuivre), le TS est reproductible à 0,02 eV près. D'un autre côté, le cas du tungstène, qui se contamine de manière perceptible en 20 mn dans le meilleur vide, est également exceptionnel : les autres métaux n'acquièrent une contamination décelable qu'en plusieurs jours (Ba, Ag, Zn) ou au moins en plusieurs heures (Mg).

Par la comparaison de ces résultats, Anderson a pu montrer que les surfaces étudiées étaient pratiquement exemptes de contamination. En effet, dans le cas du zinc, par exemple, et du tungstène, un élément actif dans la contamination est l'oxygène; son coefficient de condensation sur le tungstène est de l'ordre de 1; comme, dans le vide obtenu, la variation de TS du tungstène ne devenait appréciable qu'après 20 mn, il ne pouvait se former sur la surface de zinc, au cours des 8 premières secondes (pendant lesquelles on ne peut faire de lecture), qu'une couche d'oxygène extrêmement diluée. Mais, après ces 8 s, on n'observe pas de variation du TS, ce qui montre que, ou bien la concentration d'équilibre est atteinte, et elle est très faible, ou bien la concentration augmente, mais avec un effet négligeable sur le TS. Dans les deux cas, le TS est le même que celui de la surface à l'instant zéro. Il est extrêmement probable que cette surface était réellement propre, en raison de la technique de double distillation utilisée. Un argument qui vient à l'appui de cett proposition

est l'absence de toute influence de la vitesse de distillation du métal sur le TS de la couche formée.

Les résultats obtenus par Anderson sont les suivants :

1° Cible en ruban de tungstène, baryum déposé sur cette surface,

$$V_{W,Ba} = 2,13 \pm 0,05\,V.$$

2° Cibles en verre, métaux déposés en couches superposées,

$$V_{Ag,Ba} = 1,94 \pm 0.02\,V.$$
$$V_{Mg,Ba} = 1,16\,V$$

couche de magnésium miroitante déposée sur le verre),

$$V_{Mg,Ba} = 1,24\,V$$

(couche de magnésium d'aspect laiteux déposée sur le baryum);

$$V_{Zn,Ba} = 1,76 \pm 0,02\,V,$$
$$V_{Li,Ba} = -0,03 \pm 0,02\,V,$$
$$V_{Cu,Ba} = 1,94 \pm 0,03\,V.$$

3° Une cible en verre sur laquelle sont déposées des couches de baryum et d'argent (Ag I); une deuxième cible formée d'une face de clivage d'un cristal de chlorure de sodium sur laquelle est déposée à chaud (200°C) une couche d'argent (Ag II), puis des couches de baryum. D'après Goche et Wilman (1939), il y a épitaxie complète de l'argent sur le chlorure de sodium, et la surface de la couche d'argent est entièrement formée de plans (100). Le résultat est

$$V_{Ag\,I,Ba} = 1,95 \pm 0,02\,V,$$
$$V_{Ag\,I,Ag\,II} = -0,32 \pm 0,03\,V,$$

Dans cette série de travaux remarquables, Anderson a eu le mérite, non seulement de décrire une méthode originale et précieuse pour la mesure des DPC, mais aussi de prouver que ce genre de mesures pouvait prétendre, moyennant des précautions appropriées, à une précision et une reproductibité jamais atteintes jusqu'alors.

Mitchell (1950) a appliqué la méthode d'Anderson sous une forme quelque peu modifiée. Il désirait maintenir une distance entre émetteur et collecteur suffisante pour empêcher l'échauffement de celui-ci par rayonnement thermique; un tel échauffement serait, en effet, un facteur incontrôlable influant sur la structure des couches déposées sur le collecteur. La difficulté de produire au moyen d'un canon purement électrostatique et assez long un faisceau raisonnablement intense d'électrons lents conduisit Mitchell à adopter un système mixte de focalisation électrostatique et magnétique, qui lui permit d'obtenir, à travers un orifice de sortie de 1,5 mm de diamètre situé à 7 cm de l'émetteur, un faisceau d'électrons de 5 à 10 V d'une intensité pouvant atteindre 0,5 μA, c'est-à-dire commodément mesurable avec un galvanomètre du type le plus ordinaire.

La cible était un ruban de tungstène, et la disposition des divers éléments permettait d'y déposer deux métaux différents, toute contamination indésirable étant évitée. Le vide était maintenu dans l'appareil par un getter au baryum de grande surface refroidi par de l'air liquide.

Les mesures de Mitchell ont porté sur le cuivre, l'argent, l'aluminium et un échantillon de germanium du type *n* contenant, d'après une évaluation sommaire, 10^{16} centres d'impuretés par centimètre cube. Elles sont fourni les résultats suivants :

$$V_{W,Cu} = -0,05 \pm 0,02\,V,$$
$$V_{W,Ag} = 0,23 \pm 0,03\,V,$$
$$V_{W,Al} = 0,31 \pm 0,03\,V,$$
$$V_{W,Ge} = 0,21 \pm 0.03\,V.$$

3. L'interprétation des résultats.

3.1. Influence de la structure des surfaces. — Rien dans ce qui précède ne laisse supposer que les DPC mesurées par les diverses méthodes décrites ou calculées d'après les TS obtenus par les méthodes absolues (thermionique et photoélectrique) puissent ne pas coïncider. De tels désaccords sont pourtant la règle, et les erreurs de mesure ne suffisent généralement pas à en rendre compte. Leur explication fait intervenir la structure des surfaces, plus complexe que nous n'avons supposé jusqu'à présent.

Les considérations précédentes ne sont valables que dans le cas de surfaces uniformes. Or, en général, un solide est formé par l'assemblage de multiples cristaux d'orientations différentes, et sa surface ne saurait posséder un TS uniforme, car il est connu depuis longtemps que les faces différemment orientées d'un monocristal possèdent des TS différents. Ceci est mis en évidence d'une manière frappante par les expériences sur l'émission froide ou thermionique des monocristaux [une revue en a été donnée par Stranski et Suhrmann (1947); nous aurons l'occasion de mentionner plus loin les travaux de Nichols (1940)]. Des mesures photoélectriques ou de DPC, citées plus haut (§ 2.2), ont également permis d'évaluer ces différences.

Langmuir, dès 1920, avait songé à expliquer par la non uniformité du TS certains caractères de l'émission thermionique des cathodes en tungstène thorié, idée depuis confirmée et développée dans de nombreux travaux. Mais c'est à Herring et à Nichols (Herring 1941, Herring et Nichols 1949) qu'on doit d'avoir montré que cette notion doit être appliquée également aux surfaces métalliques propres et d'en avoir déduit toutes les conséquences. Leurs conclusions sont exposées en grand détail dans leur Mémoire (1949), et nous nous contenterons ici d'indiquer sommairement celles qui nous intéressent plus particulièrement.

Il est tout d'abord évident qu'une mesure de TS effectuée sur une surface à structure « mosaïque » ne fournira qu'une valeur moyenne du TS, et que cette valeur moyenne, pour un même métal, sera variable d'un cas à l'autre suivant la structure particulière de l'échantillon considéré. Celle-ci peut dépendre, pour un métal massif, des traitements mécaniques antérieurs ayant pu induire une orientation cristalline préférée et, pour une couche déposée par évaporation, de la nature du support et de sa température lors de la condensation, ainsi que des traitements thermiques ultérieurs. Ainsi s'expliquent certaines particularités des résultats cités plus haut : les deux valeurs différentes données par Anderson (1938), pour la DPC $V_{Mg,Ba}$; la DPC non nulle

observée par le même (1941) entre deux échantillons d'argent; la différence entre la DPC $V_{\mathrm{W,Cu}}$ donnée par Mitchell ($-$ 0,05 V) et celle calculée à partir des DPC $V_{\mathrm{W,Ba}}$ et $V_{\mathrm{Cu,Ba}}$ obtenues par Anderson (2,13 $-$ 1,94 $=$ 0,19 V).

Mais un autre fait important est que, pour chaque méthode de mesure, les poids à attribuer aux diverses facettes sont différents, de sorte que, même en l'absence de toute erreur expérimentale, les différentes méthodes donneront pour le TS des valeurs différentes.

On peut dans certains cas préciser exactement quelle moyenne on obtient. Nous utiliserons dans ce qui suit les notations de Herring et Nichols.

a. Émission thermionique saturée. — Soit une surface uniforme de TS φ, dont on mesure la densité d'émission thermionique j en fonction de la température absolue T. D'après l'équation de Richardson, la pente de la courbe $\log \frac{j}{T^2} = f\left(\frac{1}{T}\right)$ est $-\frac{e\varphi^*}{k}$, où

$$\varphi^* = \varphi - T\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}T}$$

(Becker et Brattain 1934). La quantité φ^*, souvent appelée « travail de sortie thermionique », diffère donc du TS vrai.

Si maintenant on effectue la même mesure sur une surface mosaïque composée de facettes de TS φ_1, φ_2, ... occupant respectivement les fractions f_1, f_2, ... de la surface, Herring et Nichols montrent qu'on obtient un TS thermionique

$$\varphi^{**} = \sum w_i \varphi_i^*,$$

où w_i est la fraction du courant total provenant des facettes de TS φ_i. Abstraction faite du coefficient de température du TS, qui se trouve être ici d'importance secondaire, le TS thermionique d'une surface mosaïque est donc une moyenne où le TS de chaque facette est affecté d'un poids proportionnel au courant qu'elle fournit.

b. Mesures de différences de potentiel de contact par les méthodes de Kelvin, d'ionisation, du magnétron, de la diode non saturée. — Le TS moyen $\bar{\varphi}$ intervenant ici est obtenu en multipliant le TS de chaque facette par un coefficient proportionnel à sa surface

$$\bar{\varphi} = \sum f_i \varphi_i.$$

Quelques restrictions doivent cependant être faites en ce qui concerne le collecteur, dans la méthode du magnétron (*cf.* Herring et Nichols 1949, p. 219).

c. Méthode d'Anderson. — Les conditions sont ici moins simples, car il y intervient la structure microscopique du champ au voisinage du collecteur, et non simplement la différence de potentiel entre des surfaces voisines de l'émetteur et du collecteur. Moyennant certaines simplifications, on peut montrer que le TS moyen à considérer est encore $\bar{\varphi}$, augmenté d'un terme correctif qui ne doit pas être éloigné de $\sum_{\varphi_i < \bar{\varphi}} f_i(\bar{\varphi} - \varphi_i)$. A titre d'exemple, si la surface ne porte que deux types de taches avec $\varphi_2 > \varphi_1$ et $f_1 = f_2 = \frac{1}{2}$, le TS moyen sera $\bar{\varphi} + \frac{1}{4}(\varphi_2 - \varphi_1)$ ou $\frac{\varphi_1 + 3\varphi_2}{4}$.

d. Méthode de la diode saturée. — Herring et Nichols, suivant l'analyse de Heinze et Wagener (1938), montrent que les TS moyens à considérer sont, pour le collecteur $\bar{\varphi}$, et pour l'émetteur, une quantité φ_s telle que

$$\varphi^{**} = \varphi_s - T\frac{\mathrm{d}\varphi_s}{\mathrm{d}T};$$

celle-ci ne diffère du TS thermionique φ^{**} que par un terme petit contenant le coefficient de température du TS.

Cette relation a été confirmée expérimentalement par Heinze (1938), qui mesura dans un même appareil les TS thermioniques du tungstène et du tantale, ainsi que leurs DPC vis-à-vis d'un même collecteur; la différence de ces deux dernières coïncidait, à 0,01 V près, avec la différence des deux TS.

e. Déterminations photoélectriques. — Ce cas est plus compliqué encore. L'évaluation du travail de sortie se fait en cherchant la meilleure manière d'ajuster une courbe théorique aux points expérimentaux. La valeur obtenue pour une surface donnée dépend alors des conditions expérimentales, c'est-à-dire de la température, si l'on applique la méthode de Fowler, ou de la longueur d'onde, si l'on utilise celle de DuBridge; en tous cas, il semblerait que le φ obtenu par la première méthode serait toujours compris entre les φ extrêmes existant sur la surface, et plus voisin du plus faible d'entre eux que dans les cas considérés plus haut, tandis que celui donné par la seconde serait inférieur au φ le plus faible.

Signalons le cas des semi-conducteurs, où l'on peut observer des différences de plusieurs dixièmes d'électron-volt entre le TS photoélectrique et celui déterminé par des mesures de DPC. Ces différences ne sont pas un effet de mosaïque, mais résultent de la structure des bandes d'énergie électroniques à l'intérieur du solide, c'est-à-dire de la nature non métallique du conducteur (Condon 1938); l'existence de niveaux électroniques superficiels peut d'ailleurs rendre les propriétés photoélectriques des semi-conducteurs plus voisines de celles des métaux (Apker, Taft et Dickey 1948).

En résumé, en supposant qu'on puisse étudier une même surface métallique par toutes ces méthodes, elles se classeraient, dans l'ordre croissant des φ obtenus, de la manière suivante :

— méthode photoélectrique de DuBridge;

— méthode thermionique, méthode photoélectrique de Fowler, mesure de DPC par la méthode de la diode saturée;

— mesures de DPC par les méthodes de Kelvin, d'ionisation, du magnétron, de la diode non saturée;

— mesure de DPC par la méthode d'Anderson.

Ces résultats nous permettent de comprendre l'apparente incompatibilité souvent constatée entre des valeurs expérimentales de TS ou de DPC obtenues par des voies différentes. Pour obtenir un système cohérent de valeurs, il importera de ne comparer

que celles obtenues par une même méthode. A titre d'exemple, nous allons chercher à évaluer le TS moyen $\bar{\varphi}$ de la surface d'un fil de tungstène, ces fils ayant été utilisés comme matériaux d'expérience ou comme supports dans un certain nombre de recherches sur l'effet Volta.

3.2. **Travail de sortie moyen d'un fil de tungstène dans des mesures de différence de potentiel de contact.** — Herring et Nichols (1949) ont interprété de la manière suivante les propriétés de l'émission thermionique d'un fil monocristallin de tungstène, mesurée dans diverses directions par Nichols (1940) : la surface serait constituée par des facettes de quatre espèces différentes, de TS apparents φ_i^*, occupant des fractions f_i de la surface (i = 1, 2, 3, 4). Les auteurs indiquent comme satisfaisantes les valeurs

$$\begin{array}{lll} \varphi_1^* = 4{,}35 \text{ eV}, & f_1 = 0{,}062 & \text{ou} \quad 0{,}089, \\ \varphi_2^* = 4{,}56 & f_2 = 0{,}331 & \text{»} \quad 0{,}254, \\ \varphi_3^* = 4{,}68 & f_3 = 0{,}336 & \text{»} \quad 0{,}343, \\ \varphi_4^* = 5{,}35 & f_4 = 0{,}271 & \text{»} \quad 0{,}352, \end{array}$$

la première série de f_i correspondant au cas où les microcristaux sont orientés au hasard dans le fil, la seconde à celui où ils ont tous une direction [110] parallèle à l'axe du fil. Les φ^* moyens $\left(\bar{\varphi}^* = \Sigma f_i \varphi_i^*\right)$ obtenus dans les deux cas sont respectivement 4,80 et 4,87 eV, valeurs beaucoup plus élevées que ce que l'on a accoutumé de considérer comme le TS du tungstène. Il faudrait encore y ajouter un terme destiné à tenir compte de la variation du TS avec la température, variation supposée la même pour tous les types de facettes, et qui atteindrait à la température ordinaire 0,02 eV environ. Suivant les hypothèses faites, on serait donc amené à adopter comme valeur du TS moyen d'un fil de tungstène dans des mesures de DPC à la température ordinaire 4,82 eV ou 4,89 eV.

La différence entre ces deux valeurs montre bien que nous ne pouvons obtenir ainsi qu'un ordre de grandeur, d'autant plus que la valeur φ_4^* = 5,35 eV est adoptée un peu arbitrairement, et les valeurs des f_i résultent simplement d'une évaluation raisonnable, le nombre des paramètres dont on dispose entraînant forcément une large indétermination du problème. Les auteurs ont présenté des arguments suffisants à l'appui de l'hypothèse qu'une fraction appréciable de la surface possède un travail de sortie très élevé, mais nous ne pouvons accepter qu'à titre indicatif les valeurs numériques qu'ils donnent.

Il est donc clair que nous ne savons réellement quel TS moyen adopter; tout ce que nous pouvons dire est qu'il est certainement supérieur à la valeur 4,54 + 0,02 eV déduite de l'expérience en ne tenant pas compte de la structure mosaïque de la surface. L'emploi d'un fil de tungstène comme corps de référence peut se recommander pour des raisons de commodité tant qu'il ne s'agit que de comparaisons, mais serait à exclure dans le cas de mesures absolues.

Il serait désirable en un tel cas d'utiliser comme étalon une surface métallique sans structure mosaïque et sans contamination; le seul exemple d'une telle surface, à notre connaissance, serait celle d'une couche d'argent préparée selon la technique indiquée par Goche et Wilman (1939) et déjà appliquée par Anderson (1941). La détermination de son TS par une méthode photoélectrique permettrait alors d'établir l'échelle absolue des TS valable pour les mesures de DPC. Il y aurait certainement intérêt à chercher d'autres exemples de surfaces sans structure mosaïque.

3.3. **Remarques finales.** — L'effet Volta est susceptible de fournir dans bien des cas un moyen commode d'étude des surfaces ou des phénomènes de surface. Les nombreux procédés de mesure décrits plus haut font appel à des principes variés et sont applicables dans des circonstances également variées. Dans un cas donné, il doit être toujours possible de trouver une méthode appropriée, dont le choix est déterminé, dans une certaine mesure, par les conditions de l'expérience; la méthode d'ionisation ne peut fonctionner que dans un gaz, alors que les méthodes utilisant des électrons libres ne peuvent fonctionner que dans le vide; les méthodes de substitution exigent la fixité de la forme, des dimensions et des positions des électrodes. La méthode de Kelvin est la seule à n'être sujette à aucune de ces restrictions et présente, d'autre part, le grand avantage de ne soumettre la surface étudiée à aucune action physique (électrons ou rayonnement); c'est pourquoi elle semble être la méthode de choix dans la plupart des cas, et s'imposer absolument pour les études de surfaces de semi-conducteurs. Le cas des mesures sur les cathodes chaudes est un peu particulier : devant être faites dans les conditions normales d'utilisation, elles exigent, au moins à première vue, l'emploi de diodes saturées ou de magnétrons.

Quant à l'interprétation des résultats expérimentaux, elle nécessite la plus grande prudence, non seulement dans la comparaison des valeurs obtenues par des voies différentes, mais aussi dans celle des valeurs résultant d'expériences semblables en principe, mais réalisées dans des conditions différentes : c'est ainsi que des mesures sur des couches déposées sur un support de tungstène peuvent donner des résultats différents selon que celui-ci est un fil ou un ruban. Les progrès réalisés récemment dans les diverses techniques expérimentales intervenant ici, en particulier dans celle des vides élevés, permettent probablement de mesurer les différences de potentiel de contact à 0,01 V près. Cette précision deviendrait cependant illusoire si l'on ne réalisait pas en même temps des conditions de structure bien déterminées, de manière à assurer la reproductibilité des résultats dans les mêmes limites.

Corrélativement, la perfection des méthodes expérimentales actuelles permet de mesurer avec sûreté les faibles variations d'effet Volta associées à des changements de structure et de mettre ceux-ci en évidence. Les possibilités de ce procédé d'étude sont loin d'avoir été entièrement explorées.

Manuscrit reçu le 30 avril 1951.

BIBLIOGRAPHIE.

ANDERSON P. A. — 1935, *Phys. Rev.*, **47**, 958; *ibid.*, 1936, **49**, 320; *ibid.*, 1938, **54**, 753; *ibid.*, 1940, **57**, 122; *ibid.*, 1941, **59**, 1034; *ibid.*, 1949 *a*, **75**, 1205; *ibid.*, 1949 *b*, **76**, 388.
APKER L., TAFT E. et DICKEY J. — 1948, *Phys. Rev.*, **74**, 1462.
BARDEEN J. — 1947, *Phys. Rev.*, **71**, 717.
BECKER J. A. et BRATTAIN W. H. — 1934, *Phys. Rev.*, **45**, 694.
BOSWORTH R. C. L. — 1937 *Proc. Roy. Soc. A.*, *a*, **162**, 32; *Proc. Cam. Phil. Soc.*, 1937 *b*, **33**, 394; *ibid.*, 1938, **34**, 262; *Trans. Far. Soc.*, 1939, **35**, 397; *J. Proc. Roy. Soc. N.S.W.*, 1946 *a*, **79**, 53; *ibid.*, 1946 *b*, **79**, 166; *ibid.*, 1946 *c*, **79**, 190.
BOSWORTH R. C. L. et RIDEAL E. K. — 1937, *Proc. Roy. Soc. A*, **162**, 1.
BOURION R. — 1951, *Thèse*, Paris.
CASHMAN R. J. et BASSOE E. — 1939, *Phys. Rev.*, **55**, 63.
CHAMPEIX R. — 1946, *Ann. Radioélect.*, **1**, 208.
COEHN A. — 1928, *Handbuch der Physik*, **13**, 334.
CONDON E. U. — 1938, *Phys. Rev.*, **54**, 1089.
COPELAND P. L. — 1940, *Phys. Rev.*, **57**, 625.
COPELAND P. L. et CARNE G. G. — 1942, *Phys. Rev.*, **61**, 635.
DUBOIS E. — 1930, *Ann. Phys.*, **14**, 627.
FARNSWORTH H. E. et WINCH R. P. — 1940, *Phys. Rev.*, **58**, 812.
FLEISCHMANN R. — 1930, *Ann. Physik*, **5**, 73.
FROST A. A. — 1946, *Rev. Sc. Instr.*, **17**, 266.
GLASOE G. N. — 1931, *Phys. Rev.*, **38**, 1490.
GOCHE O. et WILMAN H. — 1939, *Proc. Phys. Soc.*, **51**, 625.
GYSAE B. et WAGENER S. — 1938, *Z. Physik*, **110**, 145.
HARPER W. R. — 1951, *Proc. Roy. Soc.*, A. **205**, 83.
HEINZE W. — 1938, *Z. Physik*, **109**, 459.
HEINZE W. et WAGENER S. — 1938, *Z. Physik*, **110**, 164.
HERRING C. — 1941, *Phys. Rev.*, **59**, 889.
HERRING C. et NICHOLS M. H. — 1949, *Rev. Mod. Phys.*, **21**, 185.
JAMISON R. C. et CASHMAN R. J. — 1936, *Phys. Rev.*, **50**, 624.
JOFFE A. V. — 1946, *J. Physics, U.S.S.R.*, **10**, 49.
KELVIN Lord. — 1898, *Phil. Mag.*, **46**, 82.
KLEIN D. et LANGE E. — 1938, *Z. Elektroch.*, **44**, 542.
KÖSTERS H. — 1930, *Z. Physik*, **66**, 807.
KRÜGER F. et SCHULZ G. — 1936, *Ann. Physik*, **26**, 308.
LANGMUIR D. B. — 1936, *Phys. Rev.*, **49**, 428.
LANGMUIR I. — 1920, *G. E. Rev.*, **23**, 504.
LANGMUIR I. et KINGDON K. H. — 1929, *Phys. Rev.*, **34**, 129.
LEO W. — 1931, *Ann. Physik*, **9**, 347.
MARKHAM J. J. et MILLER P. H. — 1949, *Phys. Rev.*, **75**, 959.
MASCART E. — 1876, *Traité d'Électricité Statique*, 2, chap. 14.
MEYERHOF W. E. — 1947, *Phys. Rev.*, **71**, 727.
MEYERHOF W. E. et MILLER P. H. — 1946, *Rev. Sc. Instr.*, **17**, 15.
MICHAELSON H. B. — 1950, *J. Franklin Inst.*, **249**, 455.
MITCHELL E. W. J. — 1950, *Thèse*, Bristol.
MÖNCH G. — 1928, *Z. Physik*, **47**, 522; *ibid.*, 1930, **65**, 233.
NICHOLS M. H. — 1940, *Phys. Rev.*, **57**, 297.
NOTTINGHAM W. B. — 1932, *Phys. Rev.*, **39**, 183; 1933, *ibid.*, **44**, 311.
OATLEY C.W. — 1936, *Proc. Roy. Soc. A.*, **155**, 218; 1939, *Proc. Phys. Soc.*, **51**, 318.
PATAI E. — 1930, *Z. Physik.*, **59**, 697.
PELLAT H. — 1881, *Ann. Chim. Phys.*, **24**, 5.
POTTER J. G. — 1940, *Phys. Rev.*, **58**, 623.
REIMANN A. L. — 1935, *Phil. Mag.*, **20**, 594; 1937, *Proc. Roy. Soc. A.*, **163**, 499.
REYNOLDS N. B. — 1930, *Phys. Rev.*, **35**, 158.
RICHARDSON O. W. et ROBERTSON F. S. — 1922, *Phil. Mag.*, **43**, 162.
ROSE B. A. — 1933, *Phys. Rev.*, **44**, 585.
ROSENFELD S. et HOSKINS W. M. — 1945, *Rev. Sc. Instr.*, **16**, 343.
SCHOTTKY W. — 1914, *Ann. Physik.*, **44**, 1011.
SCHOTTKY W. et ROTHE H. — 1928, *Handbuch der Experimental-physik*, **13**, 145.
SMITH A. H. — 1949, *Phys. Rev.*, **75**, 953.
STRANSKI I. N. et SUHRMANN R. — 1947, *Ann. Physik*, **1**, 153.
UNDERWOOD N. — 1935, *Phys. Rev.*, **47**, 502.
VOLTA. — 1801, *Ann. Chim.*, **40**, 225.
WEISSLER G. L. et WILSON T. N. — 1949, *Phys. Rev.*, **76**, 591.
ZISMAN W. A. — 1932, *Rev. Sc. Instr.*, **3**, 367.

Note ajoutée à la correction. — On trouvera dans l'ouvrage *Semi-conducting Matérials* (recueil des comptes rendus de la conférence tenue à Reading en 1950) un article de Mitchell et Mitchell (1951) concernant les mesures sur le germanium citées au paragraphe 2.8.

La revue de Patai et Pomerantz (1951) est consacrée surtout aux questions théoriques liées à l'effet Volta. Sa bibliographie contient de nombreuses références à des travaux anciens ou récents, qui n'ont pas été tous cités ici.

MITCHELL E.W.J. et MITCHELL J. W. — 1951, *Semi-conducting Materials*, Londres, 148.
PATAI I. F. et POMERANTZ M. A. — 1951, *J. Franklin Inst.*, **252**, 239.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 12, DÉCEMBRE 1951, PAGE 941.

RAYONS NUCLÉAIRES

Par D. CURIE.
Laboratoire de Chimie Nucléaire du Collège de France.

Sommaire. — On décrit les différentes méthodes qui permettent d'évaluer les rayons des noyaux, donne les principaux résultats et étudie leur variation systématique avec le nombre de masse A. Ces rayons étaient jusqu'alors déterminés avec une faible précision et, par suite, ne figurent pas encore dans les tables de constantes [1], [2]. Mais les mesures les plus récentes atteignent une précision relative de l'ordre de 1 pour 100, ce qui permet, comme l'a indiqué l'auteur, de relier les fluctuations des rayons aux modifications de structure nucléaire.

1. **Introduction**. — La densité de la matière nucléaire (protons et neutrons) est sensiblement constante — de l'ordre de 10^{14} — à l'intérieur des noyaux et tombe assez brusquement à zéro à la surface de ceux-ci; on peut, par suite définir une dimension nucléaire avec une précision meilleure que les dimensions des atomes (*fig.* 1). Mais la notion de rayon nucléaire implique l'assimilation du noyau à une sphère de rayon R_0. En réalité, l'existence des moments quadrupolaires conduirait classiquement à

attribuer à certains noyaux une forme ellipsoïdale, les déviations par rapport à la sphère ne semblant toutefois jamais dépasser 10 pour 100.

Les expériences conduisent en première approximation à l'hypothèse d'une *densité* ρ *constante*, la même pour tous les noyaux. Ainsi la distance moyenne entre deux nucléons est sensiblement constante. Le volume du noyau est sensiblement proportionnel au nombre de masse A

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}}. \tag{1}$$

On rappelle r_0 le *rayon élénentaire nucléaire.* C'est l'ordre de grandeur du rayon du nucléon et aussi de la distance moyenne des nucléons dans le noyau (laquelle serait cependant plutôt $2r_0$). Il a pour valeur approximative

$$r_0 \sim 1,4.10^{-13} \text{ cm}; \tag{2}$$

toutefois les indications les plus récentes sont en général plus voisines de $1,3.10^{-13}$ cm.

On sait que le rayon d'action des forces nucléaires

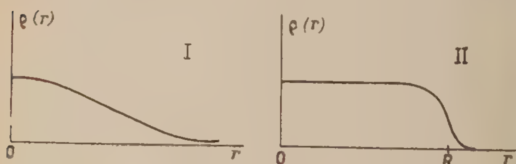


Fig. 1.

I. Densité $\rho(r)$ des électrons dans un atome à la distance r du centre : chute en r^{-6} pour un atome neutre de Thomas-Fermi; II. Densité des nucléons dans un noyau [3] : chute s'effectuant suivant une courbe de Gauss.

est assez bien défini, l'intensité de ces forces variant très rapidement avec la distance; on peut s'attendre à ce que sa valeur soit de l'ordre de grandeur de r_0 [4]. De fait [5], si l'on admet le potentiel mésique de Yukawa

$$U = \frac{g}{r} e^{-\frac{r}{\bar{\lambda}}},$$

où $\bar{\lambda}$ est le parcours des forces nucléaires et aussi la longueur d'onde associée au méson de masse au repos μ_0

$$\bar{\lambda} = \frac{h}{\mu_0 c},$$

il vient pour $\mu_0 = 275\, m_0$ (méson π)

$$\lambda \sim 1,4.10^{-13} \text{ cm}.$$

r_0 est également de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde d'un nucléon en mouvement dans le noyau [6], $\bar{\lambda} = \frac{h}{(2ME)^{\frac{1}{2}}}$. Si E est posé égal à l'énergie de liaison 8,5 MeV et M est la masse du nucléon, on a $\lambda = 1,55.10^{-13}$ cm. On explique le fait que le rayon R du noyau soit supérieur à $\bar{\lambda}$ en observant que la fonction d'onde du nucléon dans ses états excités présente plusieurs nœuds à l'intérieur du noyau. Mais ce choix de E ne paraît pas très justifié.

Notons pour terminer la coïncidence [4] :

$$a \sim 2 r_0,$$

où $\frac{e^2}{m_0 c^2} = 2,82.10^{-13}$ cm est une longueur fondamentale dans la théorie de l'électron (sensiblement son rayon classique). On utilise cette relation sans en connaître de justification théorique.

Il convient d'observer que la densité ρ ne saurait être constante que dans la partie centrale des noyaux. Aussi la formule (1) n'est-elle qu'approchée. On convient de considérer la région où s'effectue la chute vers zéro de cette densité (*fig.* 1) comme constituant la *surface* nucléaire; il est alors naturel de poser :

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}} + b, \tag{3}$$

$r_0 A^{\frac{1}{3}}$ étant le rayon de la région intérieure et b l'épaisseur de la couche superficielle. En général, on considère b comme une constante, la même pour tous les noyaux [7]. Mais Born a été amené à admettre la proportionnalité de b à $A^{\frac{1}{3}}$, la surface constituant environ le tiers de l'épaisseur totale [8].

Actuellement, on cherche en pratique à représenter les résultats expérimentaux par la formule (3), où r_0 et b = const. On peut d'ailleurs considérer ce type de loi comme empirique et l'utiliser sans admettre l'interprétation donnée ci-dessus.

Rappelons enfin que la grandeur R n'est pas susceptible d'être définie avec une grande précision; on trouvera qu'un même procédé de mesure appliqué systématiquement aux différents noyaux peut donner des résultats permettant des discussions assez poussées, mais on ne devra pas être surpris que les différents procédés appliqués au même noyau fournissent des évaluations de R pouvant varier d'environ 1.10^{-13} cm : il s'agit, en effet, en réalité d'autant de définitions différentes du rayon R.

2. Défauts de masse et rayons nucléaires. — 2.1. R se trouve relié aux coefficients de la formule de Weiszäcker, qui donne la masse M du noyau ${}^A_Z\text{M}$

$$M = ZM_p + NM_n - \alpha A + \frac{\beta}{A}(N-Z)^2 + 4\pi R^2 O + \frac{3}{5}\frac{Z^2 e^2}{R}, \tag{4}$$

M_p et M_n, masses du proton et du neutron;

Z et N, nombres de protons et de neutrons ($A = N + Z$);

$\alpha A - \frac{\beta}{A}(N-Z)^2$, énergie de condensation;

$4\pi R^2 O$, effet de la tension superficielle;

$\frac{3}{5}\frac{Z^2 e^2}{R}$, effet de la répulsion coulombienne entre protons supposés répartis uniformément dans le noyau [9].

Si l'on admet la loi (1), l'énergie de liaison par nucléon, $\Delta = \left(\frac{M - ZM_p - MN_n}{A}\right)$, aura pour expression

$$\Delta = -\alpha + \beta\left(\frac{N-Z}{A}\right)^2 + 4\pi r_0^2 O A^{-\frac{1}{3}} + \frac{3}{5}\frac{e^2}{r_0} Z^2 A^{-\frac{4}{3}}. \tag{5}$$

L'assujettissement des coefficients avec la courbe

expérimentale moyenne des défauts de masse [10] fournit

$$\alpha = 14,66\ \text{MeV}, \qquad \beta = 1,40\,\alpha,$$

$$4\pi r_0^2 O = 15,4\ \text{MeV}, \qquad \frac{3}{5}\frac{e^2}{r_0} = 0,602\ \text{MeV}.$$

Comme cet assujettissement est possible, la loi (1) est vérifiée au moins approximativement; de plus, la dernière égalité donne

$$r_0 = 1,42.10^{-13}\ \text{cm}.$$

On a cependant observé [11], [12] que l'existence des termes coulombien et de tension superficielle s'accompagne nécessairement d'une décroissance de la densité pour les grandes valeurs de A, donc d'une légère augmentation de r_0. Si le potentiel nucléaire est donné, on peut évaluer la densité nucléaire, puis les expressions des coefficients de (5) en fonction du paramètre r_0, cette fois défini par (1) et qui n'est donc plus supposé constant; la condition d'énergie minimum $\frac{\mathrm{d}\Delta}{\mathrm{d}r_0} = 0$ donne alors r_0. Present [12] en supposant un potentiel gaussien obtient

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}},$$

$$r_0 = r_0^* \left[1 + 0,8\left(\frac{N-Z}{A}\right)^2 - 0,3\,A^{-\frac{1}{3}} + 0,010\,Z^2 A^{-\frac{4}{3}}\right] \quad (6)$$

où $r_0^* = \text{const.}$ Le facteur entre crochets croît de 9 pour 100 du Fe au Pb. Cependant, la variation systématique ainsi prévue n'a pas été mise en évidence [13].

2.2. Des valeurs du rayon nucléaire ont été déduites des différences d'énergie entre noyaux légers se transformant l'un dans l'autre par transition β [14, 15, 16]



$${}^{11}_{6}\text{C} \to {}^{11}_{5}\text{B}, \qquad {}^{13}_{7}\text{N} \to {}^{13}_{6}\text{C}, \qquad \ldots, \qquad {}^{41}_{21}\text{Se} \to {}^{41}_{20}\text{Ca}.$$

Dans tous ces cas, le noyau émetteur est formé en ajoutant à un noyau pour lequel $N = Z$ un proton, le noyau résiduel en ajoutant un neutron. On considère que les forces spécifiquement nucléaires sont les mêmes dans ces deux noyaux, l'énergie disponible pour la transition β^+ (énergie maximum E_0 du spectre β^+ + énergie au repos du positon) étant due à la répulsion coulombienne sur le proton additionnel.

Si l'on fait l'hypothèse suivant laquelle la charge de ce proton serait répartie uniformément dans le noyau, l'expression de l'énergie coulombienne est

$$C = \frac{3}{5}\frac{e^2}{R}(A - 1),$$

le rayon R supposé le même pour les deux isobares A étant ainsi donné par

$$C + (M_p - M_n)\,c^2 = E_0 + mc^2. \quad (7)$$

Ceci suppose le nucléon additionnel très fortement lié. L'hypothèse inverse consiste à le supposer gravitant autour du noyau $A - 1$; Bethe [14] obtient en ce cas

$$C = \frac{3}{5}\frac{A e^2}{R + b}\left[1 + \frac{b}{2(R + 3b)}\right], \qquad b = \frac{\hbar}{2\sqrt{2 M_p \varepsilon}},$$

ε, énergie de liaison du dernier nucléon.

Pour la transition ${}^{13}_{7}\text{N} \to {}^{13}_{6}\text{C}$, $E_0 = 2,99$ MeV, $\varepsilon = 4,95$ MeV, les deux expressions de C fournissent respectivement [en posant (1)] :

$$r_0 = 1,47.10^{-13}\ \text{cm} \qquad \text{et} \qquad r_0 = 1,20.10^{-13}\ \text{cm}.$$

On peut simplement affirmer que la valeur réelle doit être comprise entre ces deux extrêmes.

3. **Rayons nucléaires résultant de la théorie de la désintégration α.** — La formule de Gamow

$$\tau = 3,3.10^{-21}\, e^{2T}\text{s} \quad (8)$$

reliant la vie moyenne τ au coefficient de transparence T

$$T = 2zZe^2\hbar^{-1}v_\alpha^{-1}\left[\arccos x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}(1-x)^{\frac{1}{2}}\right],$$

(z nombre atomique de la particule α; v_α, sa vitesse; Z, nombre atomique du noyau résiduel et $x = \frac{E_\alpha}{B_\alpha}$, E_α énergie effective de la particule

$$E_\alpha = \frac{A}{A+4}E,$$

E étant l'énergie mesurée dans le système du laboratoire; B_α, barrière effective crée par le noyau résiduel

$$B_\alpha = zZ\frac{A+4}{A}\,\frac{1,43.10^{-13}}{R}\,\text{MeV}\Big)$$

permet, puisque T dépend de la barrière B_α s'opposant à la sortie de la particule α et, par là, du rayon R, d'atteindre celui-ci.

Bethe [17] donne les rayons des produits des radioactivités α naturelles calculés en utilisant la théorie de Gamow, puis celle de Bethe considérant la rapidité de formation de la particule α. Les valeurs obtenues sont dans le premier cas comprises entre 8 et 9.10^{-13} cm, et voisines de celles résultant des évaluations récentes données ci-dessous; dans le second cas, elles sont de l'ordre de 11 à 13.10^{-13} cm, soit donc trop élevées.

En 1950, on a effectué à nouveau des déterminations de R [18] en utilisant la formule de Gamow à peine modifiée :

$$\lambda = K\,e^{-2T}, \quad (9)$$

$\lambda = \frac{1}{\tau}$ étant la constante radioactive; K est voisin de $10^{21}\ \text{s}^{-1}$, mais au lieu de le supposer constant, on admet qu'il est en première approximation proportionnel à $\frac{v_\alpha}{R}$. L'expression numérique utilisée est

$$\log\lambda = 21,843 + \frac{1}{2}\log E - \log R + 0,217\frac{A+4}{A}$$
$$= 1,104\,RZ\left[E\frac{1+4}{A}\right]^{-\frac{1}{2}}\alpha_0$$
$$+ 1,104\,Z\left[E\frac{1+4}{A}\right]^{-\frac{1}{2}}\sin\alpha_0\cos\alpha_0,$$

où l'on a posé

$$\cos\alpha_0 = 0,5893\left[\frac{ER}{Z}\right].$$

Il s'agit évidemment de Z, A et R du résiduel, puisque l'on considère la particule qui va être émise comme se trouvant dans le champ du noyau résiduel; en réalité, ce modèle (one body model) sera meilleur si les rayons du parent et du résiduel sont voisins, car alors le rayon calculé ne doit pas dépendre beaucoup du modèle utilisé et être le même pour le modèle de Gamow et le noyau réel. Les résultats sont donnés dans le Tableau I.

Il convient de se borner aux noyaux pair-pairs. Les autres transitions α apparaissent en effet comme interdites; la vie moyenne τ des diverses radioactivités α observées pour une valeur donnée de Z varie en effet régulièrement avec l'énergie E pour les noyaux pair-pairs, on peut tracer des courbes $\tau(E)$ et les points expérimentaux $\tau(E)$ obtenus avec les autres noyaux se trouvent au-dessus de ces courbes d'un facteur de l'ordre des dizaines en général, des centaines pour les émissions des isotopes du Bi: les rayons obtenus par (9) sont alors trop petits, d'environ 25 pour 100 pour Bi. L'explication de cet effet semble devoir faire intervenir la structure du noyau; ainsi, dans le cas du Bi, l'émission de la particule α nécessite l'ouverture de la couche de protons $Z = 82$ [19].

TABLEAU I.

Rayons nucléaires résultant des désintégrations α.

Noyau émetteur.	E (MeV).	τ.	R (du résiduel).	$\frac{R - R_0}{R_0}$ (pour 100).
^{242}Cm............	6,18	150 j	9,14	—0,4
^{240}Cm............	6,37	30 j	9,02	—1,4
^{238}Pu............	5,59	92 a	9,06	—0,7
^{236}Pu............	5,85	2,7 a	9,10	0,0
^{238}U............	4,25	$4,51.10^9$ a	9,41	+3,2
^{234}U............	4,84	$2,35.10^5$ a	9,22	+1,7
^{232}U............	5,40	70 a	9,14	+1,1
^{230}U............	5,96	2,8 j	9,15	+1,5
^{232}Th............	4,05	$1,39.10^{10}$ a	9,41	+4,0
^{230}Th (80 pour 100).	4,76	$1,0.10^5$ a	9,09	+0,9
^{230}Th (20 »).	4,69	$4,0.10^5$ a	9,04	+0,4
^{228}Th (72 »).	5,52	2,64 a	8,97	—0,2
^{228}Th (28 »).	5,43	6,79 a	9,03	+0,5
^{226}Th............	6,41	30,9 m	9,09	+1,4
^{226}Ra (96 pour 100).	4,88	1700 a	8,98	+0,2
^{226}Ra (04 »).	4,70	$4,0.10^4$ a	8,92	—0,4
^{224}Ra............	5,78	3,64 j	8,97	+0,4
^{222}Ra............	6,63	38 s	8,98	+0,9
^{222}Rn............	5,59	3,83 j	8,95	+0,4
^{220}Rn............	6,39	54,5 s	8,94	+0,7
^{217}Rn............	7,25	0,019 s	9,03	+2,0

R est donné en unités 10^{-13} cm: R_0 est le rayon « normal » $1,48\,A^{\frac{1}{3}}$. Une erreur sur l'énergie E de 0,02 MeV entraine une variation de R de 1 pour 100.

Les valeurs des rayons obtenues par les auteurs [18] sont voisines (¹) de

$$R_0 = 1,48\,A^{\frac{1}{3}}.10^{-13}\ \text{cm} \qquad (10)$$

(¹) Les écarts à la valeur « normale » sont particulièrement importants pour les faibles valeurs de E. E est l'énergie cinétique de la particule émise augmentée de l'énergie de recul du noyau; mais il aurait fallu y ajouter la différence ($\sim$ 35 eV) entre les énergies de liaison de tous les électrons de l'atome Z et de l'atome $Z + 2$, et d'autre part, modifier l'expression de la barrière de potentiel pour tenir compte de la densité électronique au voisinage du noyau [21]. Ces deux corrections rapprochent R de la valeur normale. Notons cependant que la seconde paraît bien difficile à effectuer puisqu'on ignore l'état électronique de l'atome au moment de la désintégration.

qu'ils conviennent d'appeler le « rayon normal »; elles sont supérieures d'environ $1,2.10^{-13}$ cm à celles résultant des autres méthodes; on évalue en effet ici en réalité une grandeur («rayon effectif ») intermédiaire entre le rayon R du noyau résiduel et $R + r$, $r = 2,3.10^{-13}$ cm étant le rayon de la particule α [3].

4. Rayons déduits de l'étude de la pénétration de particules chargées. — Historiquement, c'est par les expériences de diffusion anomale des α par les noyaux qu'on a d'abord déterminé les rayons nucléaires, définis comme distances critiques du centre du noyau pour lesquelles la loi d'interaction cesse d'être électrostatique et commence à dépendre considérablement de la distance. On obtenait ainsi l'ordre de grandeur admis 10^{-12} cm [20].

Les mesures de sections efficaces de réactions produites par p, α ou d permettent, par comparaison avec la théorie qui referme r_0 comme paramètre, de déterminer celui-ci. Vers 1940, on écrivait

$$\sigma(P,\,Q) = \sigma_c^P(E)\,\varpi_Q(E + E_l), \qquad \sigma_c^P(E) = S^P(E)\,\xi_P(E), \qquad (11)$$

$\sigma(P, Q)$, section efficace de la réaction (P, Q);
$\sigma_c^P(E)$ section efficace de formation du composé par P d'énergie E;
$\varpi_Q(E + E_l)$ probabilité de désintégration Q du composé dont l'excitation est $E + E_l$;
E_l, énergie de liaison de P dans celui-ci;
$S^P(E)$, section efficace pour que P atteigne la surface du noyau;
$\xi_P(E)$, probabilité que P, ayant atteint la surface se fixe sur le noyau pour former le composé (sticking probability).

Le calcul permet de connaître S et ϖ; ξ doit être inférieur à l'unité, un bon ordre de grandeur semble être ~ 1 pour les noyaux légers, 0,2 à 0,5 pour les noyaux les plus lourds. L'étude des sections efficaces des réactions (p, n), cette réaction étant en général la plus probable produite par un proton, dans sept éléments compris entre le ^{61}Ni et ^{114}Cd avait alors conduit Weisskopf et Ewing [22] à suggérer la valeur 1,3 pour r_0, alors qu'on admettait 1,5 à 2 (²).

Mais dans ces calculs, le facteur ξ constituait un autre paramètre non déterminé *à priori*. La théorie de Weisskopf [2, 23] permet de calculer la section efficace de formation du composé, σ_c^P à partir du coefficient de transparence de la barrière de potentiel et de la barrière centrifugale pour les divers moments orbitaux de l'onde incidente. Il existe des tables

(²) L'étude de la variation avec l'énergie E des sections efficaces des réactions produites par les deutons [26], [27], [28] a également conduit à des évaluations des rayons nucléaires, mais qui présentent de fortes irrégularités.

numériques (³) à double entrée fournissant $\sigma_c^P(E)$ en fonction de l'énergie E du projectile P (proton, α ou deuton) et de la valeur de Z du noyau cible; ces tables sont obtenues en admettant la loi $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$, actuellement on en fournit une pour $r_0 = 1{,}3.10^{-13}$ cm et une autre pour $r_0 = 1{,}5.10^{-13}$ cm, la seconde donnant évidemment, toutes autres choses égales, des sections efficaces systématiquement plus élevées. Les expériences récentes [formation du composé $^{64}_{30}Zn$ par $p + {}^{63}_{29}Cu$ (Ghoshal [24]), de $^{107}_{47}Ag$ par $\alpha + {}^{103}_{45}Rh$ (Bradt et Tendham [25])] confirment la validité de la théorie de Weisskopf avec $r_0 = 1{,}3$. Mais mesures et théorie sont très délicates et l'on n'a pas actuellement par ce prodédé d'indications nombreuses et précises sur les rayons des noyaux cibles [29].

5. **Rayons déduits des mesures de sections efficaces de neutrons très rapides** (plus de 10 MeV). — 5.1. La théorie de formation du composé de Weisskopf a été également faite dans le cas où la particule incidente P est un neutron. Dans un article intitulé *A schematic theory of Nuclear Cross Sections* [30], cet auteur donne des courbes décrivant la variation du rapport $\frac{\sigma_c}{\pi R^2}$ en fonction de la variable $x = kR$, k étant le nombre d'onde du neutron et du paramètre $X_0 = K_0 R$, K_0 étant le nombre d'onde dans le noyau d'un neutron capturé avec une vitesse nulle (⁴). La valeur de K_0 a pu être estimée *à priori* comme voisine de $1{,}0.10^{-13}$ cm [31], de sorte que R reste le seul paramètre à ajuster pour rendre compte des σ expérimentales.

Il y a donc là encore une méthode de mesure de R. De fait, dès 1938 [32], on avait obtenu par là quelques résultats, utilisant toutefois au lieu de la théorie ci-dessus la formule simple valable aux grandes énergies

$$\sigma_c = \pi R^2 \tag{12}$$

qui traduit que pour les neutrons la section efficace de formation du composé est égale à la section géométrique du noyau (toutes les courbes de Weisskopf tendent vers cette limite).

5.2. Mais ce sont les mesures de sections efficaces totales σ_t (réactions dues à la formation du composé + diffusion élastique) qui fournissent les déterminations les plus précises des rayons nucléaires (⁵). La raison en est dans le fait suivant : dès que l'énergie du neutron incident dépasse quelques mégaélectronvolts, les σ_t calculées par la théorie de Weisskopf deviennent indépendantes du paramètre X_0, on peut donc déduire R de σ_t sans faire intervenir la valeur, déterminée seulement d'une manière approximative d'un paramètre dépendant de la constitution du noyau.

(³) Telles celles distribuées par le Professeur Weisskopf lors de son Cours [2].

(⁴) Le nombre d'onde dans le noyau du neutron capturé étant donc $K = \sqrt{k^2 + K_0^2}$.

(⁵) Un très grand nombre de sections efficaces pour de très nombreux noyaux et tout l'intervalle d'énergie des neutrons actuellement utilisé (jusqu'à 280 MeV) se trouve donné dans un article de A. K. Adair (*Rev. Mod. Phys.*, 1950, **22**, 249).

On pose en général la formule approchée, qui serait valable aux très hautes énergies si la conception de Bohr restait alors valable

$$\sigma_{\text{diff}} = \sigma_c = \pi R^2, \qquad \sigma_t = \sigma_c + \sigma_{\text{diff}},$$

d'où

$$\sigma_t = 2\pi R^2, \tag{13}$$

mais il est plus correct d'écrire [30]

$$\sigma_t = 2\pi(R + \bar{\lambda})^2, \tag{14}$$

où $\bar{\lambda}$ est (au facteur 2π près) la longueur d'onde effective du neutron

$$\bar{\lambda} = 4{,}52.10^{-13}\frac{A+1}{A}\frac{1}{\sqrt{E}} \text{ cm} \quad (E \text{ en MeV}), \tag{15}$$

A étant toujours le nombre de masse du noyau cible et E l'énergie du neutron; l'expression (14) est applicable à 10 pour 100 près dès que $\bar{\lambda} < \frac{R}{4}$ environ ($E \sim 3$ MeV), tandis que pour les énergies ~ 10 MeV, l'erreur qu'elle introduit devient inférieure aux erreurs d'expérience annoncées par les auteurs, qui sont dans les meilleurs cas de l'ordre de 1 pour 100.

TABLEAU II.

Rayons déduits des sections efficaces de neutrons. — Réévaluation des rayons de Sherr et d'Amaldi par la théorie de Weisskopf [30].

Noyau cible.	E (MeV).	$\sigma_t.10^{24}$ (cm²).	$R.10^{13}$ (cm).
Be	14	0,65	2,4
B	14	1,16	3,4
C	25	1,29	3,8
O	25	1,60	4,3
Mg	14	1,83	4,5
Al	14	1,92	4,6
	25	1,85	4,6
S	14	1,58	4,1
Cl	25	1,88	4,7
Fe	14	2,75	5,6
Cu	25	2,50	5,5
Zn	14	3,03	5,9
Se	14	3,35	6,3
Ag	14	3,82	6,8
	25	3,70	6,9
Cd	14	4,25	7,2
Sn	14	4,52	7,4
Sb	14	4,35	7,3
Au	14	4,68	7,5
Hg	14	5,64	8,3
	25	5,25	8,4
Pb	14	5,05	7,8
Bi	14	5,17	7,9

En 1945, on avait évalué R par application de (13) aux déterminations de σ_t effectuées par Amaldi [33] à 14 MeV et par Sherr [34] à 25 MeV. La première série de mesures fournissait des rayons systématiquement plus élevés; mais leur réévaluation par (14) rend leurs résultats (tableau II) compatibles; les

fluctuations sont beaucoup plus fortes que dans les expériences les plus récentes; les résultats sont grossièrement traduits par

$$R = \left(1,37\,A^{\frac{1}{3}} + 1,3\right).10^{-13}\text{ cm.}$$

Cependant pour les noyaux très légers (Be, B, C, O) il y a déjà une indication en faveur d'une augmentation particulièrement rapide de R avec A, indication que l'on va retrouver.

L'utilisation du cyclotron de Berkeley (184 inches de diamètre) permet d'obtenir des neutrons d'énergies très élevées, pour lesquelles les sections efficaces σ_{diff} et σ_c doivent être beaucoup plus voisines de la section géométrique πR^2. En fonctionnement normal, il fournit des deutons de 190 MeV qui donnent par traversée d'une cible de Be d'épaisseur 1 cm des neutrons de stripping dont l'énergie moyenne est $E = 90$ MeV. Les déterminations des sections efficaces totales de 15 éléments, de l'hydrogène à l'uranium, pour ces neutrons, ont été effectuées par Cook, Mc Millan, Peterson et Sewell [35] ([6]). Les valeurs en sont données dans le tableau III, ainsi

TABLEAU III.

Sections efficaces totales de neutrons de 83 MeV *et rayons calculés par* $\sigma_t = 2\pi R^2$ [35].

A.	Cible.	$\sigma_t.10^{24}$ (cm²)	$R.10^{13}$ (cm).
1,008.......	H	0,083	1,15
2,015.......	D	0,117	1,36
6,940.......	Li	0,314	2,24
9,02........	Be	0,431	2,62
12,01........	C	0,550	2,96
14,008.......	N	0,656	3,23
16,000.......	O	0,765	3,49
24,32........	Mg	1,03	4,05
26,97........	Al	1,12	4,22
35,457.......	Cl	1,38	4,69
63,57........	Cu	2,22	5,94
65,38........	Zn	2,21	5,93
118,70........	Sn	3,28	7,22
207,21........	Pb	4,53	8,49
238,07........	U	5,03	8,95

que les rayons déduits par les auteurs de la formule (13); ils constatent l'existence d'écarts, très supérieurs aux erreurs expérimentales qui sont de l'ordre de 1 à 3 pour 100, à la loi linéaire (3) en $A^{\frac{1}{3}}$: il existe bien une loi limite de cette forme, mais plus le noyau A est léger, plus le rayon trouvé est au-dessous de la valeur que donnerait cette loi. Ceci est attribué à l'*effet de transparence* des noyaux pour les projectiles de grandes énergies, certains d'entre eux pouvant alors traverser le noyau sans donner lieu à la formation d'un composé, ce qui se traduit évidemment par une diminution de σ_t. La formule empirique suivante représente assez bien l'allure générale de la variation de R

$$R.10^{13}\text{ cm} = \left(1,37\,A^{\frac{1}{3}} + 0,5\right)\left(1 - e^{-0,40\,A^{-\frac{1}{3}}}\right).$$

La correction rendue nécessaire par cet effet de transparence, qui à cette énergie est réellement important au-dessous de $A = 60$, a été effectuée depuis par Serber, Fernbach et Taylor [36] ([7]). Les rayons des éléments légers sont naturellement élevés, tandis que les rayons des éléments lourds se trouvent abaissés par rapport aux résultats fournis par (13). Ils aboutissent en définitive simplement à

$$R = 1,37.10^{-13}\,A^{\frac{1}{3}}\text{ cm} \quad (^8).$$

5.3. De ce qui précède résulte l'impression d'une variation de R avec A en première approximation continue. Cependant l'on s'attend à des discontinuités des rayons liées à celles de la structure nucléaire (condensation éventuelle de plusieurs nucléons en une particule α dans le noyau, effets dus aux couches nucléaires). Mais les effets ainsi produits sur les rayons doivent être assez petits; aussi avait-on considéré jusqu'alors qu'il était prématuré de les rechercher, les résultats expérimentaux étant trop peu nombreux et trop imprécis pour cela; il n'en est peut-être plus de même actuellement.

Il convient dans ce but d'utiliser des rayons déterminés avec aussi peu de corrections que possible. Les mesures les plus récentes effectuées à Berkeley (1950) sont celles de Hildebrand et Leith [38] qui diffèrent de celles de Cook et al. par la réduction du rayon d'accélération des deutons (55 inches au lieu de 92) entraînant la diminution de l'énergie des neutrons de stripping ($E = 42$ MeV au lieu de 90). La figure 2 représente schématiquement leur dispositif.

Les auteurs donnent également le réseau de courbes reproduit dans la figure 3 qui montre dans quelle mesure σ_t subit une décroissance rapide aux énergies très élevées par suite de l'effet de transparence qui, comme on le voit, est faible à 42 MeV, sauf pour les noyaux les plus légers. Notons que les conditions de validité du modèle du composé [libre parcours du neutron dans le noyau $< R$ et $E < (A-1).8$MeV [29]] sont à peu près vérifiées dès le Li ([9]). Donc la formule (14) peut être appliquée à la détermination des rayons ([10]). Le tableau IV indique les valeurs obtenues et la figure 4 le graphique $R\left(A^{\frac{1}{3}}\right)$.

([6]) La section efficace totale s'évalue d'après l'atténuation d'un faisceau de neutrons très bien canalisé après traversée de la cible. La détection des neutrons émergents s'effectuait par la réaction $^{12}C\,(n, 2n)^{11}C$; compte tenu du rendement de cette réaction, l'énergie moyenne des neutrons détectés n'était que de 83 MeV. Dans d'autres expériences [37], la détection des mêmes neutrons utilisait la fission provoquée dans le bismuth et l'énergie des neutrons détectés était 95 MeV.

([7]) Elle s'effectue en introduisant un coefficient d'absorption de l'onde neutronique dans la matière nucléaire, dépendant des sections de choc neutron sur proton et neutron sur neutron dans le noyau.

([8]) Les expériences [37], après correction de transparence conduisent sensiblement à la même loi, quoique les σ_t soient plus basses d'environ 10 pour 100.

([9]) La formule (13) ou même (14) ne devrait pas être appliquée au calcul du rayon du proton ou du deuton.

([10]) Les auteurs utilisent la formule (13) qui fournit des rayons surestimés de λ, ce qui n'est d'ailleurs pas très important car cette correction, quoique non négligeable, ne dépend

TABLEAU IV.

Sections efficaces totales de neutrons de 42 MeV et rayons déduits de $\sigma_t = 2\pi(R + \bar{\lambda})^2$ [38].

A.	$A^{\frac{1}{3}}$.	Cible.	$\sigma_t.10^{24}$ (cm²).	$R.10^{13}$ (cm).
1,008..	1,00	H	0,203 ± 0,007	–
2,015..	1,26	D	0,289 ± 0,013	1,09 ± 0,05
6,940..	1,91	Li	0,684 ± 0,011	2,50 ± 0,03
9,02...	2,08	Be	0,853 ± 0,010	2,90 ± 0,02
10,82...	2,21	B	0,985 ± 0,020	3,20 ± 0,04
12,01...	2,29	C	1,089 ± 0,011	3,41 ± 0,02
14,008..	2,41	N	1,220 ± 0,025	3,66 ± 0,05
16,000..	2,52	O	1,358 ± 0,012	3,91 ± 0,02
19,000..	2,67	F	1,603 ± 0,030	4,31 ± 0,05
22,997..	2,84	Na	1,67 ± 0,06	4,42 ± 0,09
24,32...	2,90	Mg	1,723 ± 0,024	4,51 ± 0,04
26,97...	3,00	Al	1,782 ± 0,020	4,60 ± 0,03
32,06...	3,18	S	1,97 ± 0,03	4,88 ± 0,04
35,457..	3,29	Cl	2,11 ± 0,04	5,07 ± 0,05
40,08...	3,42	Ca	2,21 ± 0,03	5,20 ± 0,04
55,85...	3,82	Fe	2,44 ± 0,02	5,52 ± 0,03
58,69...	3,88	Ni	2,51 ± 0,03	5,61 ± 0,04
63,57...	3,99	Cu	2,54 ± 0,02	5,65 ± 0,03
65,38...	4,03	Zn	2,62 ± 0,03	5,75 ± 0,03
79,916..	4,30	Br	2,93 ± 0,06	6,11 ± 0,07
87,63...	4,44	Sr	2,99 ± 0,12	6,19 ± 0,14
95,95...	4,58	Mo	3,11 ± 0,05	6,32 ± 0,06
107,88...	4,76	Ag	3,23 ± 0,03	6,45 ± 0,04
118,70...	4,91	Sn	3,25 ± 0,02	6,48 ± 0,03
126,92...	5,03	I	3,51 ± 0,06	6,76 ± 0,06
137,36...	5,16	Ba	3,57 ± 0,12	6,83 ± 0,13
180,88...	5,66	Ta	4,20 ± 0,04	7,47 ± 0,04
183,92...	5,69	W	4,31 ± 0,06	7,58 ± 0,06
200,61...	5,85	Hg	4,51 ± 0,06	7,76 ± 0,06
207,21...	5,92	Pb	4,44 ± 0,05	7,70 ± 0,05
209,00...	5,94	Bi	4,58 ± 0,06	7,83 ± 0,06
232,12...	6,14	Th	5,03 ± 0,07	8,24 ± 0,06
238,07...	6,20	U	5,12 ± 0,07	8,32 ± 0,06

Les erreurs indiquées sont celles résultant des fluctuations statistiques sur les taux de comptage (écarts quadratiques moyens). Elles sont fortes lorsque l'élément a dû être utilisé sous forme de poudre comprimée ou lorsque sa section efficace a dû être calculée à partir de celle d'un composé le renfermant, faibles lorsque l'élément se présente sous forme liquide ou sous forme d'un bloc métallique.

Comme le signalent les auteurs, les déviations de la loi linéaire sont dix fois supérieures aux erreurs admissibles. En traçant ce graphique à grande échelle (60 × 80 cm), j'ai constaté qu'on peut l'interpréter comme une succession de lignes droites, à savoir (11) :

De $_3$Li à $_8$O

$$R = 2,34\,A^{\frac{1}{3}} - 1,96;$$

De $_9$F à $_{20}$Ca

$$R = 1,26\,A^{\frac{1}{3}} - 0,88.$$

De $_{26}$Fe à $_{50}$Sn

$$R = 0,98\,A^{\frac{1}{3}} + 1,79;$$

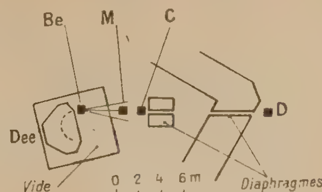


Fig. 2.

C (cible), D (détecteur) et M (moniteur), disques de carbone. $\sigma_t = -\dfrac{A}{N\rho x}\log\dfrac{r_x}{r_0}$, ou $\dfrac{A}{N\rho x}$ est le nombre d'atomes par centimètre carré de la cible et r_x, r_0 les rapports des activités de D et M suivant qu'on interpose ou non l'atténuateur C d'épaisseur x.

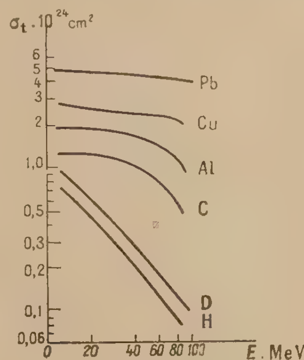


Fig. 3.

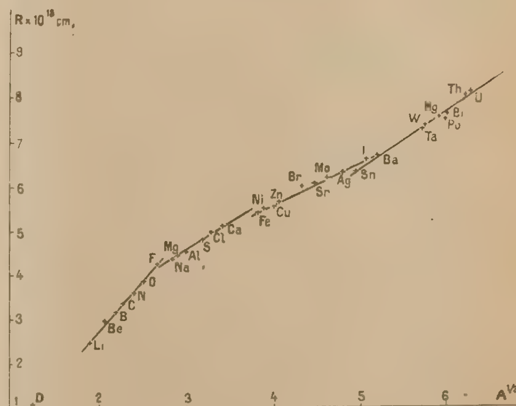


Fig. 4.

Jusqu'à $_{92}$U

$$R = 1,37\,A^{\frac{1}{3}} + 1,30.$$

La possibilité de valeurs négatives de b [*voir* form. (3)] est en désaccord avec son interprétation que peu de A ($\bar{\lambda} = 0,80.10^{-13}$ cm pour Li et $0,70.10^{-13}$ cm pour les noyaux lourds).

(11) Les rayons sont exprimés en unité 10^{-13} cm.

comme épaisseur d'une couche superficielle ([12]). Ce type de loi ne semble donc pouvoir être proposé qu'à titre de forme empirique simple.

Il semble donc que *la loi d'augmentation de R avec A dépend de la couche nucléaire dont s'effectue le remplissage* [39]. En effet, les noyaux pour lesquels se présentent les changements de droite sont connus comme constitués par des couches saturées de protons ([13]), ([14]) : noyaux de $Z = 8$, 20 et 50.

En considérant ces couches, suivant une image semi-classique analogue à celle des orbites électroniques dans les atomes, comme constituant des couronnes concentriques se remplissant successi-

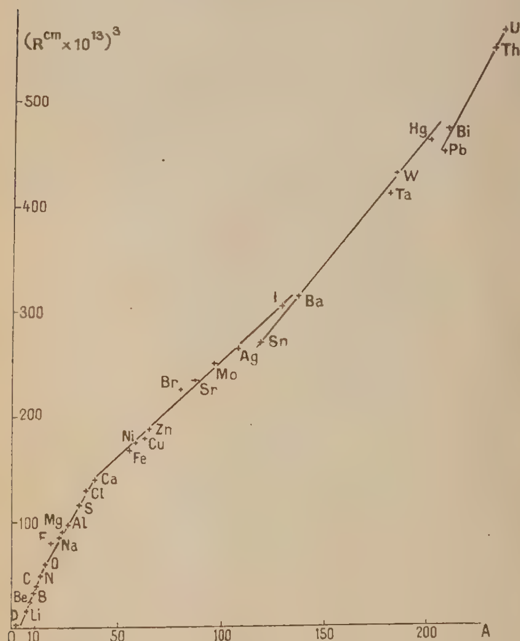


Fig. 5.

vement, en est amené à suggérer pour chacune des couches la loi

$$R^3 - r^3 = K(A - a) \qquad (r,\ a,\ K = \text{const.}), \qquad (16)$$

où R est le rayon du noyau A et r celui d'une couche saturée formée de a nucléons. On aboutit alors à (16) en écrivant que le volume de la couronne extérieure à cette couche est proportionnel au nombre $A - a$ des nucléons qui s'y trouvent.

On parvient à rendre compte des valeurs expérimentales avec

De Li à O :

$$R^3 - (1,5)^3 = 5,0(A - 4);$$

De O à Ca :

$$R^3 - (3,91)^3 = 3,5\ (A - 16);$$

De Ca à I :

$$R^3 - (5,23)^3 = 1,84(A - 40);$$

Au delà de Sn :

$$R^3 - (6,48)^3 = 2,46(A - 79),$$

les écarts étant de l'ordre des erreurs expérimentales, les résultats situés au delà du Pb ($Z = 82$) sont cependant mieux représentés par

$$R^3 - (7,72)^3 = 3,68(A - 207).$$

Sauf pour la première couche pour laquelle 1,5 d'ailleurs déterminé avec une faible précision est inférieur au rayon 2,3 de la particule α, les nombres r sont bien les rayons des noyaux saturés O, Ca, Sn et Pb (*fig.* 5).

Le graphique à grande échelle semblait indiquer que les rayons des noyaux saturés eux-mêmes étaient d'environ 3 pour 100 au-dessous de la droite correspondant à la couche qui s'y achève, et que le premier noyau d'une couche (Li, F) serait au-dessus des droites, le premier nucléon ajouté après une couche saturée étant certainement particulièrement libre.

Tout récemment, d'autre part [40], Lasday a trouvé à $E = 14$ MeV des rayons qui se placent en général grossièrement sur la droite de Sherr et Amaldi, sauf pour les deux éléments Zr (qui renferme $^{90}_{40}$Zr à 50 neutrons, d'abondance 48 pour 100) et Pb qui renferme $^{208}_{82}$Pb à 82 protons et 126 neutrons et est doublement magique, d'abondance 52 pour 100). La déviation de la droite est de l'ordre de 10 pour 100 par défaut.

On peut ainsi rechercher deux sortes d'effets dus à la structure nucléaire : anomalies des rayons pour les noyaux saturés, lois de variation de R différant suivant les différentes couches. Mais ces effets semblent assez « fins » et sont susceptibles d'être masqués par les irrégularités du remplissage des couches. La précision atteinte dans les mesures de sections efficaces est déjà remarquable; il convient évidemment de s'attacher à augmenter le nombre des résultats expérimentaux et en particulier d'effectuer des déterminations sur des isotopes *purs*.

Manuscrit reçu le 11 mai 1951.

([12]) On a également considéré que R déterminé par $\sigma_t = 2\pi R^2$ était le *rayon de collision*, somme du rayon b du neutron incident et du rayon du noyau, supposé en $r_0 A^{\frac{1}{3}}$; ceci implique également $b > 0$. Par ailleurs la baisse rapide de σ_t du proton aux énergies hautes (*fig.* 3), qui ne saurait être attribuée à un effet de transparence tel que le conçoit Serber, laisse supposer que le rayon du proton et du neutron est très inférieur à 1.10^{-13} cm.

([13]) On peut attribuer le fait que les discontinuités attendues pour les noyaux à couche saturée de neutrons apparaissent moins, àce que les σ mesurées sont en réalité des moyennes sur les différents isotopes stables du même élément.

([14]) Les mesures de Cook [35] fournissaient des rayons (non corrigés encore de la transparence) du Li à o se répartissant très bien sur une droite $R\left(A^{\frac{1}{3}}\right)$, avec variation de R beaucoup plus lente au delà de l'oxygène.

Compléments ajoutés sur épreuves (Résumé de travaux récents) :

— *Rayons déduits des périodes de radioactivité* α (complément au § 3). Considérant toujours le cas des noyaux pair-pairs, Preston [41] a étudié les modifications apportées à la formule de Gamow par l'existence d'un mouvemeut angulaire éventuel l de la particule α. Les rayons calculés à partir d'une valeur donnée de la période, pour $l = 1$ sont ainsi plus petits d'environ 1 pour 100 que si calculés pour $l = 0$.

On parvient ainsi, si l est connu, aux valeurs des rayons des noyaux excités correspondant aux différents groupes de structure fine.

— *Sections efficaces pour neutrons d'énergie très élevée* (complément au § 5). Les noyaux ne deviennent pas totalement transparents aux grandes énergies; il semble que les σ, après une chute rapide, atteignent une valeur sensiblement constante [42]. Il devrait donc y avoir là un moyen de déterminer les rayons nucléaires sans introduire de correction due à la variation des σ avec l'énergie; mais la théorie est encore trop peu développée sur ce point [43].

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Nuclear Data. — *National Bureau of Standards*, 1950.
[2] Grégoire R. — *Constantes sélectionnées de Physique Nucléaire*, Hermann, 1948.
[3] Weisskopf V. F. — Cours professé à la Sorbonne en 1950-1951.
[4] Rosenfeld L. — *Nuclear Forces*, North Holland Publishing Company, 1948, 25.
[5] Cüer P. — *J. Physique Rad.*, 1951, **1**, 100 S.
[6] Bethe H. A. et Bacher R. F. — *Rev. Mod. Phys.*, 1936, **8**, 88.
[7] Ageno F., Amaldi E., Bocciarelli D. et Trabacchi G. C. — *Phys. Rev.*, 1947, **71**, 20.
[8] Born M. et Yang L. M. — *Nature*, 1950, **166**, 399.
[9] Weiszäcker. — *Z. Physik*, 1935, **96**, 431.
[10] Mattauch J. et Flügge S. — *Kernphysikalische Tabellen*, 1941.
[11] Feenberg E. — *Phys. Rev.*, 1941, **59**, 149.
[12] Present R. D. — *Phys. Rev.*, 1941, **60**, 28.
[13] Rosenfeld L. — *Loc. cit.*, p. 241.
[14] Bethe H. A. — *Phys. Rev.*, 1938, **54**, 436.
[15] Fowler D., Delsasso L. et Lauritsen C. — *Phys. Rev.*, 1936, **49**, 561.
[16] Elliot D. et King L. — *Phys. Rev.*, 1941, **60**, 489.
[17] Bethe H. A. — *Rev. Mod. Phys.*, 1937, **9**, 166.
[18] Perlman I. et Ypsilantis T. J. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 30.
[19] Perlman I., Ghiorso A. et Seaborg G. T. — *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 26.
[20] Rutherford E., Chadwick J. et Ellis C. — *Radiations from radioactive Substances*, 1930, § 45.
[21] Ambrosino G. et Piatier H. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 5, 400.
[22] Weisskopf V. F. et Ewing D. — *Phys. Rev.*, 1940, **57**, 472.
[23] Weisskopf V. F. — *Lecture Series in Nuclear Physics*, U. S. Government Printing Office (MDDC, 1175), 1947.
[24] Ghoshal S. N. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 989.
[25] Bradt H. L. et Tendham D. J. — *Phys. Rev.*, 1947, **72**, 1117.
[26] Krishnan R. S. et Nahum E. A. — *Proc. Roy. Soc.*, 1942, **180**, 321.
[27] Kelley E. L. et Segré E. P. R. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 999.
[28] Peaslee D. C. — *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 1001.
[29] Joliot F. — Cours professés au Collège de France en 1949-1950 et 1950-1951.
[30] Feshbach H. et Weisskopf V. F. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 1550.
[31] Feshbach H., Peaslee D. C. et Weisskopf V. F. — *Phys. Rev.*, 1947, **71**, 145.
[32] Grahame D. C. et Seaborg G. T. — *Phys. Rev.*, 1938, **53**, 795.
[33] Amaldi E., Bocciarelli D., Cacciapuoti B. N. et Trabacchi G. C. — *Nuovo Cimento*, 1946, **3**, 203.
[34] Sherr R. — *Phys. Rev.*, 1945, **68**, 240.
[35] Cook L. J., Mc Millan E., Petersen J. M. et Sewell D. C. — *Phys. Rev.*, 1947, **72**, 1264; *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 7.
[36] Fernbach S., Serber R. et Taylor T. B. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1352.
[37] de Juren J. et Knable N. — *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 606.
[38] Hildebrand R. H. et Leith C. E. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 842.
[39] Curie D. — *J. Phys. Rad.*, 1951, **12**, 570.
[40] Lasday A. H. — *Phys. Rev.*, 1951, **81**, 138.
[41] Preston M. A. — *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 475.
[42] de Juren J. et Mayer B. J. — *Phys. Rev.*, 1951, **81**, 419.
[43] Jastrow R. — *Phys. Rev.*, 1951, **82**, 261.

REVUE DES LIVRES

Les accélérateurs de particules (réunions d'études et de mises au point), (1 vol. 22 × 14 cm, 324 pages, Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*, Paris, 1950, 1600 f).

Ce volume, rédigé par MM. S. Winter, J. de Beauregard, E. Nageotte, P. Lapostolle, B. Kwal, P. Debraine, A. Bariaud, R. Jouty, T. Kahan, C. Magnan, P. Chanson, reproduit un ensemble de Conférences organisées par le Séminaire de Théories physiques de l'Institut Henri Poincaré, sous la présidence de M. Louis de Broglie.

Les sujets traités sont : Le générateur électrostatique moderne du type Van de Graaf, les accélérateurs de particules Greinacher, les accélérateurs à champ magnétique, les accélérateurs linéaires, les accélérateurs à induction électromagnétique, les accélérateurs du type synchrotron, le cyclotron, le bétatron, les mésons artificiels, les applications à la Physique nucléaire.

Comme les autres Ouvrages de cette collection, celui-ci apporte, aux physiciens et techniciens, une mise au point extrêmement précise et très bien documentée : le volume comporte un grand nombre de photographies et graphiques, il contient une abondante bibliographie sur chacun des sujets traités.

M. Combrisson.

La Cybernétique. Théorie du signal et de l'information (réunions d'études et de mises au point), (1 vol. 22 × 14 cm, 318 pages, Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*, Paris, 1951).

Ce volume reproduit les textes des Conférences faites en 1950 à l'instigation du Séminaire de Théories physiques de l'Institut Henri Poincaré et sous la présidence de M. Louis de Broglie. Il fait suite à des publications analogues qui traitaient du méson, de l'Optique électronique, de la mésomérie, des ondes centimétriques, des interactions entre noyau et cortège électronique, des accélérateurs de particules.

La Cybernétique, terme créé par le Professeur N. Wiener, s'occupe des aspects des phénomènes naturels qui mettent en jeu, non pas des quantités d'énergie que l'on cherche à utiliser, mais quelque chose de plus subtil : « l'information ».

Le domaine de la Cybernétique est extrêmement vaste, cet Ouvrage ne traite que des applications aux télécommunications.

Les auteurs : MM. J. Loeb, A. Fortet, N. D. Indjoudjian, A. Blanc-Lapierre, P. Aigrain, J. Oswald, D. Gabor, J. Ville, P. Chavasse, S. Colombo, Y. Delbord, J. Icole, P. Marcou, E. Picault, tous des mathématiciens ou spécialistes des télécommunications, ont su, par le choix des sujets traités et l'enchaînement des Conférences, faire un tout indispensable pour qui veut se tenir au courant de cette nouvelle discipline en formation et à laquelle est certainement réservé un très grand avenir.

M. Combrisson.

Gunther (L.), **Radiologie théorique et appliquée** (1 vol. 16 × 24,5 cm, VIII + 282 pages, Librairie Polytechnique Ch. Béranger, Paris, 1951, 1950 f).

M. Gunther, ancien Directeur technique de la Compagnie générale de Radiologie, a voulu dans ce livre, non seulement faire connaître la Radiologie et ses applications, mais encore rassembler toutes les connaissances nécessaires à la compréhension du sujet. Il a su exposer clairement des sujets difficiles en se limitant à l'aspect physique des phénomènes.

Dans l'Introduction, l'auteur traite du rayonnement cathodique, du rayonnement X et de la structure de l'Atome; au chapitre I, de l'émission et de ses particularités du rayonnement et de la matière, aux chapitres II et III, des générateurs à rayons X et du redressement du courant haute tension. Le chapitre IV est consacré au Contrôle du fonctionnement et aux mesures diverses; le chapitre V se rapporte aux générateurs de haute tension. M. Gunther poursuit par l'exposition détaillée de la manière d'obtenir les images radioscopiques et radiographiques. Les utilisations multiples du rayonnement X, tant en médecine qu'en métallographie, sont rappelées. Pour terminer, l'auteur traite de la protection de l'utilisation contre le rayonnement et la haute tension.

G. Dupuy.

Dammers (B. G.), Haantjes (J.), Otte (J.) et van Suchtelen (H.), **Utilisation du tube électronique dans les appareils récepteurs et amplificateurs.** I. (1 vol. 16 × 23 cm, 450 pages, Bibliothèque technique Philips, Pays-Bas, 1950).

Ce livre est le premier d'une série destinée à l'enseignement du fonctionnement des tubes récepteurs. Le grand mérite des auteurs est d'avoir, à chaque pas de cette étude, illustré les résultats théoriques par des exemples numériques tirés des montages existants et que leur a suggéré la pratique de ces montages. L'exposé des questions est faite au moyen d'un appareil mathématique que possède tout ingénieur, tout est très clair et, par suite, on ne saurait trop recommander ce livre.

Dans ce tome, les auteurs traitent de l'amplification haute fréquence et moyenne fréquence, du changement de fréquence, de la détermination de la courbe fadding, des phénomènes perturbateurs et des distorsions dus à la courbure des caractéristiques des tubes et de la détection.

G. Dupuy.

Guaydier (P.), **Les grandes découvertes de la Physique moderne** (1 vol. 14 × 19 cm, 262 pages, Éditions Correa, Paris, 1951).

Ce livre, d'une lecture facile, est destiné à l'homme cultivé qui veut préciser rapidement les notions fondamentales sur l'ensemble des questions de physique actuelle. C'est un livre de vulgarisation, mais de bonne vulgarisation.

L'auteur expose, depuis la fin du XIX[e] siècle, les découvertes qui ont amené à la théorie atomistique de la matière, à la connaissance des diverses particules, à la radioactivité, aux rayons cosmiques.

La relativité et la mécanique ondulatoire occupent une bonne place et ces théories sont présentées de façon accessible.

G. Dupuy.

Guinier (G.), **Eléments de Physique moderne théorique. III. Statistiques quantiques** (1 vol. 16 × 26,5 cm, p. 161 à 308, Bordas, Paris, 1950).

Il y a peu d'ouvrages de Physique moderne écrits en français qui soient aussi recommandables que celui de M. Guinier. Cette impression est confirmée à la lecture du tome III, où l'on retrouve, à côté des qualités d'exposition, le souci de préciser, par des exemples concrets, les résultats théoriques.

Voici le contenu des différents chapitres de ce tome qui commence par l'exposé des mécaniques statistiques et de la théorie cinétique des gaz; dans le chapitre suivant, qui traite de la chaleur spécifique des solides, on trouve les éléments

de la théorie des corps solides; les chaleurs spécifiques des gaz parfaits et l'isomérie ortho-para sont étudiées ensuite. Après quelques pages consacrées au rayonnement du corps noir, l'auteur aborde la théorie électronique des métaux.

Comme dans les autres tomes, en appendice, le lecteur trouve des démonstrations et des résultats mathématiques qui auraient ailleurs alourdi le texte.

G. Dupuy.

Collet (L. H.), **Recherches sur l'osmose électrique** (1 vol. 18 × 27 cm, 62 pages, Service de Documentation et d'Information technique de l'Aéronautique, Paris, 1950, 350 f).

Dans ce travail, l'auteur dresse un tableau d'ensemble de cette question; il critique et réfute la théorie d'Helmholtz à la lumière d'expériences faites par M. E. Darmois. Les résultats expérimentaux obtenus par l'auteur l'amènent à proposer une nouvelle théorie élémentaire de l'osmose électrique, vérifiée par ses expériences.

G. Dupuy.

Colombo (S.), **L'utilisation du calcul symbolique dans la recherche mathématique** (1 vol. 21 × 30 cm, 22 pages, Éditions de la *Revue d'Optique*, Paris, 1950).

Ce volume est un complément à un article publié par le même auteur dans les *Annales des Télécommunications*, qui avait pour but de mettre en relief les applications du calcul symbolique aux problèmes de propagation. L'auteur s'efforce ici de montrer comment le calcul symbolique intervient dans différentes questions de mathématiques pures. Après une étude des différentes transformations et des correspondances symboliques, il étudie les applications de ce calcul à la théorie des fonctions, à la théorie analytique des nombres et aux équations intégrales.

M. Combrisson.

Destouches-Février (Mme P.), **La structure des théories physiques** (1 vol. 14 × 19 cm, XI-423 pages, Presses universitaires de France, Paris, 1951, 1400 f).

Cet ouvrage important a pour but de dégager une méthodologie complètement nouvelle s'appliquant spécialement aux problèmes actuels posés par les théories quantiques, notamment celui de l'indéterminisme. Comme l'écrit M. Louis de Broglie dans la préface : « Le mérite incontestable de Mme Destouches est d'avoir abordé le problème de front dans toute sa complexité et de l'avoir traité avec une vigoureuse et inflexible rigueur », ceci au prix peut-être pour les physiciens « d'un certain malaise en présence d'un exposé qui leur paraîtra très abstrait », mais les physiciens préfèrent bien souvent se servir des théories plutôt que de faire la théorie de ces théories.

M. Combrisson.

Wexler (E.), **L'origine des atomes** (1 vol. broché 18 × 12 cm, 94 pages, Édition Comptoir National du Livre, Paris, 1951).

Ce petit livre de vulgarisation s'inscrit dans le cadre d'une série déjà nombreuse d'ouvrages destinés à critiquer les théories physiques modernes (notamment celles de la relativité) et à proposer au lecteur une nouvelle « explication » de l'univers en se basant surtout sur les propriétés de l'éther.

M. Combrisson.

ERRATA.

THÉORÈME SUR LES INVARIANTS FORMÉS DE QUATRE FONCTIONS D'ONDE DE DIRAC. APPLICATIONS : SECTION EFFICACE DE DIFFUSION NUCLÉON-NUCLÉON,

Par Louis Michel.

(*Journal de Physique et le Radium*, t. 12, octobre 1951, p. 793.)

Page 793, équation (1), *au lieu de* $= 1 - \delta_{l4}$, *lire* $= 1 - 2\delta_{l4}$.

Page 794, équation entre (14) et (15), *au lieu de* $\psi^{\kappa}\Lambda^{-1}$, *lire* $\bar{\psi}^{\kappa}\Lambda^{-1}$.

Page 796, *ajouter* (P_0) à la fin de l'équation (56).

Page 796, équation (57), *au lieu de* $(P = 0$ à $4)$, *lire* $r = 1$ à 4.

Page 798, dans le tableau II, la matrice $C^{P_3}(2)$ est diagonale, *supprimer* le 1 mis en trop.

Page 801, équation (86), dernière ligne, *au lieu de* M_1, *lire* M_4.

Page 803, 14e ligne *au lieu de* remplacer f_{iS}^2 par $-f_2^{iS}$ dans les $\mathfrak{g}$ de (91), *lire* remplacer f_{iS}^2 par $-f_{iS}^2$ dans les $\mathfrak{g}_i$ de (91).

Page 803, 16e ligne, *au lieu de* pour les $\mathfrak{g}_i$, remplacer f_{iS}^2 par $2f_{iS}^2$ et μ_{iS} par, *lire* pour les g'_i, remplacer f_{iS}^2 par $2f_{iC}^2$ et μ_{iS} par.

Page 803, 22e ligne, *au lieu de* dans $\mathfrak{g}_2$ et $\mathfrak{g}$, *lire* dans g_2 et g'_2.

Page 803, équation (94)' *au lieu de* $\mathfrak{Q}$ *lire* $\mathfrak{T}$.

LETTRES AUX ÉDITEURS

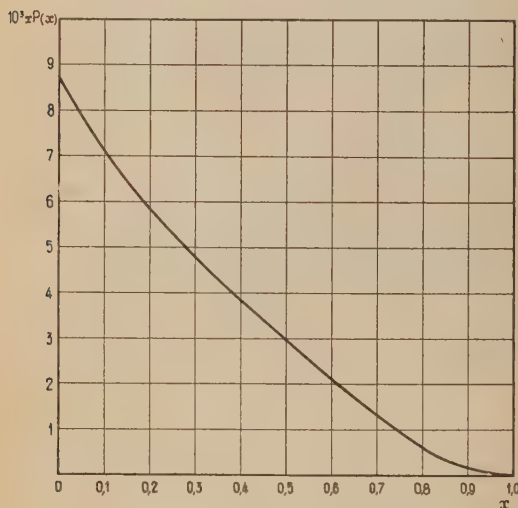
RAYONNEMENT CONTINU γ ACCOMPAGNANT LA DÉSINTÉGRATION DU MÉSON μ

Par A. Abragam et J. Horowitz,
Commissariat à l'Énergie atomique,
Laboratoires du Fort de Châtillon,
Fontenay-aux-Roses.

La désintégration du méson μ en un électron et deux neutrinos

$$\mu^{\pm} \rightarrow e^{\pm} + \nu + \nu, \qquad (1)$$

a pour effet de transférer une charge électrique élémentaire, d'une particule pratiquement au repos, le méson μ, à une particule de grande vitesse, l'électron.



On doit donc s'attendre à l'émission d'un rayonnement électromagnétique accompagnant la désintégration, c'est-à-dire à une désintégration représentée par le schéma

$$\mu^{\pm} \rightarrow e^{\pm} + \nu + \nu + \gamma. \qquad (2)$$

On se propose de calculer le spectre et l'énergie totale de ce rayonnement.

Un problème semblable s'est posé pour la radioactivité β, où le spectre du rayonnement β a été calculé par divers auteurs [1], [2], [3] et, récemment mesuré avec une bonne précision [4], confirmant les prévisions théoriques.

Dans la radioactivité β, le noyau de recul assure la conservation de l'impulsion en emportant une énergie négligeable, et les particules légères ne sont soumises qu'à la conservation de l'énergie.

Au contraire, après la désintégration du méson μ, il ne reste que des particules légères pour lesquelles la conservation de l'impulsion doit être réalisée en même temps que celle de l'énergie. Il en résulte, en particulier, que l'énergie maximum du photon qui, dans le cas de la radioactivité β est égale à l'énergie cinétique disponible, n'en est que la moitié dans le problème actuel.

Pour décrire l'émission du photon dans (2), nous devons ajouter à l'hamiltonien d'interaction $\mathcal{H}'$, responsable de (1), les interactions électromagnétiques couplant le méson et l'électron avec le rayonnement et faire un calcul de perturbation du deuxième ordre. Le passage de l'état initial du système (méson μ au repos) à l'état final (électron, neutrinos, photon ayant pour vecteurs d'onde respectifs $\mathbf{k}$, $\mathbf{k}'$, $\mathbf{k}''$, $\mathbf{l}$, avec $\mathbf{k} + \mathbf{k}' + \mathbf{k}'' + \mathbf{l} = 0$) se fait par l'un ou l'autre des états intermédiaires :

a. Neutrinos ($\mathbf{k}'$, $\mathbf{k}''$), électron ($\mathbf{k} + \mathbf{l}$);
b. Méson ($-\mathbf{l}$), photon ($\mathbf{l}$).

Dans un premier calcul, nous avons adopté, pour des raisons de simplicité, un couplage scalaire associant les deux neutrinos

$$\mathcal{H}' = g(\Phi^{\star}\beta\varphi)(f'Bf'') + \text{c. c},$$

où g est la constante de couplage, Φ la fonction d'onde du méson, φ celle de l'électron, f' et f'' celles des deux neutrinos, β la matrice de Dirac, B la matrice unitaire gauche introduite par Pauli et jouissant des propriétés

$$B^{-1}\boldsymbol{\alpha}^{\star}B = -\boldsymbol{\alpha}, \qquad B^{-1}\beta B = \beta.$$

On remarquera que $\mathcal{H}'$ est antisymétrique par rapport aux deux neutrinos.

Avec ce couplage, la probabilité par unité de temps de la désintégration (1) est donnée par

$$Q \simeq \frac{g^2}{384(2\pi)^3}\frac{M^5c^4}{\hbar^7}.$$

Pour la désintégration (2), nous ne nous intéressons qu'à la probabilité relative

$$P(k, l, \cos\omega) = \frac{1}{Q}\mathcal{P}(k, l, \cos\omega),$$

où $\mathcal{P}(k, l, \cos\omega)\,dk\,dl\,\alpha(\cos\omega)$ est la probabilité différentielle d'émettre un électron k et un photon l dans des directions faisant entre elles un angle ω. Le calcul

montre que la contribution de l'état intermédiaire b est faible et en la négligeant il vient

$$P(k, l, \cos\omega) = \frac{48}{\pi}\frac{e^2}{\hbar c}\left(\frac{\hbar}{Mc}\right)^5 \frac{k^2\left[u_k(k^2+l^2)+\left(l+\frac{mc}{\hbar}\right)k^2 - kl^2\cos\omega - \left(u_k+l+\frac{mc^2}{\hbar}\right)k^2\cos\omega\right]}{lu_k(u_k-k\cos\omega)^2} \times\left[\left(\frac{mc}{\hbar}-u_k-l\right)^2-(k^2+l^2+2lk\cos\omega)^2\right], \quad (3)$$

on a posé $u_k=\sqrt{k^2+\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2}$. M et m sont les masses du méson et de l'électron.

On voit sur (3) que P présente un maximum au voisinage de $\omega = 0$, caractéristique bien connue du rayonnement émis par des particules de vitesse relativiste.

Après intégration sur k et $\cos\omega$, on trouve, pour le spectre du photon $\left(\text{on a posé } x=\frac{l}{l_{\max}}\simeq\frac{2l\hbar}{Mc}\right)$

$$P(x)\,dx = \frac{1}{2\pi}\frac{e^2}{\hbar c}\frac{(1-x)^2}{x} \times\left[(1+2x^2)\,\mathrm{Log}\frac{M^2}{m^2}(1-x) - \frac{1}{6}(32x^2+3x+19)\right]dx. \quad (4)$$

La probabilité d'émission d'un photon d'énergie supérieure à $y\frac{Mc^2}{2}$ est donnée par

$$F(y)=\int_y^1 P(x)\,dx;$$

$F(y)$ présente pour $y=0$ la divergence logarithmique habituelle, liée à l'émission des photons de très basse énergie (catastrophe infrarouge). Cette divergence, inhérente à la méthode de perturbation employée, n'a pas de signification physique réelle.

A titre indicatif :

$$F(0{,}01)=0{,}028.$$

L'énergie moyenne T dissipée sous forme de photons dans la désintégration d'un méson μ est donnée par

$$\frac{T}{Mc^2}=\int_0^1 x\,P(x)\,dx = \frac{e^2}{\hbar c}\frac{1}{4\pi}\left\{\frac{8}{5}\mathrm{Log}\frac{M}{m}-\frac{419}{150}\right\}\simeq 3{,}3.10^{-3}; \quad (5)$$

on a pris

$$\frac{M}{m}=210.$$

Si l'on tient compte de la contribution du deuxième état intermédiaire, la valeur de T est modifiée de moins de 10 pour 100.

Nous remercions le Professeur V. Weisskopf qui nous a conseillé d'entreprendre ce travail.

[1] Knipp J. K. et Uhlenbeck G. E. — *Physica*, 1936, **3**, 425.
[2] Bloch F. — *Phys. Rev.*, 1936, **50**, 272.
[3] Wang Chang C. S. et Falkoff D. L. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 365.
4] Madansky L. et Rasetti F. — *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 187.

Manuscrit reçu le 14 octobre 1951.

ÉTUDE DES COURANTS PRÉDISRUPTIFS DANS L'AIR COMPRIMÉ

Par M. André Boulloud,
Laboratoire d'Électrostatique et de Physique du métal,
Institut Fourier, Grenoble.

On a mesuré les courants prédisruptifs supérieurs à 10^{-10} A passant entre plateaux parallèles pour des

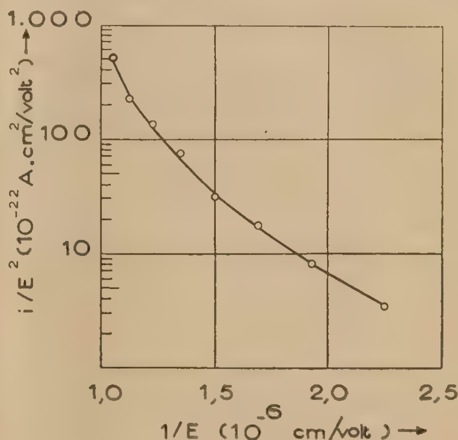


Fig. — Courants prédisruptifs entre électrodes de cuivre.
$p = 50$ atm, $d = 0{,}27$ mm.

écartements inférieurs à 1 mm, dans l'air comprimé, à une cinquantaine d'atmosphères.

Les courants i d'émission froide sous l'effet du champ électrique E, auxquels on attribue généralement les écarts à la loi de Paschen observés dans les gaz comprimés [1], [2], suivent la loi [3]

$$\log\frac{i}{E^2}=A\,e^{-\frac{B}{E}}, \quad (1)$$

où B est un paramètre dépendant du potentiel d'extraction de la cathode. On a tracé, pour les courants mesurés, les courbes C :

$$\log\frac{i}{E^2}=f\left(\frac{1}{E}\right) \quad (\textit{fig.}).$$

Elles ne sont pas linéaires et s'écartent d'autant plus rapidement de l'équation (1) qu'on s'approche des conditions disruptives. Dans ce dernier domaine, les courbes $\log i = f(E)$ présentent d'ailleurs un point d'inflexion, laissant prévoir l'existence d'un phénomène perturbateur.

L'ionisation par chocs électroniques dans le gaz, qui reste très faible, même pour le champ disruptif, ne suffit pas à expliquer ces écarts et l'on est conduit à envisager un mécanisme plus efficace, sans doute l'augmentation de l'émission froide sous l'effet des modifications de E dues aux charges d'espace dans le gaz [4].

Pour un même champ appliqué, les étincelles, même isolées, sont suivies d'une augmentation du courant, qui met plusieurs minutes pour revenir à la normale. En outre, leur passage exerce des effets durables. C'est d'abord, avec des électrodes fraîchement polies, une diminution du courant, accompagnée d'un relèvement du potentiel disruptif V_e (formation). Ce phénomène se produit aussi spontanément, en l'absence d'amorçage. Mais après un nombre élevé d'étincelles (plusieurs centaines), les courants sont beaucoup plus importants (ils peuvent être multipliés par 100), sans que V_e en soit fatalement affecté de manière sensible. En général, on n'a pas trouvé de relation évidente entre l'ordre de grandeur des courants et l'apparition de leur développement cumulatif aboutissant à l'étincelle.

En dépit de ces variations, la pente des courbes C est à peu près reproductible et l'on n'a pas relevé de différences notables pour les divers métaux utilisés.

[1] FELICI N. J. et MARCHAL Mlle Y. — *Rev. gén. Électr.*, 1948, **57**, 155-162.
[2] TRUMP, CLOUD, MANN et HANSON. — *Electr. Eng.*, 1950, **69**, 961-964.
[3] ABBOTT et HENDERSON. — *Phys. Rev.*, 1939, **56**, 113-118.
[4] BOULLOUD A. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **233**, 932.

Manuscrit reçu le 7 novembre 1951.

L'INDICE DE RÉFRACTION DU QUARTZ (INDICE ORDINAIRE) DE 5 A 14 μ

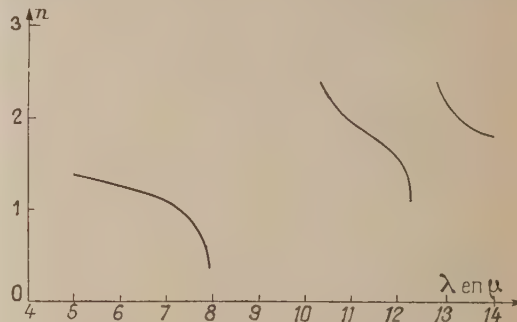
Par Mme RAMADIER-DELBÈS,
Laboratoire Infrarouge, P.C.B., 12, rue Cuvier, Paris.

L'indice de réfraction du quartz a été obtenu récemment par I. Simon [1], à partir des spectres de réflexion de ce cristal, éclairé en lumière polarisée, sous deux angles différents et par une méthode graphique, reliant la variation des constantes optiques ν (indice de réfraction) et $\varkappa$ (indice d'extinction) à celle du pouvoir réflecteur sous incidence normale.

Il a été obtenu ici, à partir des spectres cannelés d'interférences, produits par des lames minces de quartz d'épaisseur différentes, taillées perpendiculairement à l'axe optique. La méthode appliquée à des solides : fluorine, calcite et à des liquides : sulfure de carbone, a été décrite précédemment [2], [3], [4].

Bien que l'absorption dans la région de 8 à 10 μ soit considérable, l'observation des cannelures a pu être faite assez près des trois bandes d'absorption situées, d'après Plyler [5], à 1190, 1111 et 800 cm^{-1}. Cependant, la correction de déplacement des maxima d'interférences due au terme d'extinction $\varkappa$ n'ayant pu être faite ici, nous avons limité les résultats aux régions où $\varkappa$ reste suffisamment faible, pour que la méthode décrite précédemment [2] puisse s'appliquer.

Il est intéressant de noter l'accord trouvé avec les mesures de I. Simon [1] et de préciser que la méthode interférentielle difficilement utilisable dans la région de forte absorption, par suite de l'extinction presque complète de l'un des faisceaux interférents, donne des résultats plus précis que la méthode de réflexion,



dans tout domaine où $\varkappa$ est trop faible pour permettre de bonnes mesures de pouvoir réflecteur, mais trop fort pour pouvoir utiliser la méthode du prisme.

[1] SIMON I. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1951, **41**, 336.
[2] *J. Physique Rad.*, 1950, **11**, 622.
[3] *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 1194.
[4] *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 1920.
[5] PLYLER E. K. — *Phys. Rev.*, 1929, **33**, 48.

Manuscrit reçu le 30 octobre 1951.

LES COMPTEURS GEIGER-MÜLLER A CATHODES EXTERNES AVEC REMPLISSAGE POSSÉDANT UN TRÈS FAIBLE COEFFICIENT DE TEMPÉRATURE

Par G. et M. FAUNY et M. SCHÉRER,
Laboratoire de Physique,
Faculté des Sciences de Caen.

Le compteur de verre à cathode externe de graphite [1] ne possédant qu'une électrode interne de tungstène nous a paru pouvoir constituer très favorablement un compteur à halogène. Nous avons utilisé le remplissage préconisé par Liebson et Friedmann [2] (0,05 Cl + 0,20 Ar + 200 mm Ne) et avons procédé à des premiers essais qui ont montré que de tels compteurs présentent des paliers d'environ 50 V avec une pente très faible, les seuils de fonctionnement sont très bas (280 V). La variation thermique du palier a été étudiée de — 8° à + 80°, le coefficient de température apparaît insensible.

Ces remplissages avec le chlore comme gaz extincteur ont été comparés, pour les mêmes types de compteurs, à ceux comportant des vapeurs de méthylal, vapeurs déjà préconisées par Troost. Ils sont équivalents au point de vue de l'insensibilité thermique à froid, confirmant les observations de Daudin sur le méthylal [3], alors que Loosemore et Taylor [4] paraissent craindre les effets des variations de conductibilité électrique de la paroi de verre du compteur à basse température. Le remplissage au méthylal a été fait pour une teneur optimum de 12 mm de pression (+ 60 mm Ar). Il est remarquable que cette vapeur dont le point d'ébullition est 42° permette encore un bon fonctionnement à — 19°.

Nous avons enfin recherché une substance polyatomique assez lourde qui pourrait remplacer le méthylal ou l'alcool comme vapeur extinctrice et qui se comporterait comme un gaz. L'isobutane (É : —10°) a semblé satisfaire à ces conditions. Des essais de remplissage des compteurs Maze ont donné des résultats satisfaisants avec des paliers comparables à ceux du méthylal, la concentration optimum est de 16 mm de butane pour 60 à 100 mm d'argon. Dans ces essais, on a utilisé tout d'abord le gaz butane commercial. Le compteur avec un tel remplissage ne présente aucune variation jusqu'à 80°, mais paraît un peu sensible à l'abaissement de température jusqu'à — 8°. Cela tient vraisemblablement à ce que ce butane contient plusieurs pour-cent de vapeur condensables. Il paraît probable que l'emploi d'un isobutane purifié présenterait des avantages aussi bien à froid qu'à chaud.

[1] Maze R. — *J. Physique Rad.*, 1946, **7**, 165.
[2] *Rev. Sc. Instr.*, 1948, **4**, 303.
[3] *J. Physique Rad.*, 1951, **4**, 564.
[4] *Proc. Phys. Soc.*, 1950, **9**, 728.

Manuscrit reçu le 29 octobre 1951.

SUR QUELQUES RELATIONS APPROCHÉES ENTRE L'ÉNERGIE, L'IONISATION SPÉCIFIQUE ET LE PARCOURS D'UNE PARTICULE DE GRANDE ÉNERGIE

Par Anatole Rogozinski.

1. Parmi les grandeurs qui caractérisent une particule chargée *ne dissipant son énergie E que par ionisation*, le parcours R et l'ionisation spécifique $K = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}R}$ sont celles qui se prêtent généralement le mieux à une détermination expérimentale directe. Aussi jouent-elles un rôle particulièrement important en Physique nucléaire et dans l'étude du rayonnement cosmique.

Les formules théoriques [1] qui expriment R et K en fonction de la masse M, de la charge eZ et de l'énergie de la particule sont complexes et leur application numérique comporte des calculs fort laborieux. Pour cette raison, nous nous sommes proposé d'établir des formules approchées simples, mais suffisamment précises pour qu'elles puissent être substituées, dans certaines limites, aux formules théoriques exactes.

2. On sait que, dans un milieu donné, les expressions $\frac{RZ^2}{M}$ et $\frac{K}{Z^2}$ sont uniquement fonction de la vitesse v de la particule. Si l'on compare cette particule à une particule de référence, par exemple au proton (caractérisé par l'indice p; $M_p = 1$, $Z_p = 1$), *de même vitesse*, on obtient immédiatement les relations suivantes :

$$RK = MR_pK_p, \qquad E = ME_p. \tag{1}$$

Lorsque, d'après des tables de valeurs telles que par exemple celles de J. H. Smith [2] ou de W. A. Aron [3], on forme le produit R_pK_p et trace sa courbe en fonction de E_p, on constate qu'elle comprend, essentiellement, deux portions sensiblement rectilignes, pouvant être représentées, en première approximation, par

$$R_pK_p = \theta E_p \quad \text{pour} \quad \sim 10\,\text{MeV} < E_p < \sim 1000\,\text{MeV} \tag{2}$$

et

$$\left.\begin{array}{c} R_pK_p = \alpha(E_p - 500\,\text{MeV}) \\ \text{pour} \quad \sim 2\,000\,\text{MeV} < E_p < \sim 10\,000\,\text{MeV}, \end{array}\right\} \tag{3}$$

où θ et α sont des constantes sans dimension, égales respectivement à 0,56 et à 1,02 pour l'Al. Les valeurs de ces constantes varient très peu avec le numéro atomique du milieu traversé par la particule.

Nous n'insisterons pas sur la dernière relation qui concerne le domaine des énergies relativistes de la particule. En effet, cette relation peut y être mise en cause, en raison :

1° de l'incertitude concernant la validité expérimentale des formules de base de Bohr-Bethe-Bloch [1], d'une part, et de celles de Fermi-Halpern-Hall [4], d'autre part;

2° des pertes d'énergie, autres que celles dues à l'ionisation (interactions nucléaires, création de mésons, etc.), dont les effets augmentent progressivement dans le domaine considéré.

On peut obtenir aisément une seconde approximation relative au produit R_pK_p, en traçant le rapport $\frac{R_pK_p}{E_p}$ en fonction de E_p. On trouve ainsi deux autres domaines, où l'on a

$$\left.\begin{array}{c} R_pK_p = 0{,}56\,E_p + 0{,}15\,\text{MeV} \\ \text{pour} \quad 2\,\text{MeV} \leq E_p \leq 50\,\text{MeV} \end{array}\right\} \tag{2'}$$

et

$$\left.\begin{array}{c} R_pK_p = 0{,}555\,E_p\left(1 + \dfrac{E_p}{3\,200\,\text{MeV}}\right) \\ \text{pour} \quad 40\,\text{MeV} \leq E_p \leq 1\,000\,\text{MeV}. \end{array}\right\} \tag{2''}$$

Ces relations, valables pour l'aluminium, traduisent les valeurs théoriques avec des *écarts inférieurs à 1 pour 100*; pour l'air, les constantes sont légèrement différentes.

3. Si l'on se contente de la première approximation et si l'on tient compte de ce que $K_p = \frac{dE_p}{dR_p}$, on obtient immédiatement, à partir de (2),

$$E_p = a_p R_p^{0,56}, \qquad R_p = a_p^{-1,80} E_p^{1,80}, \qquad (4)$$

où a_p ne dépend que du milieu traversé [5]. Les formules auxquelles on aboutit en tenant compte de la seconde approximation, sont à peine plus compliquées. Lorsque l'on exprime E_p en MeV et R_p en g-cm^{-2}, on a $a_p(Al) = 27,5$ et $a_p(Air) = 29,0$.

D'autre part, en vertu de (1) et (2), on trouve, quelle que soit la masse et la charge de la particule,

$$RK = \Theta E \qquad (5)$$

et, en remplaçant dans (4) E_p par $\frac{E}{M}$ et R_p par $\frac{RZ^2}{M}$,

$$E = a_p M^{1-\Theta} Z^{2\Theta} R^{\Theta} = a_p M^{0,44} Z^{1,12} R^{0,56}, \qquad (6)$$

relations valables pour des vitesses $\beta = \frac{v}{c}$ de la particule telles que

$$\sim 0,1 < \beta < \sim 0,85.$$

4. La relation (6) permet d'exprimer sans difficulté l'une des grandeurs qui y entrent, de même que $K = \frac{dE}{dR}$ et $\beta = \frac{\sqrt{E(E+2Mc^2)}}{E+Mc^2}$, en fonction des autres grandeurs.

Remarquons, enfin, que si l'on connaît R, K et E par des méthodes qui ne font pas intervenir la relation (5), celle-ci peut servir de critère de l'existence éventuelle des pertes d'énergie autres que celles qui se traduisent par l'ionisation des atomes le long de la trajectoire de la particule.

Je tiens à remercier ici Mlle Denise Roy pour les calculs numériques dont elle a bien voulu se charger.

[1] Bohr N. — *Kgl. Danske Videnskab. Selskab. Mat. fys. Medd.*, 1948, **18**, n° 8; Bethe H. — *Handbuch der Physik*, 1933, **24**, 273; Bloch F. — *Ann. Physik*, 1933, **16**, 285.
[2] Smith J. H. — *Phys. Rev.*, 1947, **71**, 32.
[3] Aron W. A. — *Thèse*, Berkeley, 1951.
[4] Fermi E. — *Phys. Rev.*, 1940, **57**, 485; Halpern O. et Hall M. — *Phys. Rev.*, 1948, **73**, 477; Schonberg M. — *Bull. Cent. Phys. Nucl. Univ. libre Brux.*, août 1950, n° 20.
[5] Des courbes empiriques de R_p en fonction de E_p, obtenues par différents auteurs (Lattes C. M. G., Fowler P. H. et Cuer P., *Proc. Phys. Soc.*, 1947, **59**, 883; Bradner H., Smith F. M., Barkas W. H. et Bishop A. S., *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 426; Rotblat J., *Nature*, 1951, **167**, 550; *voir* aussi l'exposé d'ensemble de Powell C. F., *Mesons, Reports on Progress in Physics*, 1950, **13**, 350) obéissent à une loi très voisine de (4). La valeur expérimentale de l'exposant de R_p, trouvée par ces auteurs, est égale à 0,58, donc légèrement supérieure à la valeur $\Theta = 0,56$ figurant dans (4). Cet écart provient sans doute de ce que le numéro atomique moyen de l'émulsion utilisée, riche en argent, est sensiblement supérieur à l'Al, auquel se rapporte la valeur citée de Θ.

Manuscrit reçu le 3 novembre 1951.

Le Gérant : Maurice Blondin. 140719 Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1951.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE
ET
LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

LE FROTTEMENT ET L'USURE DANS LE CADRE DE LA PHYSIQUE DES SURFACES

Par M. ANDRÉ MARCELIN.
Docteur ès Sciences,
Laboratoire Chimie Physique.

Sommaire. — Il est rarement traité du frottement dans les revues scientifiques; de l'usure, il n'est jamais question; le frottement et l'usure rentrent cependant dans le cadre de la Physique des surfaces car, si le frottement relatif de deux surfaces solides débute par un accrochage des aspérités, tandis que l'usure résulte d'abord de la décapitation de ces aspérités, le phénomène change rapidement d'aspect pour devenir un corps à corps à l'échelle moléculaire.

L'évolution dans le temps du frottement et de l'usure permet de qualifier les états de surface, d'apprécier la qualité des métaux de frottement et de déterminer les lubrifiants les mieux appropriés aux diverses applications.

Il paraît logique d'admettre que l'ordre de grandeur du rayon d'action des champs de forces superficiels des métaux se confond avec l'épaisseur d'un stratofilm susceptible de neutraliser ces derniers au point que le coefficient de frottement ait la même valeur, quels que soient les métaux sous-jacents. Cet ordre de grandeur est le millième de micron.

I. Les lois du frottement : Le frottement sec et les trois régimes du frottement lubrifié.

1. Le frottement sec. — On est tenté d'attribuer le frottement sec à l'accrochage réciproque des aspérités présentées par les surfaces frottantes; cette interprétation est valable au départ, mais après un temps de fonctionnement généralement court, les aspérités ayant été décapitées, le frottement s'exerce suivant un plan (*fig.* 1) sur lequel viennent affleurer les aspérités tronquées appartenant aux deux surfaces; il n'y a plus alors d'accrochage, et c'est dans des actions intermoléculaires que doit être cherchée la cause du frottement; tel paraît être du moins le cas le plus général; il s'ensuit qu'il semble préférable que les duretés des métaux en présence ne soient pas trop différentes, de manière à ce que la décapitation des aspérités puisse se poursuivre suivant les deux surfaces; s'il en était autrement, c'est-à-dire si l'un des métaux était très dur comparativement à l'autre, l'usure du métal mou se poursuivrait indéfiniment, où tout au moins jusqu'à ce qu'un apport de métal mou sur le métal dur ait nivelé la surface de ce dernier, ce qui modifierait les données du problème.

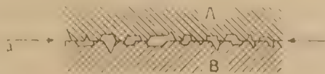


Fig. 1.

Le frottement sec est régi par la loi de Amontons-Coulomb :

La force F qu'il faut vaincre pour que deux pièces frottantes entrent en mouvement relatif est égal au produit du coefficient de frottement K, par la charge P qui presse les deux surfaces frottantes l'une contre l'autre

$$F = KP \quad \text{kg}.$$

Le frottement est donc indépendant de la surface de portée et de la vitesse relative.

Il revient au même de dire que le frottement est proportionnel à l'étendue de la surface frottante et à la charge unitaire

$$F = KS\frac{P}{S}.$$

La surface s'élimine et l'on retrouve le premier énoncé.

L'expérience montre que la loi est exacte, et non pas seulement approchée; toutefois, son champ d'application se trouve singulièrement réduit par cette condition restrictive qu'elle n'est applicable qu'à la condition que les surfaces frottantes restent inchangées, c'est-à-dire qu'il n'y ait ni déformation permanente ni usure. L'un des buts que nous nous sommes proposés était précisément de rechercher ce qu'il advient lorsqu'il en est autrement.

2. **Le frottement lubrifié. Le régime hydrodynamique.** — Le frottement lubrifié peut se poursuivre dans trois régimes distincts, régis chacun par des lois qui leur sont propres.

De ces trois régimes, *le régime hydrodynamique*, régime du frottement visqueux, est celui qui a fait l'objet des études les plus anciennes : l'arbre qui tourne vite flotte sur le film liquide, un peu à la manière d'un aquaplane, porté par la pression qui se développe dans le coin d'huile compris entre les surfaces de l'arbre et du palier, décentrées l'une par rapport à l'autre sous l'action de la charge. Les théories bien connues de Reynolds, Gümbel, etc. ne sont que l'application de la loi de Newton au système arbre-palier décentré et permettent de calculer le couple de frottement et le décentrement relatif, compte tenu de la longueur de l'arbre, de son diamètre, du jeu, de la viscosité du lubrifiant et de la vitesse.

La loi de Newton, appliquée à une feuille liquide comprise entre deux surfaces parallèles glissant l'une par rapport à l'autre, s'exprime par la relation :

$$F = VS\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}h},$$

où F désigne la force de frottement, V le coefficient de viscosité, S la surface suivant laquelle s'exerce le frottement et $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}h}$ le rapport de la vitesse relative $\mathrm{d}v$, à la distance $\mathrm{d}h$ des deux surfaces.

L'usure est nulle dans le *régime hydrodynamique*; il peut cependant en être autrement lorsqu'il s'agit d'une rotation rapide et d'un lubrifiant très visqueux; le frottement, en dernière analyse, consiste en effet en une traction tangentielle qu'exerce le lubrifiant sur les molécules ou parcelles qui occupent les surfaces des corps solides en présence; si cette traction est supérieure à la cohésion de ces molécules ou parcelles, il peut y avoir arrachement de ces dernières; cela peut se produire notamment dans le cas d'un métal antifriction de nature composite présentant peu de cohésion, ou dans le cas d'un antifriction dont l'élévation de température a provoqué le ramollissement.

Il peut aussi arriver, en *régime hydrodynamique*, que des contraintes résultant de mauvais alignements ou de vibrations d'un arbre qui ne « tourne pas rond », apportent des perturbations en provoquant des ruptures du film liquide, susceptibles d'entraîner des contacts solides accidentels; dans ce cas, c'est à ces contacts qu'il convient d'attribuer les usures, le *régime hydrodynamique* proprement dit étant hors de cause.

3. **Le régime du film liquide minimum.** — Lorsque l'arbre tourne trop lentement (1 t : s) pour que s'exerce encore la portée *hydrodynamique*, on pourrait s'attendre à ce qu'il vienne se poser sur le palier.

L'expérience montre qu'il n'en est rien et, au contraire, que l'arbre reste porté par un *film liquide minimum*, sorte de coussin fluide, qui résiste à la charge qui devrait l'écraser jusqu'à ce que cette charge dépasse une certaine valeur critique (il s'agit d'un véritable point physique) pouvant atteindre, où même dépasser, 100 kg : cm².

Notre microfilmomètre nous a permis de mettre directement en évidence ce coussin fluide et de mesurer son épaisseur ainsi que sa charge de rupture pour toutes sortes de lubrifiants. L'ordre de grandeur de l'épaisseur du *film liquide minimum* est le micron, mille fois supérieur à l'ordre de grandeur des molécules intéressées.

Lorsqu'on dépasse la charge de rupture du *film liquide minimum*, celui-ci cède tout d'un coup et les surfaces entre lesquelles il s'intercalait viennent en contact, ou plus exactement en pseudocontact, puisque subsistent alors, fortement adhérentes aux surfaces, quelques assises moléculaires, le plus souvent une seule, constituant les *stratofilms*.

Nous pensons, sans donner cette explication pour certaine, que l'épaisseur du *film liquide minimum* mesure la profondeur de l'association moléculaire, dont le taux statistique est fonction de la température, lorsque cette association prend racine sur les surfaces métalliques. Dans cette hypothèse, le frottement consisterait en un mouvement interne au sein de l'association moléculaire, alors que le frottement visqueux consisterait en un mouvement relatif entre des associations de molécules.

Cette interprétation expliquerait que le frottement obéisse à des lois différentes dans le *régime hydrodynamique* et dans le *régime du film liquide minimum*.

L'expérience montre que l'usure est nulle dans le régime du *film liquide minimum* qui est par nature le régime des vitesses lentes, sans contact entre les surfaces et pratiquement sans frottement.

4. **Le régime des stratofilms.** — Dans ce régime, la charge ayant été suffisante pour écraser *le film liquide minimum*, le frottement s'exerce au travers de deux glacis de molécules solidement adhérents aux surfaces, ces glacis pouvant être

formés par une ou plusieurs couches monomoléculaires (*stratofilms* d'ordre 1, 2, 3, ...).

Ce régime régit, par exemple, le frottement d'une sphère sur un plan, en bain d'huile, même sous faible charge. Nous ignorons si le *stratofilm* épouse les aspérités de la surface ou si, au contraire, il nivelle cette dernière à la manière d'un verglas sur une route (*fig.* 2).

Quoi qu'il en soit, le régime du *stratofilm primaire* est comparable au frottement sec, à cette différence près que la surface métallique est remplacée par une couche monomoléculaire du lubrifiant dont les molécules, par leur adhérence au métal, participent en fait à l'état solide de ce dernier; toutefois, le coefficient de frottement lorsqu'il y a *stratofilm* est très inférieur au coefficient de frottement à sec.

Hardy et I. Doubleday ont montré que la loi de Amontons-Coulomb s'applique encore dans ce cas, mais leurs expériences portaient sur le frottement relatif d'une sphère et d'un plan sous faible charge, c'est-à-dire dans le cadre des conditions restrictives



Fig. 2.

mentionnées à propos du frottement sec, à savoir : ni déformation ni usure des pièces frottantes; leurs expériences étaient limitées à la mesure unique de la force « de décollage » nécessaire pour amorcer le glissement; dans ce cas encore, nous nous sommes proposé d'étudier le frottement dans le régime des *stratofilms*, non pas seulement au démarrage mais en marche, et dans le cas où les charges sont assez élevées pour qu'il y ait usure des pièces frottantes.

M. Woog a mis en évidence le rôle des couches monomoléculaires de lubrifiant adhérentes aux parois métalliques, et a établi la distinction entre le frottement *onctueux* qui s'exerce entre les surfaces solides lorsque le film liquide est écrasé et le frottement *visqueux* réalisé lorsqu'il y a film liquide; peut-être n'est-il pas inutile de rappeler que la *viscosité* est une propriété physique mesurable, alors que l'*onctuosité*, ainsi que le fait d'observer M. Woog, est une qualification qui englobe un certain nombre de propriétés distinctes; autrement dit, que le « coefficient de viscosité » est une réalité, mais que ce serait un non sens que de parler d'un « coefficient d'onctuosité ».

Le frottement dans le *régime des stratofilms* est un frottement *onctueux*; le mot *stratofilm* suggère la multiplicité des couches monomoléculaires superposées à compter du *stratofilm primaire* directement adhérent à la surface solide considérée.

Le frottement et l'usure, à sec et dans le *régime des stratofilms*, sont seuls étudiés dans ce Mémoire, à l'exclusion, par conséquent, du frottement dans le *régime hydrodynamique* et dans le *régime du film liquide minimum.*

II. **Le frictiographe à mouvement alternatif.**

Le frottement sec, ainsi que le frottement lubrifié dans *le régime des stratofilms*, ont été étudiés à l'aide de notre frictiographe à mouvement alternatif.

Si loin que soit poussée la finition de deux surfaces portant l'une sur l'autre, le contact de deux surfaces, à sec ou dans le *régime des stratofilms*, n'est pas réalisable à l'échelle moléculaire; le contact, sous faible charge, s'établit par quelques points, en principe trois; lorsque la charge augmente, chacun des points de contact devient une petite surface, en même temps que le nombre de ces points augmente.

Nous appelons frottement élémentaire le frottement en un de ces points de contact.

Le frottement peut donc être considéré comme l'intégration de frottements élémentaires et nous nous sommes proposé de réaliser et d'étudier un frottement élémentaire obtenu en faisant porter, comme l'avaient fait Hardy et I. Doubleday, une surface sphérique sur un plan. Il va de soi que là où une charge considérable serait nécessaire pour obtenir une charge unitaire élevée sur une grande étendue, une charge de quelques centaines de grammes suffit pour obtenir une charge unitaire élevée dans un frottement élémentaire. C'est ainsi qu'une charge de 900 g représente 90 kg : cm² pour une surface de contact de 1 mm² et atteint 360 kg : cm² pour une surface de contact égale au quart d'un millimètre carré.

Nous avons bientôt reconnu qu'il était difficile d'obtenir des surfaces planes identiques dont la finition soit susceptible d'être exactement décrite; nous avons alors substitué aux plans, les surfaces cylindriques d'arbres en acier dont les modes de finition pouvaient être définis, le frottement s'exerçant suivant une génératrice de ces arbres; à partir du moment où nous avons fait cette substitution, les écarts expérimentaux se sont trouvés réduits dans une forte proportion.

Les pièces frottantes que nous utilisons ont toujours été, d'une part, des arbres cylindriques en acier de 34 mm de diamètre et de 80 mm de longueur évidés sur toute leur longueur, et d'autre part, des molettes de 15 mm de diamètre à profil circulaire mesurant 5 mm de rayon de courbure.

Nos expériences antérieures nous ayant appris que les conditions favorables à la stabilisation du frottement lubrifié dans le *régime des stratofilms* étaient : une charge élevée, des vitesses lentes, avec des arrêts et des départs fréquents, nous avons réalisé ces conditions dans une machine à mouvement alternatif dans laquelle la fréquence des alternances est de l'ordre de quelques unités par seconde.

La molette porte sur l'arbre de telle façon que

son axe soit parallèle à l'axe de l'arbre (*fig.* 3); une rotation de l'arbre et de la molette de quelques degrés autour de leurs axes respectifs, suivie d'un blocage de ces pièces dans une nouvelle position, permet de réaliser un contact neuf au début de chaque expérience, et ainsi d'utiliser un même arbre et une même molette un grand nombre de fois.

En même temps que le frottement se poursuivra et que nous suivrons son évolution, une facette d'usure apparaîtra sur la molette (nous la supposons en métal mou et nous supposons l'arbre en métal dur); nous mesurerons sa surface en fin d'expérience après un nombre connu d'alternances.

La surface de la molette, la surface du cylindre et le *stratofilm* interposé forment un triplet. Deux des trois paramètres intervenant dans le triplet étant maintenus invariables, il sera aisé d'étudier le rôle du troisième paramètre; c'est ainsi que nous avons pu étudier le frottement et l'usure, à sec ou en bain d'huile, et mettre en évidence : le rôle des lubrifiants (nature et viscosité), le rôle des métaux de frottement, et enfin le rôle de la finition des surfaces des métaux durs.

L'appareil (*fig.* 3, 4 et 5) consiste essentiellement en une boîte dont le corps principal (1) contient l'arbre (2) immobilisé entre deux pièces coniques et dont le couvercle (3), non jointif et non portant, sert de support à la molette (4).

Le couvercle est animé d'un mouvement alternatif (amplitude 6 cm, vitesse deux allers et retours

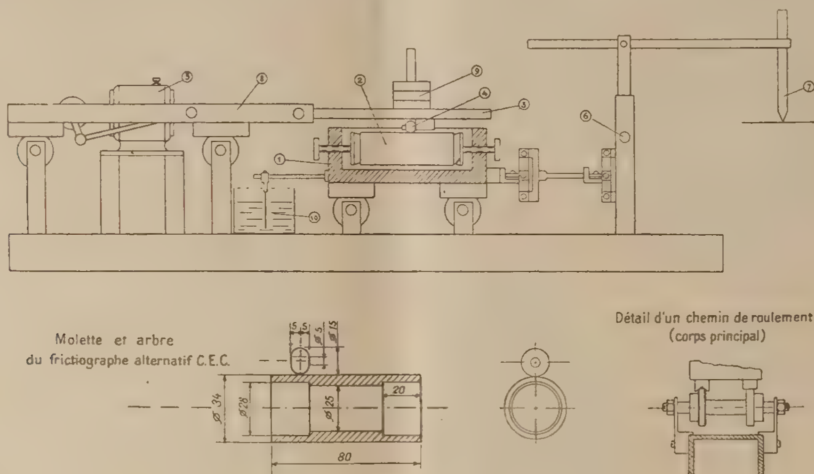


Fig. 3.

par seconde) par un moteur (5) et un embiellage approprié.

Le corps de la boîte repose sur deux rouleaux montés sur billes et transmet les réactions du frottement, par l'intermédiaire de deux joints flexibles, à un bras de levier dont l'axe est calé sur une barre de torsion (6); ce bras de levier amplifie la réaction du frottement et commande l'inscription de cette dernière par l'intermédiaire d'un stylographe à pointe (7) qui porte sur une bande de papier à sténotypie qui défile à une vitesse uniforme.

Les rouleaux à billes sur lesquels reposent le cadre (8) qui supporte le couvercle (3) et le corps de boîte (1), portent sur des chemins de roulement taillés en forme de V, ce qui assure des déplacements rigoureusement rectilignes, sans déports latéraux de ces deux organes.

La charge (9) est appliquée, à l'aplomb de la molette, sur le couvercle (3).

Le corps de boîte (1) peut être rempli d'un liquide quelconque, ce qui permet, par exemple, de travailler en bain d'huile ou en bain d'eau; la température peut être élevée jusque vers 95° au moyen d'une résistance électrique (résistance d'un fer à repasser) noyée dans l'épaisseur du fond de la boîte).

Un compteur automatique à contact de mercure, non représenté sur le schéma, permet de stopper automatiquement le frictiographe après 360 alternances complètes.

La sensibilité de l'appareil est réglable par allongement ou rétrécissement de la longueur de la barre de torsion. La vitesse de déroulement de la bande de papier est également réglable au moyen d'un système comportant un galet de caoutchouc roulant sur un disque sablé.

Un système amortisseur comportant une palette immergée dans une cuve pleine d'huile (10) permet d'amortir les oscillations du corps de boîte et de donner à l'amortissement sa valeur critique.

Les enregistrements ou frictiogrammes se présentent sous la forme de courbes en dents de scie dont la demi-amplitude mesure le frottement : nous l'exprimerons en coefficient de frottement dans le système kilogramme-force.

Après un certain temps de frottement, apparaît sur la molette une facette approximativement

Fig. 4.

Fig. 5.

elliptique dont la surface, exprimée en millimètres carrés servira de mesure à l'usure.

A titre d'exemple sont présentées deux séries de frictiogrammes (*fig.* 6) qui se rapportent l'une au frottement sec, mettant en évidence l'augmentation du frottement au fur et à mesure que l'expérience se poursuit, l'autre au frottement lubrifié, mettant en évidence la diminution du frottement au fur et à mesure que l'expérience se poursuit, toutes choses égales dans l'une et l'autre expérience. Ces aspects du frottement sec et du frottement lubrifié ont un caractère général.

III. Évolution du frottement et de l'usure à sec.

Le schéma du frottement sec est, en principe,

Frictiogrammes montrant le frottement d'une molette en anti-friction E 2
Évolution en fonction du nombre d'alternances

Charge 0kg6 — A sec — Arbre acier EDM 160.170

Départ 360 A 720 A 1080 A

Lubrifié (huile V 4,5)

Départ 360 A 720 A 1080 A 1440 A

Fig. 6.

très simple (*fig.* 7); les deux surfaces frottantes, dès qu'elles sont nivelées, peuvent être considérées comme liées l'une à l'autre par un nombre immense de chaînes moléculaires identiques, et le mouvement relatif des surfaces implique nécessairement la rupture de ces chaînes en leur point le plus faible; cette chaîne comporte :

1° Une liaison entre la molécule ou parcelle appartenant au solide A, et les molécules ou parcelles voisines;

2° Une liaison entre la molécule ou parcelle *a* et la molécule ou parcelle *b* appartenant au solide B;

3° Une liaison entre la molécule ou parcelle *b* et les molécules ou parcelles voisines appartenant au solide B.

Si la rupture de la chaîne se fait au niveau 1, il y a arrachement de la molécule ou parcelle *a*, qui reste adhérente au solide B; si elle se fait au niveau 3, la molécule ou parcelle *b* vient adhérer au solide A;

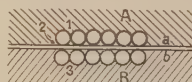


Fig. 7.

il est évident que le transport des molécules ou parcelles appartenant au corps A sur le corps B, a pour effet de modifier la surface de B et, par suite, de modifier les conditions de frottement qui devient un frottement AA; il en est de même s'il y a transport de molécules ou parcelles de B sur A, auquel cas le frottement devient un frottement BB. L'autosoudure et, par suite, le grippage relatif de deux surfaces devenues A et A ou B et B est à prévoir. La soudure *a*, *b* au niveau 2 entraîne également le grippage. Une égale résistance des liaisons 1 et 3, toutes deux inférieures à la résistance de la liaison 2, peut donner lieu à un arrachement de métal et à la formation d'un dépôt pulvérulent. Un métal qui se prête sans y opposer une trop grande résistance à l'arrachement unitaire des parcelles ou molécules qui occupent sa surface, s'use sans qu'il y ait grippage; cela semble être le cas des métaux dits « antifrictions ». Ces différents aspects : frottement sec sans usure; frottement sec avec usure, mais sans grippage; transports métalliques de A sur B ou de B sur A (on a souvent observé des transports de bronze sur la surface d'un arbre en acier); grippage; formation de dépôts pulvérulents, ont tous été observés.

Une élévation de la température résultant de la chaleur dégagée par le frottement semble intervenir en favorisant, soit le grippage, soit l'arrachement unitaire des molécules ou parcelles superficielles par suite d'une fusion locale des métaux de frottement.

Remarquons que le couple de métaux frottants se trouve placé dans une atmosphère gazeuse, l'air en général, et que l'oxydation des surfaces frottantes qui se renouvellent au fur et à mesure que l'usure se poursuit, modifie nécessairement les conditions du frottement. Ainsi qu'on va le voir,

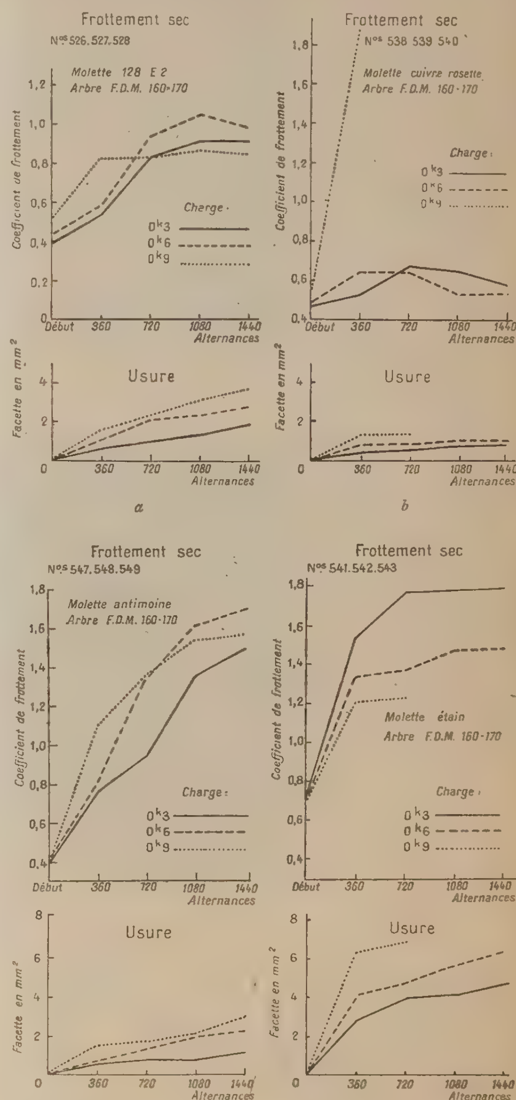


Fig. 8.

l'évolution du frottement et de l'usure de métaux différents frottant sur des arbres semblables sont pratiquement imprévisibles, mais caractéristiques de chacun des couples de métaux étudié.

Nous avons étudié un alliage antifriction classique, désigné E_2 de composition Cu_{10} Sb_{10} et Sn solde, ainsi que les trois métaux purs constituant

cet alliage (*fig.* 8 *a*, *b*, *c* et *d*) et nous présentons les courbes représentant l'évolution du coefficient de frottement et de la facette d'usure, à sec, en fonction de la charge appliquée sur la molette et du nombre d'alternances. L'arbre était en acier nickel-chrome demi-dur. Nous ne portons sur nos graphiques que les points expérimentaux, et nous les joignons par des traits rectilignes. Ce qui frappe d'abord, c'est la coïncidence presque parfaite des coefficients de frottement au départ, pour E_2, et plus parfaite encore pour les trois constituants de l'alliage. Ils ont pour valeurs respectives : de 0,4 à 0,5 pour l'alliage E_2, 0,5 pour le cuivre, 0,4 pour l'antimoine et 0,7 pour l'étain. La loi de Amontons-Coulomb s'applique donc parfaitement au départ; elle ne s'applique plus ensuite puisque les courbes divergent : pour l'alliage E_2, le coefficient de frottement, partant de 0,4 à 0,5, croît en fonction du nombre d'alternances, mais tend vers une valeur limite de l'ordre de 0,9 atteinte après 720 alternances. Ce résultat est très important car il démontre que l'alliage antifriction, à sec, ne peut pas donner lieu à un blocage; le classement des ordonnées des trois courbes ne suit pas le classement des charges. L'évolution de la facette d'usure se poursuit suivant une loi approximativement linéaire qui ne semble pas être liée à l'évolution du coefficient de frottement. Les coefficients angulaires des droites représentatives de l'usure se classent dans le même ordre que les charges appliquées.

Les courbes relatives au constituant cuivre pur permettent une observation intéressante : alors que le coefficient de frottement paraît indépendant de la charge, lorsqu'elle celle-ci reste inférieure à 600 g, on obtient presque instantanément le grippage sous 900 g; il y a donc, avec le cuivre pur, une charge critique à ne pas dépasser; au-dessous de cette charge, le cuivre se comporte bien.

Avec l'antimoine, la convergence des courbes, au départ, est remarquable, mais le coefficient de frottement s'élève sans interruption au fur et à mesure que l'expérience se poursuit, sans qu'une limite ait été atteinte.

Avec l'étain, la convergence des courbes, au départ, est également remarquable, mais le coefficient de frottement atteint une vaeur limite après 360 alternances et, par la suite, conserve cette valeur; c'est sans doute ce caractère qui réapparaît dans l'alliage E_2. L'usure avec l'étain pur est élevée.

Une étude détaillée de l'évolution de l'usure durant les premières alternances a donné des résultats inattendus (1) :

Partant pour chaque nouvelle expérience d'un contact neuf, on s'est proposé de mesurer les surfaces des facettes d'usure, non pas comme précédemment après 360 alternances, mais après une seule alternance, puis après 2, 5, 10, 20, 30 et 60 alternances. Ces expériences ont été faites avec une molette de bronze frottant sur un arbre en acier à roulement trempé très dur. Les résultats sont représentés par des courbes (*fig.* 9).

Il est remarquable, sous 300 g *de charge par exemple, qu'une usure égale aux deux tiers de celle qui sera obtenue après* 60 *alternances se trouve déjà réalisée après une seule alternance.*

Sous 300 g de charge, on remarque :

1° Une usure presque instantanée obtenue après une seule alternance (facette 0,84);

2° Une progression rapide de l'usure jusqu'à 10 alternances (facette 1,10);

3° Une progression plus lente jusqu'à 60 alternances (facette 1,20), l'usure paraissant alors tendre vers la saturation.

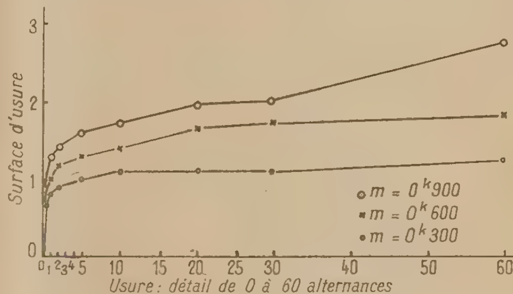


Fig. 9.

Sous 600 g de charge :

1° Une usure presque instantanée après une alternance (facette 1,03);

2° Une progression rapide de 1 à 20 alternances (facette 1,45);

3° Une progression lente de 1 à 60 alternances (facette 1,60).

Sous 900 g de charge :

1° Une usure presque instantanée après une alternance (facette 1,23);

2° Une usure progressive de 1 à 30 alternances (facette 1,84);

3° Une progression rapide de l'usure de 30 à 60 alternances (facette 2,50); parallèlement à cette progression de l'usure, on a noté une aggravation du frottement; le grippage était proche; la charge de 900 g était donc, dans les conditions de l'expérience, une charge critique à ne pas dépasser.

Cette notion de charge critique dans le frottement sec est à retenir.

(1) Cette étude a été faite sous ma direction, par MM. Bodin, Bry et Cardinal, élèves ingénieurs à l'École Supérieure de l'Armement.

IV. Évolution du frottement et de l'usure en bain d'huile, dans le régime des stratofilms.

Le schéma du frottement lubrifié dans le *régime des stratofilms* est en apparence plus compliqué que celui du frottement sec, puisqu'il fait intervenir le

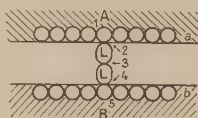


Fig. 10.

facteur lubrifiant (*fig.* 10); en réalité il est plus simple, et cela pour deux raisons :

La première est l'absence du facteur « atmosphère gazeuse » dont le rôle était mal défini dans le frottement sec;

La seconde est que *le schéma ne laisse prévoir aucune possibilité de transfert de matière de l'un à l'autre des deux métaux frottants; l'expérience le confirme et c'est là un fait essentiel.*

Comme dans le cas du frottement sec, les deux surfaces frottantes peuvent être considérées comme reliées l'une à l'autre par un nombre immense de chaînes moléculaires identiques, et le mouvement relatif des surfaces implique nécessairement, comme dans le cas du frottement sec, la rupture de ces chaînes en leur point le plus faible.

La chaîne élémentaire comporte :

1° Une liaison entre la parcelle ou molécule *a* appartenant au solide A et les molécules ou parcelles voisines;

2° Une liaison entre la molécule *a* et une molécule du lubrifiant *L*;

3° Une liaison entre deux molécules *L* qui se font vis-à-vis;

4° Une liaison entre une molécule *L* et la molécule ou parcelle *b* appartenant au corps B;

5° Une liaison entre la molécule ou parcelle *b* appartenant au corps B, et les molécules ou parcelles voisines.

Si la rupture des chaînes se fait au niveau 2, 3 ou 4 (la rupture en 3 est la plus probable) : il y a glissement sans usure.

Si la rupture se fait au niveau 1, il y a arrachement de métal A; si elle se fait au niveau 5, il y a arrachement de métal B; *dans les deux cas, il y a usure par dispersion de la matière* A *ou de la matière* B, *mais sans transfert de matière de* A *vers* B *ou de* B *vers* A; *ainsi s'explique que la matière arrachée reste en suspension dans l'huile.*

L'impossibilité du transfert de matière de l'une à l'autre des surfaces limitant les surfaces solides des corps frottants est le caractère fondamental du frottement lubrifié dans le régime des *stratofilms.* Il en résulte que si la finition du métal dur n'est pas parfaite, l'usure du métal mou par les aspérités du métal dur (ce que l'on pourrait appeler l'effet de limage) se poursuivra indéfiniment puisque l'on ne pourra pas compter sur un apport du métal mou pour venir niveler la surface du métal dur; ainsi s'expliquent les avantages de la superfinition.

Il en résulte également, si la finition du métal dur ne doit pas être très poussée, que l'on doit faire en sorte que les duretés du métal dur et du métal

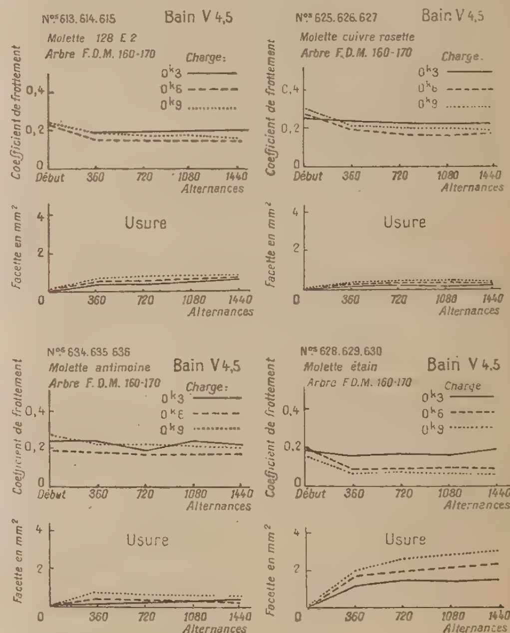


Fig. 11 *a*, *b*, *c*, *d*.

mou ne soient pas trop différentes, de manière à ce que la décapitation des aspérités puisse être obtenue presque simultanément sur les deux surfaces, auquel cas l'usure ne se poursuivra plus ultérieurement que lentement.

Nous avons repris les couples de métaux que nous avions étudiés à sec; à savoir, frottant en bain d'huile sur un arbre en acier nickel-chrome demi-dur, des molettes en alliage E_2 de composition : $Cu_{10}Sb_{10}Sn$ solde, ainsi que des molettes de chacun des trois métaux constituants pris isolément : Cu, Sb et Sn. Le bain d'huile était constitué par une huile minérale demi-fluide, dénommée 4,5 de viscosité 200 C.S. (*fig.* 11 *a*, *b*, *c* et *d*).

Plusieurs remarques s'imposent à notre attention lorsque nous examinons les courbes obtenues :

1° Au départ, on peut en première approximation admettre que la loi de Amontons-Coulomb se vérifie et que le coefficient de frottement est indé-

pendant de la charge; toutefois, la vérification est moins précise qu'en frottement sec;

2° Au départ encore, les coefficients de frottement, pour l'alliage E_2 et pour ses trois constituants, ont des valeurs très voisines comprises entre 0,2 et 0,3 (leurs valeurs à sec, toutes choses égales s'échelonnaient entre 0,4 et 0,7); ceci s'explique puisque, dans les quatre cas, le frottement s'exerce entre les *stratofilms* recouvrant les surfaces; cette remarque faite, il est remarquable que le coefficient de frottement pour le cuivre soit voisin de 0,3, et qu'il soit voisin de 0,2 pour l'étain et l'antimoine; *il faut en conclure que le métal n'est pas neutralisé complètement par le stratofilm et, par suite, que le champ de force des molécules occupant les surfaces des métaux exerce son action au travers d'un stratofilm dont l'épaisseur est de l'ordre du millième de micron*;

3° Les courbes relatives à l'alliage E_2 et aux trois constituants qui présentaient les unes par rapport aux autres, à sec, des aspects très différents, ont ici des aspects similaires :

Un abaissement du coefficient de frottement durant les premières alternances (contre une élévation en frottement sec) est suivi par une stabilisation de ce coefficient;

Toutefois, celui-ci n'est pas indépendant de la charge; précisons qu'au fur et à mesure que l'usure se poursuit et que, par conséquent, la surface de contact augmente, le coefficient de frottement reste invariable, ce qui est conforme à la loi de Amontons-Coulomb qui prévoit que le coefficient de frottement est indépendant de la surface de contact; que par contre, le coefficient de frottement diminue lorsque la charge augmente (nous disons bien coefficient de frottement $\frac{F}{P}$, P désignant la charge, et non pas le frottement qui, lui, augmente avec la charge), alors que la loi de Amontons-Coulomb imposerait que le coefficient de frottement soit indépendant de la charge;

4° L'usure, importante durant les 360 premières alternances, semble se poursuivre lentement suivant une loi linéaire; elle est d'autant plus accentuée que la charge est élevée (il y aura lieu de continuer l'expérimentation au delà de 1640 alternances); elle dépend de la nature du métal de la molette : elle est très faible pour le cuivre et très élevée pour l'étain;

5° Aucune des courbes présentées ne révèle de tendance au grippage; *cette observation peut être extrapolée, et l'on peut affirmer qu'un grippage est toujours le résultat d'un manque d'huile, quelle qu'en soit la cause* (ne pas confondre le grippage avec le serrage d'un piston dans un cylindre, par exemple, dû à des dilatations inégales de ces deux organes).

L'absence de grippage dans le régime des *stratofilms* résulte de l'impossibilité, lorsqu'il y a interposition de *stratofilms*, que la matière se transporte de l'une à l'autre des surfaces frottantes.

6° La régularité des résultats obtenus en bain d'huile conduit à penser que c'est plus particulièrement en bain d'huile qu'il conviendra de qualifier les états des surfaces par le frottement.

En ce qui concerne les métaux de frottement, ils devront être étudiés à sec, puis en bain d'huile, car il est utile de connaître leur comportement lorsque l'huile vient à manquer, soit qu'il s'agisse d'une cause permanente, soit qu'il s'agisse d'une cause accidentelle.

V. **Applications. Présentation réduite.**

Nous avons fait remarquer que le lubrifiant constituant le *stratofilm*, le métal sur lequel s'exerce le frottement (l'arbre cylindrique) et le métal de frottement (la molette), forment un triplet; nous avons fait varier séparément chacun des termes du triplet de manière à mettre en évidence : le rôle des différents types de lubrifiants dans *le régime des stratofilms*, le rôle des états de surfaces des arbres sur lesquels s'exerce le frottement (en bain d'huile) et le rôle des métaux de frottement formant les molettes (à sec et en bain d'huile).

Il n'était pas possible, si instructif que puisse être leur examen, de présenter toutes les courbes représentant les évolutions du frottement et de l'usure dans les divers cas étudiés, aussi avons nous adopté un autre mode de représentation.

Les résultats vont être réunis dans des tableaux où apparaissent sur une même ligne horizontale et pour chaque expérience, en regard de la variable : nature du métal frottant ou nature du lubrifiant, ou état de surface de l'arbre et, pour chacune des trois charges adoptées (300, 600 et 900 g), d'une part, comptées à partir de 0, les valeurs des coefficients de frottement au départ (signe X), au milieu de l'expérience (signe :) et en fin d'expérience (signe I); selon les cas, les expériences ont été poussées jusqu'à 360, 720 ou 1440 alternances. D'autre part, l'évolution de la surface de la facette d'usure, dont la valeur exprimée en millimètres carrés est également comptée à partir de 0, au milieu de l'expérience (signe :) et en fin d'expérience (signe |).

Nous avons fait en sorte que les tableaux se rapportant à un même objet, soit en frottement sec soit en frottement lubrifié, aient la même présentation, de manière à faciliter les comparaisons.

Chacun des signes ×, : et | portés dans les tableaux représente la moyenne de trois à cinq résultats expérimentaux.

VI. **Première variable : le lubrifiant.**

1. Divers lubrifiants. — Les invariants dans ces expériences étaient : la molette de frottement en alliage E_2. Composition, Cu_{10}, Sb_{10}, Sn solde; l'arbre en acier nickel-chrome demi-dur traité

pour 160-170 kg : mm²; la charge sur la molette, 0,600 kg; le nombre d'alternances, 720.

Nous présentons (tableau I) les résultats obtenus avec quatre huiles minérales classées par ordre de viscosités croissantes, avec l'huile de colza, avec l'huile de ricin, et enfin avec l'essence minérale.

L'examen de ce tableau suggère les observations suivantes :

Le coefficient de frottement, au départ, est pratiquement le même avec les quatre lubrifiants minéraux (environ 0,3); il diminue en fin d'expérience dans le cas des huiles fluides V_2 et V_5 (0,2); il est resté pratiquement inchangé dans le cas de l'huile demi-fluide V_{10}, et il a augmenté dans le cas de l'huile minérale la plus épaisse V_{20} (0,4); cette augmentation, de même que l'augmentation du coefficient de frottement en cours d'expérience signalée plus loin à propos des huiles végétales, semble pouvoir être attribuée à la tendance plus marquée des huiles minérales visqueuses et des huiles végétales à former des produits d'altération qui adhèrent aux surfaces et aggravent le frottement.

Quant à l'usure, elle a pratiquement la même valeur dans les quatre cas, d'où cette conclusion : *la viscosité n'a pas d'importance lorsque la lubrification doit se faire dans le régime des* stratofilms (*pistons, pieds de bielles, roulements à billes, etc.*).

On sait qu'au contraire la viscosité est favorable à l'entretien du *régime hydrodynamique* (paliers lisses).

TABLEAU I.

x *Frottement départ* — Frictiographe alternatif C.E.C. — N°s 818 à 833

| *après 720 alternances* — Novembre 1948

Variables : *Lubrifiants purs — Mélanges essence et huile* V10 — *Colza et huile* V5

Constantes : *Molette anti-friction* E2 — *arbre acier F.D.M. 160-170 — Charge* 0^kg^96 — *720 alternances*

Lubrifiants purs

Variable	Coefficient de frottement $\mu = F/P$	Facette d'usure en mm²	Charge unitaire finale kg p. cm²
V 2			130,5
V 5			153,3
V 10			142,3
V 20			139,2
Colza			180,5
Ricin			150
Essence			104 4
	0 0,5	0 0,5 1	

Colza et ricin donnent, au départ, des coefficients de frottement moitié moins élevés que ceux que l'on obtient avec les huiles minérales (0,15), mais les usures sont du même ordre de grandeur que celles obtenues avec les huiles minérales, légèrement inférieures cependant.

L'essence se comporte un peu moins bien que les huiles minérales : coefficient de frottement 0,35; usure 0,58 contre 0,4, avec V_5, V_{10} et V_{20}; on peut donc la considérer comme un lubrifiant déjà satisfaisant dans le *régime des stratofilms*.

2. **Mélange en proportions variables d'huile et d'essence.** — Nous présentons (tableau II) les résultats obtenus avec des mélanges en proportions variables d'essence minérale et d'huile minérale V_{10}. Il est remarquable que les écarts entre les coefficients de frottement au départ et en fin d'expérience soient plus accentués dans le cas des mélanges que dans le cas des produits purs, huile ou essence; les résultats obtenus présentent une dispersion qui s'est manifestée à chaque fois que nous avons refait des expériences portant sur de tels mélanges, ce qui semblerait indiquer qu'une certaine anarchie se manifesterait alors dans la manière dont s'organisent les *stratofilms*; on semble gagner en fin de compte, mais la proportion d'huile dans l'essence devrait atteindre au moins 20 pour 100 pour que le gain fut notable; en ce qui concerne l'usure, un gain ne semble se manifester qu'à partir d'une proportion de 60 pour 100 d'huile dans l'essence.

On peut tirer de ces expériences deux conclusions :

La première est qu'il est sans inconvénient, du point de vue des organes graissés dans le régime des *stratofilms* (pieds de bielles, pistons), de mélanger de l'essence à l'huile comme cela se pratique dans l'aviation, au départ;

La seconde est qu'il est sans intérêt de mélanger de l'huile à l'essence pour graisser les têtes de bielles montées sur rouleaux des moteurs à deux temps; il ne faudrait pas aller jusqu'à conclure qu'il est également sans intérêt de mélanger de l'huile à l'essence pour lubrifier le frottement piston-cylindre de ces moteurs; l'extrême division du mélange huile-essence, lors du temps d'aspiration, permet vraisemblablement la libération de molécules d'huile pure qui, sélectivement, viennent tapisser les parois; il semble qu'un mélange à 4 pour 100 d'huile suffise pour assurer l'entretien du tapis d'huile.

3. **Mélanges en proportions variables d'une huile minérale et d'une huile végétale.** — Nous présentons (tableau III) les résultats obtenus avec les huiles « compoundées » obtenues en mélangeant, à l'huile minérale V_5, de l'huile de colza dans des proportions variables comprises entre 0 et 5 pour 100. Le résultat de ces expériences est négatif, tant au point de vue usure qu'au point de vue frottement,

TABLEAU II.

Mélanges essence et huile V 10

Variable	Coefficient de frottement $\mu = \frac{F}{P}$	Facette d'usure en mm²	Charge initiale finale kg p. cm²
Essence			104,4
Essence + 4% V 10			117,7
— + 8%			107
Essence 80 V 10 · 20			116,5
— 60 — 40			126,4
— 40 — 60			144,6
— 20 — 80			172
V 10			142,3
	0 0,5 1	0 0,5 1	

et aucun des mélanges ne se rapproche des propriétés du colza pur; contrairement à ce que l'on pourrait attendre, c'est ici l'huile minérale qui semble imposer ses propriétés.

Ce résultat semble en contradiction avec ce que l'on savait des mélanges d'huiles végétales et d'huiles minérales pour lesquels les observations faites à l'aide des rayons X ont montré que les huiles végétales, dites polaires, viennent sélectivement s'adsorber sur les surfaces en formant des strates superposés; il faut en conclure que ces constructions stratifiées qui prennent naissance dans des liquides en repos sont fragiles, qu'elles ne résistent pas au mouvement ni aux efforts de cisaillement et qu'une image de la lubrification représentant des feuillets plats glissant les uns sur les autres ne correspond pas à la réalité.

VII. Deuxième variable : État de surface de l'arbre.

1. **Influence des états de surface.** — On a comparé en frottement lubrifié (tableau IV) des arbres semblables ayant fait l'objet de finitions différentes.

Les invariants ont été : la nature de la molette en bronze au plomb; la charge, 0,600 kg; le nombre des alternances limité à 360; le métal de l'arbre, acier nickel-chrome demi-dur traité pour 160-170 kg : mm .

Le lubrifiant était une huile minérale V_2 (viscosité 70 centistokes à la température des expériences).

L'amélioration progressive du coefficient de frottement au départ, au fur et à mesure que la finition s'améliore, est très nette; le coefficient de frotte-

TABLEAU III.

Mélanges colza et huile V5

Variable	Coefficient de frottement $\mu = F/P$	Facette d'usure en mm²	Charge initiale finale kg p. cm²
V 5			153,3
V 5 + 1% colza			170,4
— + 3% —			168,7
— + 5% —			161
Colza			180,5
	0 0,5	0 0,5	

ment, dans tous les cas, s'abaisse au fur et à mesure que les expériences se poursuivent et tend vers une même valeur limite; c'est donc au départ et en bain d'huile que les états de surface sont le mieux différenciés.

La classification par les usures des molettes est également très nette; *la mesure des coefficients de frottement et des usures en bain d'huile paraît être un bon moyen pour caractériser les états de surface.*

2. **Le poli électrolytique.** — On sait que le poli électrolytique consiste en une sorte de pelage des surfaces, et qu'on peut le caractériser par l'épaisseur moyenne de la couche de matière enlevée; celle-ci, dans les arbres que nous avons expérimentés, était de 2/100ᵉ, 5/100ᵉ et 10/100ᵉ. Nous sommes partis des mêmes arbres que ceux qui

Tableau IV.

Constantes : *Molette bronze - Arbre acier F.D.M. 160.170 . Lubrifiant bain V2 . 360 alternances. Charge 0k96*

Variables : *État de surface des arbres*

Variable	Coefficient de frottement $\mu = F/P$	Facette d'usure en mm²
Chariotè		
Rectificatn moyenne		
Rectification fine		
Rodé		
	0 0,5 1	0 0,5 1 1,5 2 2,5

avaient été utilisés pour la comparaison des diverses finitions; le poli électrolytique a donc été appliqué à des arbres ayant fait l'objet de finitions mécaniques initiales différentes : chariotage, rectification moyenne, rectification fine, rodage. Les arbres et polis avaient été exécutés par la société Hispano-Suiza, conformément aux procédés de MM. Jacquet et Mondon.

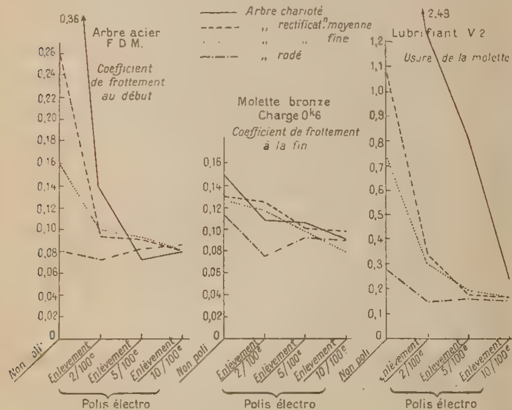


Fig. 12.

Les résultats obtenus en frottement lubrifié, dans le *régime des stratofilms*, sont présentés dans un ensemble de trois séries de trois courbes particulièrement démonstratives (*fig.* 12). Les premières de ces courbes se rapportent au frottement mesuré au début des expériences, les secondes au frottement mesuré en fin d'expériences, et les troisièmes aux usures mesurées en fin d'expériences.

Les premières courbes (frottement départ) montrent que les coefficients de frottement, très différents au départ selon la qualité de la finition, se rapprochent au fur et à mesure que le poli électrolytique est approfondi, et tendent vers une limite commune atteinte pour un enlèvement de 10/100e.

Les secondes courbes (frottement en fin d'expériences) montrent que les différences observées pour les frottements départ se sont atténuées, que les coefficients de frottement tendent vers une limite qui paraît atteinte pour un enlèvement de 10/100e, limite qui coïncide avec la limite atteinte dès le départ pour un enlèvement de 10/100e également.

Enfin l'observation des courbes d'usure met en évidence les résultats suivants :

Pour l'arbre chariotè, l'usure finale de la molette diminue au fur et à mesure que le poli est approfondi et tend vers une limite qui paraît presque atteinte pour un enlèvement de 10/100e.

Pour les deux arbres rectifiés (moyenne et fine), l'usure diminue au fur et à mesure que le poli est approfondi, mais l'effet total est obtenu pour un enlèvement de 5/100e et il paraît inutile de poursuivre plus loin le poli.

Enfin pour l'arbre rôdé, l'usure diminue également lorsque l'on passe de l'arbre non poli à l'arbre 2/100e, mais on ne gagne plus en poursuivant plus loin le poli.

Il est remarquable que les usures des molettes soient les mêmes dans tous les cas lorsque le poli est poussé jusqu'au degré qui convient, compte tenu de la finition initiale.

Il va de soi que ces résultats, valables pour un type d'arbre et un type de molette déterminés, disons pour un triplet déterminé ne sauraient être, généralisés sans imprudence.

VIII. Troisième variable : Les métaux de frottement.

1. **Métaux purs, à sec et en bain d'huile.** — Les invariants, pour ces expériences ainsi que pour les suivantes se rapportant au métal constituant la molette, ont été : arbre acier nickel-chrome demi-dur traité pour 160-170 kg : mm².

En frottement lubrifié, on a utilisé un bain d'huile minérale $V_{4,5}$ (viscosité 200 centistokes à la température des expériences).

A sec (tableau V). — 1° Nous retrouvons dans la colonne des coefficients de frottement, et pour chacun des métaux déjà mentionnés Cu, Sb, Sn un alignement vertical correct des signes × indiquant que la loi de Amonton-Coulomb se vérifie, au départ;

2° Le même alignement des signes × est également réalisé pour les métaux Pb, Cd, Ag, Zn et Mg. Il ne l'est pas pour Al sous 900 g de charge;

3° La coïncidence des trois signes ×, : et | pour Mg sous 600 et 900 g de charge indique que le coefficient de frottement de ce métal reste constant depuis

début jusqu'à la fin de l'expérience. *A priori*, l'emploi de ce métal comme « antifriction » devrait pouvoir être envisagé;

4° Les usures à sec sont toujours considérables, sauf pour le cuivre et l'argent, ce qui tendrait à faire envisager l'emploi de ces deux métaux comme

TABLEAU V.

Frottement sec

x *Frottement départ*
: *Après 720 alternances*
I *„ 1.440 „*

Variable : *molette : métaux purs*
Constante : *arbre acier nickel chrome ½ dur traité pour 160.170 kg/mm²*

Variable	Charge P (g)	Coefficient de frottem^t $\mu = F/P$	Facette d'usure en mm²	Charge unitaire finale kg p. cm²
Cuivre rosette	300 600 900	butée		36,6 60,6
Étain	300 600 900		4,6 6,3	6,5 9,5
Plomb	300 600 900		*dépasse la surface de la molette*	-
Antimoine	300 600 900		 3,1	232 26 - 29 -
Cadmium	300 600 900		2,8 4 5,8	10,7 15 - 15,5
Argent pur	300 600 900			34,5 37,5 41,6
Zinc	300 600 900		3,82	7,87
Aluminium pur	300 600 900		7,1 10,8	4,23 5,55
Magnésium	300 600 900		6,5 8,3 8,5	4,62 7,23 10,6
		0 0,5 1 1,5	0 0,5 1 1,5 2 2,5	

TABLEAU VI.

Frottement lubrifié

x *Frottement départ*
: *Après 720 alternances*
I *„ 1440 „*

Variable : *Molette : métaux purs*
Constante : *Arbre acier nickel chrome ½ dur traité pour 160.170 kg/mm²*

Lubrifiant : bain V 4,5

Variable	Charge P (gr)	Coefficient de frottement $\mu = F/P$	Facette d'usure en mm²	Charge unitaire finale kg p. cm²
Cuivre rosette	300 600 900			120 193 214
Étain	300 600 900		 2,96	20,1 26,1 30,3
Plomb	300 600 900		 3,3 4,3	16 18,2 20,8
Antimoine	300 600 900			73,2 182 147
Cadmium	300 600 900			34,5 59,8 64,3
Argent pur	300 600 900			91 130 147
Zinc	300 600 900			75 125 134
Aluminium pur	300 600 900			27,5 37 43,4
Magnésium	300 600 900			77,6 113 134
		0 0,5	0 0,5 1 1,5 2 2,5	

antifrictions; toutefois, le cuivre est à éliminer en raison de sa tendance à gripper dès que la charge s'élève (60 kg : cm²);

5° Le zinc donne lieu à grippage sous 600 g de charge.

En bain d'huile (tableau VI). — 1° L'alignement des signes × qui correspondent au coefficient de frottement au départ, peut être considéré comme réalisé dans tous les cas, aux erreurs d'expériences près;

2° Le coefficient de frottement final, indiqué par le signe | est toujours très inférieur au frottement de départ;

3° Il est très fréquent que les signes : et | coïncident, ce qui indique que le coefficient de frottement s'est stabilisé en cours d'expérience;

4° Une remarque semble pouvoir être considérée comme une loi expérimentale, tout au moins dans les cas de Cu, Cd, Ag, Zn, Al, Mg : *l'usure finale (mesurée par la surface de la facette signe |) est proportionnelle à la charge, tout au moins entre* 300 *et* 900 g;

5° La coïncidence des signes : et I indiquerait que l'usure aurait atteint une valeur limite en cours d'expérience; cette condition ne semble s'être réalisée qu'accidentellement;

6° Le magnésium et surtout l'argent, qui s'étaient signalés à notre attention, à sec, se comportent bien en frottement lubrifié; pour l'un comme pour l'autre, les usures sont faibles.

2. **Quatre antifrictions classiques, à sec et en bain d'huile.** — Les résultats obtenus avec ces antifrictions sont consignés dans le tableau VII pour les essais à sec et dans le tableau VIII pour les essais en bain d'huile.

TABLEAU VII.

Frottement sec

× *Frottement départ*
: *Après 720 alternances*
| *„ 1440 „*

Variable : *Molette : quatre antifrictions classiques*
Constante : *Arbre acier nickel chrome ½ dur traité pour 160-170 kg/mm²*

Variable	Charge P (gr)	Coefficient de frottement $\mu = F/P$	Facette d'usure en mm²	Charge unitaire finale kg p cm²
128 E 1 Cu 3,5 Sb 6,5 Sn solde	300			15,4
	600		2,8	21,4
	900		3,4	26,5
128 E 2 Cu 10 Sb 10 Sn solde	300			16,7
	600		2,7	22,2
	900		3,7	24,3
128 E 3 Cu 4,5 Pb 15,5 Sb 7 Sn solde	300			12
	600		3,14	19,4
	900		3,37	26,6
128 E 4 Cu 1,28 Sb 14,5 Sn 11 Pb solde	300		4,18	7,25
	600		6,5	9,23
	900		8,25	10,9
		0 0,5 1 1,5	0 0,5 1 1,5 2 2,5	

TABLEAU VIII.

Frottement lubrifié

Lubrifiant bain V 4,5

× *Frottement départ*
: *Après 720 alternances*
| *„ 1440 „*

Variable : *Molette quatre antifrictions classiques*
Constante : *Arbre acier nickel chrome ½ dur traité pour 160-170 kg/mm²*

Variable	Charge P (gr)	Coefficient de frottement $\mu = F/P$	Facette d'usure en mm²	Charge unitaire finale kg p cm²
128 E 1 Cu 3,5 Sb 6,5 Sn solde	300			46,8
	600			62,5
	900			78,2
128 E 2 Cu 10 Sb 10 Sn solde	300			50,8
	600			88,2
	900			108,5
128 E 3 Cu 4,5 Pb 15,5 Sb 7 Sn solde	300			48,3
	600			64,5
	900			83,4
128 E 4 Cu 1,25 Sb 14,5 Sn 11 Pb solde	300			83,3
	600			111
	900			112,4
		0 0,5	0 0,5 1 1,5	

Les formules des alliages sont portées dans les tableaux; ce sont des « régules » à base de cuivre, étain et antimoine, et des « bronzes au plomb ».

On constate que ces alliages frottent fortement à sec, mais sans gripper, tout comme les métaux purs autres que le cuivre et le zinc; que les usures, à sec également, sont toujours importantes, aussi élevées qu'avec le magnésium, et plus élevées qu'avec l'argent.

On constate enfin que les coefficients de frottement au départ (signe ×) ne s'alignent pas verticalement quelle que soit la charge pour chaque alliage, comme nous l'avions constaté presque dans tous les cas pour les métaux purs; cela ne saurait nous surprendre étant donné que les alliages de frottement n'ont pas l'homogénéité des métaux purs.

En bain d'huile, du point de vue du frottement et de l'usure ils ne se comportent ni mieux, ni plus mal que certains métaux purs tels que l'antimoine, le cadmium, l'argent, le zinc et le magnésium.

Si l'emploi des réguls et bronze au plomb s'est généralisé concurremment avec les métaux purs ci-dessus mentionnés, et particulièrement l'argent et le magnésium, c'est qu'ils se distinguent de ces derniers par des avantages supplémentaires qui sont : d'être moins coûteux que l'argent et d'adhérer sur la surface du cuivre ou de l'acier.

En résumé, la propriété essentielle des alliages antifrictions est de ne pas gripper à sec si l'huile, pour une raison quelconque, même pendant un laps de temps très court, vient à manquer; ils jouent le rôle d'un fusible de sécurité qui fond sous l'action de la chaleur et protège la machine contre un arrêt brutal qui, résultant d'un grippage, provoquerait des avaries graves, peut-être irréparables.

3. **Alliages frittés Delaplace, à sec et en bain d'huile.** — Les alliages Delaplace se distinguent des autres antifrictions par leur structure microgéométrique, par leur composition centésimale, et par le procédé qui permet de les obtenir, qui précisément détermine cette structure et permet de faire varier les compositions centésimales au delà des limites imposées par la miscibilité des constituants lorsque l'on opère par fusion. Ces alliages ont, à sec et en bain d'huile, des propriétés très particulières qui les différencient des métaux purs et des antifrictions classiques, et qui suggèrent des applications. Voici comment ont les obtient : En principe, un tube en cuivre pur est rempli avec de la poudre de plomb, d'étain ou d'antimoine, et l'on fait en sorte que la proportion unitaire (par centimètre de longueur, par exemple) de cuivre pur et de chacun des autres métaux soit égale à la proportion de chacun de ces corps que l'on désire trouver dans l'alliage; ces proportions peuvent varier à l'infini. Le tube est tréfilé, et le fil est passé dans un pistolet à pulvérisation. Le jet de métal est projeté dans l'eau où l'on trouve finalement une poudre composée de petits sphérules microscopiques dont la composition centésimale correspond précisément à la composition unitaire des divers constituants dans le tube de cuivre initial. L'alliage constituant les sphérules peut être considéré comme une solution solide en surfusion stabilisée par la trempe dans l'eau froide. La poudre séchée peut être agglomérée sous l'action combinée de la chaleur et de la pression, et permet de préparer des pièces frittées de formes diverses.

L'épreuve au frictiographe, à sec, des molettes

TABLEAU IX.

Frottement sec

x *Frottement départ*
: *Après 720 alternances*
I *„ 1440 „*

Variable : *Molette : alliages Delaplace*
Constante : *Arbre acier nickel chrome 1/2 dur traité pour 160.170 kg/mm²*

Variable	Charge P (gr)	Coefficient de frottement µ = F/P	Facette d'usure en mm²	Charge unitaire finale kg p cm²
1	300 600 900			53,5 70,1 96,8
2	300 600 900			56,6 90,8 102
3	300 600 900			136 202 317
4	300 600 900			176 306 333
		0 0,5	0 0,5 1	

TABLEAU X.

Frottement lubrifié

x *Frottement départ*
: *Après 720 alternances*
I *„ 1440 „*

Lubrifiant . bain V 4,5

Variable : *Molette : alliages Delaplace*
Constante : *Arbre acier nickel chrome 1/2 dur traité pour 160.170 kg/mm²*

Variable	Charge P (gr)	Coefficient de frottement µ = F/P	Facette d'usure en mm²	Charge unitaire finale kg p cm²
1	300 600 900			43.2 70,1 96,7
2	300 600 900			46.8 63.8 77.6
3	300 600 900			160 291 337
4	300 600 900			200 222 290
		0 0,5	0 0,5 1 1,5	

constituées par quelques-uns de ces alliages (tableau IX) montre, plus particulièrement pour l'alliage n° 4 :

1° que le coefficient de frottement de ces alliages, à sec, reste constant, quelle que soit la charge et quelle que soit la durée de l'expérience autrement dit que des signes $\times$, : et | sont confondus et alignés verticalement; la loi de Amontons-Coulomb se vérifie donc rigoureusement même après de nombreuses alternances; d'un tel fait, nous ne connaissons aucun autre exemple;

2° que l'usure, à sec, est beaucoup plus faible que celle qui avait été obtenue avec les métaux purs et les antifrictions classiques; la confrontation des tableaux V, VII et IX est, à ce double point de vue, saisissante.

L'épreuve en bain d'huile (tableau X) révèle une usure plus faible que celle obtenue avec les métaux purs et les antifrictions classiques ainsi que le confirme la confrontation des tableaux VI, VIII et X : Les coefficients de frottement en bain d'huile, comparativement aux coefficients de frottement à sec, sont à peu près réduits de moitié.

Cet ensemble de qualités désigne avantageusement ces alliages pour leur application aux bagues et coussinets, et il les désigne également pour leur application aux freins et embrayages. Nous aboutissons ainsi à ce résultat d'apparence paradoxale, qu'un bon métal « antifriction » peut être en même temps un bon métal de frottement.

Conclusions.

Le frottement et l'usure rentrent dans le cadre de la physique des surfaces; ils sont de nature à nous renseigner sur les résultats d'un corps à corps moléculaire lorsqu'il s'agit de deux partenaires (frottement sec) ou de trois partenaires (frottement lubrifié).

Les schémas que nous avons proposés pour expliquer l'usure, à l'échelle moléculaire, soit en frottement sec, soit en frottement lubrifié, ont conduit à des conclusions que l'expérience a vérifiées, à savoir en particulier *que le frottement sec s'accompagne presque toujours d'un transfert de matière de l'une à l'autre des surfaces des deux solides frottants, transfert qui ne peut jamais avoir lieu lorsque le frottement se poursuit en bain d'huile.*

Notre appareillage et nos méthodes expérimentales ont permis de retrouver des résultats auxquels avaient conduit une longue pratique et de les chiffrer; c'est ainsi, par exemple, qu'il suffit de se reporter à nos résultats pour comprendre que le cuivre pur serait un bon métal de frottement s'il n'avait l'inconvénient de gripper à sec lorsque la charge dépasse une valeur critique que nous déterminons; que l'emploi du zinc est absolument contre-indiqué, que l'argent qui a été employé en couches minces est peut-être le seul parmi les métaux purs dont l'emploi, comme métal de frottement, puisse être envisagé.

Lorsque nous avons abordé des problèmes nouveaux (poliélectrolytique, alliages globuleux frittés de M. Delaplace), les solutions que nous avons données n'ont jamais été contredites par l'expérience entreprise à l'échelle industrielle.

Ce travail a été exécuté dans le laboratoire de l'Institut de Chimie-Physique dirigé par M. E. Bauer à qui je suis heureux d'exprimer ici ma reconnaissance.

Quelques-uns des clichés illustrant ce mémoire ont été gracieusement mis à notre disposition par la revue *Mécanique*, publication *Science et Industrie*.

Manuscrit reçu le 2 juin 1951.

BIBLIOGRAPHIE.

Hardy W. B. et de Doubleday I. — *C. R. Roy. Soc.*, Londres, série A, vol. G, 1922.

Woog P. — Contribution à l'étude du Graissage, Delagrave, Paris, 1926.

Marcelin A. — *Mécanique*, éd. *Science et Industrie*, 1942, n° 295, 296, 298, 299, 300, Machines et métaux, 1948, *ibid*, 1948; *J. Chim. Phys.*, 1943, **40**; *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **225**, 225; *ibid.*, 1948, **226**, 1584 et 1978; *ibid.*, 1949, **228**, 650.

Delaplace R. — *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **225**, 1075.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA CINÉTIQUE DE LA PILE DE CHATILLON

Par A. ERTAUD, R. BEAUGÉ, H. FAUQUEZ et L. VAUTREY,
Commissariat à l'Énergie atomique, Fort de Châtillon.

Sommaire. — L'étude des courbes de montée en puissance de la pile et leur liaison avec sa réactivité permet de déterminer expérimentalement la variation de réactivité de la pile lorsque les paramètres suivants varient :

— niveau d'eau lourde;
— position des plaques de réglage;
— température.

Des réseaux de courbes traduisent les résultats expérimentaux.

Dans le domaine d'utilisation pratique, on obtient la formule linéaire :

$$\Delta\varepsilon = 0{,}58(\Delta p_1 + \Delta p_2) + 5\Delta N + 24\Delta\theta,$$

$\Delta\varepsilon$ étant la variation de réactivité exprimée en 10^{-5} (une réactivité de 100.10^{-5} par exemple correspond à un $k = 1{,}001$).
Δp_1 et Δp_2 étant les déplacements des plaques de réglage P_1 et P_2 en millimètres;
ΔN étant la variation du niveau d'eau lourde en millimètres;
$\Delta\theta$ étant la variation de la température en degrés centigrades.

Introduction. — La loi d'évolution de la puissance de la pile en fonction du temps dépend de l'écart à la taille critique que l'on caractérise par la différence $\varepsilon = k_{\text{eff}} - 1$; k_{eff} étant le coefficient de reproduction effectif.

Connaissant ε on peut écrire les équations régissant l'évolution du nombre de neutrons dans la pile (¹) (neutrons présents et neutrons latents). Les coefficients de ces équations dépendront, en dehors de $\varepsilon = k_{\text{eff}} - 1$, des temps de vie moyenne des neutrons dans la pile et des pourcentages et périodes de décroissance des différentes espèces de neutrons latents (²).

On sait que pour une valeur de réactivité initialement imposée, le nombre de fissions par seconde et, par conséquent, la densité de neutrons en un point quelconque de la pile, varie selon une loi représentée par une somme d'exponentielles. Si ε est positif, une des exponentielles est à exposant positif, toutes les autres sont à exposant négatif et s'éteignent successivement au cours de la montée en puissance.

L'expérience consiste alors à mesurer la variation de la puissance de la pile en fonction du temps pour des conditions imposées.

On discerne dans cette variation la montée exponentielle qui apparaît après un régime transitoire et l'on mesure graphiquement la constante de temps de cette montée exponentielle.

Cette constante de temps est alors reliée à la réactivité par une formule appropriée (formule de Nordheim adaptée à la pile de Châtillon).

L'expérience montre que dans le cas d'une pile à eau lourde, le nombre $\varepsilon = k_{\text{eff}} - 1$, mesurant la réactivité, est le plus souvent de l'ordre de grandeur de 10^{-3} à 10^{-3}. Il est commode d'exprimer ε en écrivant « p. c. m. » (pour cent mille) au lieu de 10^{-5}. Par exemple une réactivité de 100 p. c. m. correspond à $k_{\text{eff}} = 1{,}001$.

Conduite générale des mesures. — On peut dans la pile, faire varier le niveau d'eau lourde, la position des plaques de réglage et la température. Un état de la pile sera donc caractérisé par le repère des plaques de réglage, le niveau d'eau lourde et la température.

M. Kowarski a suggéré et l'expérience a confirmé que, dans le domaine usuel des trois variables, la dépendance peut être considérée comme approximativement linéaire, de sorte qu'on puisse écrire

$$\Delta\varepsilon = C_1 \Delta P + C_2 \Delta N + C^3 \Delta\theta, \qquad (1)$$

P, N et θ dénotant, respectivement, la position des plaques de réglage, le niveau d'eau et la température, et C_1, C_2, C_3 étant des constantes empiriques.

C'est la détermination expérimentale de ces fonctions et des constantes utilisables en pratique que nous avons effectuée. Nous décrirons successivement les mesures faites et les résultats obtenus :

1° lorsqu'on fait varier la position des plaques de réglage;

(¹) Pour l'établissement des équations de la pile, *voir* par exemple : *a*. The Science and Engineering of Nuclear Power, t. 2, chap. 8 (Harry Soodak. Pile Kinetics); *b*. NORDHEIM L. W. — Rapport américain déclassé, MDDC 35.

(²) Dans le cas de la pile à eau lourde, on est amené à considérer, non seulement les neutrons latents provenant des fragments de fission, mais aussi ceux qui proviennent de la photodissociation du deutérium.

2° lorsqu'on fait varier le niveau d'eau lourde;
3° lorsqu'on fait varier la température.

L'étude de l'effet de la position des plaques de réglage sur la réactivité a été faite pour différents niveaux d'eau et l'ensemble des mesures permet la déduction de l'effet de position de plaque de réglage ou de variation du niveau d'eau sur la réactivité.

L'étude de l'effet de température sur la réactivité a été faite, soit au cours d'essais de longue durée pendant lesquels la température croissait lentement, soit par une étude des courbes de montée en puissance pour diverses températures de la pile.

Description d'une mesure type. — 1° *Relevé expérimental.* — Pour l'étude d'une montée en puissance :

a. on se fixe un niveau d'eau lourde H mm;

b. on recherche pour quelle position de plaque de réglage est obtenue la stabilisation, soit C cette position;

c. on enfonce alors les barres de sécurité (arrêt de la pile);

d. on relève les plaques de réglage dans une position déterminée inférieure à C, soit $C - h$ (pour que la réactivité de la pile soit positive);

e. on remonte les barres de sécurité (origine des temps) et l'on note dès ce moment les déviations du galvanomètre mesurant le courant d'ionisation de la chambre de mesure, en fonction du temps;

f. on note l'instant où les barres de sécurité arrivent en haut de leur course. Cet instant détermine le début de la portion de courbe utilisable. (A partir de ce moment, la pile se trouve dans des conditions géométriques bien définies.)

2° *Tracé de la courbe de montée en puissance.* — Les indications notées sur la feuille de mesure sont reportées sur un graphique (*fig.* 1) (logarithme de la puissance en fonction du temps).

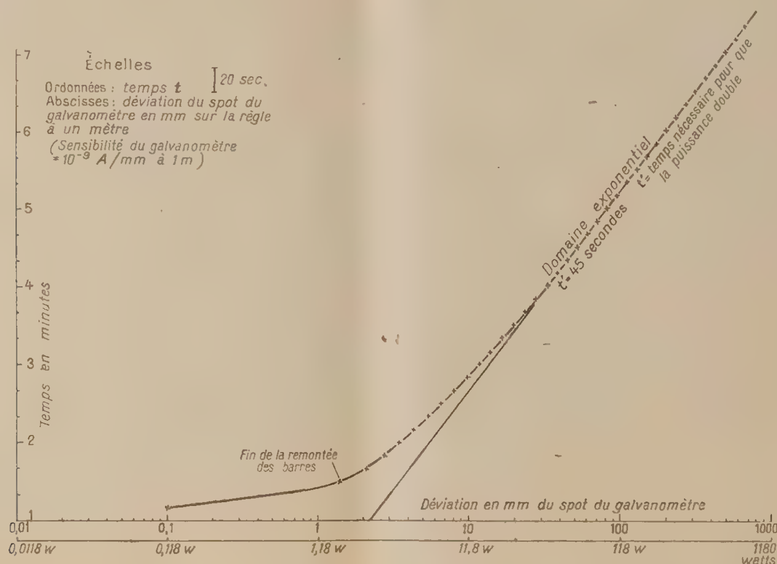


Fig. 1. — Exemple d'une expérience de montée en puissance. Niveau d'eau 1 887 mm. Plaques P_1 : 600; P_2 : 145.

On voit apparaître sur ce graphique un domaine linéaire auquel correspond une constante de temps, caractérisant la montée.

3° *Liaison de la constante de temps à la réactivité.* — Cette constante de temps, étant déterminée graphiquement aussi exactement que possible, permet le calcul de la réactivité d'après la formule de Nordheim adaptée à la pile de Châtillon ([3]). (La figure 2, qui traduit graphiquement cette formule, montre la variation de la réactivité en fonction de la constante de temps.)

([3]) L'établissement de cette formule fera l'objet d'une prochaine publication.

Résultats expérimentaux. — Deux séries d'expériences, A et B, ont été effectuées. Dans les deux séries nous désignerons par p_1 et p_2 la position des deux plaques de réglage P_1 et P_2. (La figure 3 indique le repérage des plaques en fonction de leur position dans la pile.)

Série A. — Mesures à très basses puissances, sans échauffement appréciable de la pile.

$$\varepsilon = f(p_1),$$

P_2 étant fixée à la division 1455 qui correspond au bas de sa course;

P_1 variant de 1455 à 0,

auquel fait suite le graphique.

$$\varepsilon = f(p_2),$$

P_1 étant fixée à 0;

P_2 émergeant autant que le permet la sécurité.

Chacune de ces séries de mesures a été effectuée pour différents niveaux d'eau lourde.

Série B. — Mesures faites entre 1 et 10 kW de puissance.

P_2 a été immobilisée à la division 600 (position moyenne);

P_1 varie de la position de stabilisation à la position limite permise par la sécurité.

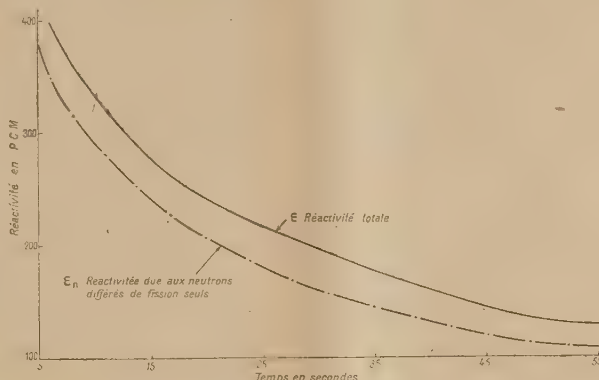


Fig. 2. — Variation de la réactivité en fonction de la constante de temps pour la pile de Châtillon.

Comme pour la série A, chacune des séries de

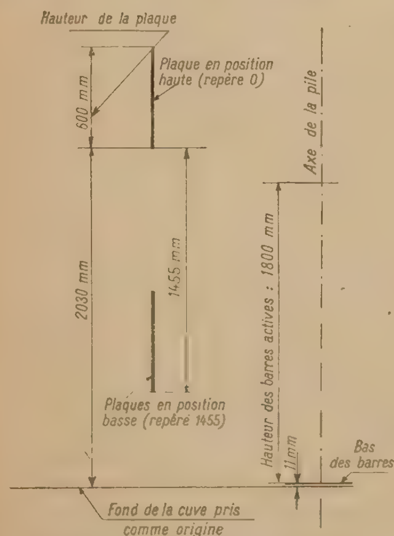


Fig. 3. — Repérage des plaques de réglage de la pile.

mesures a été effectuée pour différents niveaux d'eau lourde.

Remarque. — Le graphique traduisant les résultats de la 2ᵉ série de mesures suppose que toutes les expériences ont été effectuées à 39°. En fait, on mesure pour chaque expérience une valeur déterminée de la température et l'on corrige la réactivité pour la ramener à ce qu'elle aurait été à 39°. La précision des mesures n'est pas trop affectée par cette correction, car le coefficient de température est déterminé avec une assez bonne précision.

Examen des courbes obtenues. — Les courbes obtenues sont données figures 4 et 5.

1° On constate que les courbes sont sensiblement superposables lorsqu'une plaque s'enfonce, quelle que soit d'ailleurs la position de l'autre plaque dans la pile.

2° Il existe toujours un domaine de variations de plaque où la loi $\varepsilon = f(p)$ est linéaire et ce domaine s'étend approximativement de la position 800 à la position 1300, quelle que soit la position de la plaque fixe.

Comparaison des courbes expérimentales de variation de réactivité avec la courbe expérimentale de densité de neutrons le long de la cuve. — Les courbes de répartition de densité le long de la cuve et de variation de réactivité en fonction de la position de plaque montrent évidemment une certaine analogie.

On peut essayer de pousser plus loin la comparaison en admettant en première approximation que l'effet d'un absorbeur sur la réactivité est proportionnel au carré de la densité qui régnait dans la région occupée par l'absorbeur avant son introduction. On trace la courbe du carré de densité

position arbitraire de plaque (puisque les courbes de variation de réactivité en fonction de la position des plaques relatives à différents niveaux d'eau lourde sont superposables par translation le long de l'axe des réactivités).

On a séparé sur ce graphique les résultats obtenus lors des mesures à basse puissance, de ceux obtenus à haute puissance. La 1re série de mesures correspond à des niveaux bas (pile relativement froide). La 2e série a des niveaux relativement hauts (pile chaude).

On constate que les points dans les deux séries d'expériences s'alignent, en 1re approximation, sur deux droites, les pentes de ces droites étant légèrement différentes.

Pour les faibles niveaux, on trouve 5,1 p. c. m.:mm d'eau lourde.

Pour les niveaux forts, on trouve 4,6 p. c. m. : mm d'eau lourde.

En pratique, on peut donc adopter dans le domaine exploré une variation de 5 p. c. m. : mm d'eau lourde.

Nous écrirons donc

$$\Delta\varepsilon = 5\,\Delta N, \tag{3}$$

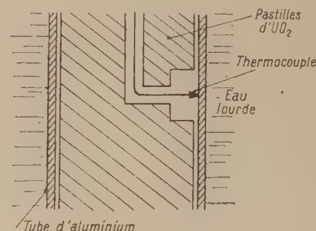
$\Delta\varepsilon$ en p. c. m. correspondant à une variation de niveau d'eau lourde de ΔN mm.

Détermination de la variation de réactivité en fonction de la variation de température. — L'expérience montre que, toutes choses égales par ailleurs, la réactivité de la pile décroît lorsque la température croît. Les expériences ont été faites dans le but de mesurer ces variations de réactivité en fonction de la température relevée en deux points déterminés qui serviront de repères pour caractériser la température de la pile.

Il faut bien remarquer qu'il est bien difficile de parler de la température de la pile; la variation de la densité de fission en différents points, le phénomène complexe de convection naturelle de l'eau dans la cuve autour des barres, le refroidissement par convection, rayonnement, conductibilité, semblent rendre très aléatoire la possibilité de caractériser la pile par une ou même deux températures prises en des points fixes. Cependant, dans les limites qui seront précisées, la liaison entre les températures mesurées et la réactivité de la pile conduit à la détermination d'un coefficient de réactivité pour une variation mesurée de 1°.

D'ailleurs, des mesures faites le long de la paroi de la cuve montrent que la température de l'eau le long de cette paroi ne diffère pas sensiblement de la température au centre de la pile.

Mesure de la température de la pile. — L'appareillage se compose de deux thermo-couples T_1 et T_2 disposés au centre de la pile. La sonde T_2 plonge de 65 cm dans l'eau lourde lorsque le niveau est de 1900 mm et mesure la température dans l'eau lourde à égale distance entre deux barres actives. La sonde T_1 traverse la barre d'UO_2 dans un tube axial et aboutit à la paroi interne de la gaine d'aluminium à l'intérieur d'une cavité creusée dans l'UO_2 (*fig.* ci-dessous, courbe 2). Elle mesure



finalement la température de l'eau lourde au contact de l'aluminium à une profondeur de 1000 mm. En fin de compte, les températures θ_1 et θ_2 donnent la valeur de la température sur la périphérie de la barre active et sur celle de la cellule, mais à deux niveaux différents. Entre deux barres actives, la variation de la température dans l'eau lourde serait une loi sans doute compliquée, mais avec un minimum placé sensiblement à égale distance entre les deux barres, c'est-à-dire à l'endroit où se trouve située la sonde.

Elle présente un maximum au contact des barres puisque c'est dans les barres actives qu'a lieu le dégagement d'énergie. Les différences de températures entre surface de barre active d'une part, et eau lourde entre les deux barres actives d'autre part, sont généralement assez faibles. De plus, nous avons vu que les sondes thermométriques sont placées à des altitudes différentes dans la pile, et dans le voisinage de l'axe. Étant donné la complexité du phénomène, on a essayé de caractériser la température de la pile par

$$\theta = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$$

sans trop chercher le détail. Ce choix se trouve justifié *a posteriori* parce que l'on peut alors mesurer un coefficient liant la réactivité à la température ainsi définie et indépendant des autres facteurs déjà étudiés (position de plaque de réglage et niveau d'eau).

Définition et mesure du coefficient thermique de réactivité. — Si la pile est stabilisée à une température θ_0, lorsqu'elle sera portée, toutes choses égales d'ailleurs, à une température θ, elle va croître ou décroître suivant que θ sera inférieure ou supérieure à θ_0. Nous poserons alors

$$\varepsilon_{\theta-\theta_0} = \alpha(\theta - \theta_0), \tag{4}$$

$\varepsilon_{\theta-\theta_0}$ étant la variation de réactivité correspondant au passage de la température θ_0 à la température θ.

Donc, en faisant l'hypothèse que la variation de réactivité est proportionnelle à la température, nous définirons α comme la variation de réactivité correspondant à une variation de température de 1°. Évidemment, si α varie avec θ on remplacera cette définition par :

$$\varepsilon_{\theta-\theta_0} = \int_{\theta_0}^{\theta} \alpha(\theta)\, d\theta.$$

En fait, les expériences ont montré que le coefficient varie légèrement avec la température dans le domaine exploré (20 à 45°).

Deux méthodes ont été utilisées pour mesurer le coefficient α.

Première méthode. — Si la température de la pile varie au cours du temps, on peut poser en général que la variation de réactivité dans le temps est la somme de la variation de réactivité due aux variations de température et de celle qui est imposée à la pile par l'opérateur (variation lente des plaques de réglage par exemple). On peut alors poser

$$\varepsilon = \varepsilon_{\theta-\theta_0} + \varepsilon_r, \qquad (5)$$

$\varepsilon_{\theta-\theta_0}$ désignant la variation de réactivité en fonction de la température au cours du temps [donc $\varepsilon_{\theta-\theta_0} = \alpha(\theta - \theta_0)$ d'après notre définition antérieure, formule (5)] et ε_r désignant la variation de réactivité due à la variation du réglage.

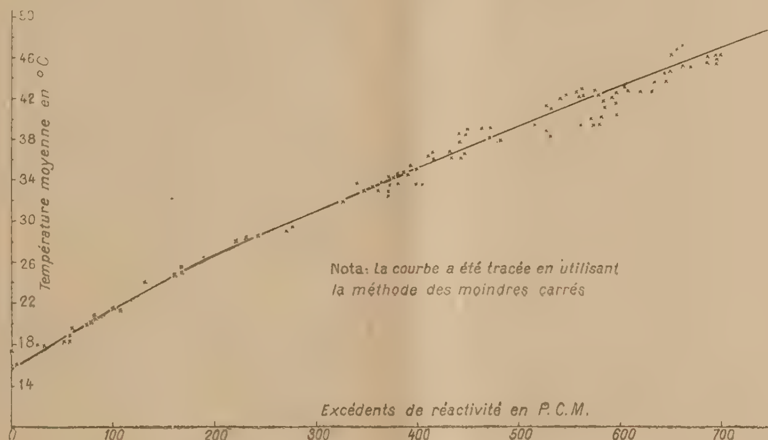


Fig. 7. — Détermination du coefficient de réactivité par stabilisation.

Si l'on s'arrange, au cours du temps pour que, la température de la pile croissant, on maintienne sa puissance constante par variation du réglage des plaques, on aura $\varepsilon = 0$, donc

$$\varepsilon_{\theta-\theta_0} + \varepsilon_r = 0 \qquad (6)$$

ou

$$\alpha = -\frac{\varepsilon_r}{\theta - \theta_0}. \qquad (7)$$

La méthode a pu être appliquée un grand nombre de fois et dans des conditions très diverses, d'abord pendant des essais de longue durée (3 à 4 j), puis au cours des nuits et des week-ends (la pile fonctionnant alors pour la fabrication d'éléments radioactifs).

Pendant chacune de ces marches de longue durée la puissance est maintenue constante par manœuvre des plaques de réglage. On constate qu'après une période transitoire, les températures θ_1 et θ_2 croissent parallèlement. On mesure alors $\theta = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$ au début de cette montée et à la fin, ce qui fournit $\theta - \theta_0$. On détermine ensuite la variation de position des plaques de réglage que l'on transforme en p. c. m. en utilisant les résultats précédents.

Ceci nous a permis le tracé de la courbe (*fig.* 7), sur laquelle on constate, que dans le domaine exploré la réactivité varie en moyenne de 18 p. c. m. par degré lorsque la température varie de 15° à 25°; de 23 p. c. m. par degré, lorsque la température varie de 25° à 35° et de 25 p. c. m. par degré lorsque la température varie de 35° à 45°.

Dans le domaine de température utilisé en pratique, on peut admettre 24 p. c. m. par degré et, comme pour le cas des variations de positions de plaques de réglage ou de niveau d'eau lourde nous écrirons

$$\Delta\varepsilon = 24\, \Delta\theta \qquad (8)$$

($\Delta\varepsilon$ en p. c. m., $\Delta\theta$ en degrés centigrades).

Deuxième méthode. — Au lieu de suivre la variation de réactivité au cours de la marche de la pile, on peut, pour une température et dans les conditions géométriques déterminées, étudier sa courbe de montée en puissance, d'où l'on déduit sa réactivité comme nous l'avons fait précédemment. Si les expériences sont assez courtes pour qu'au cours de la mesure la température ne varie pas d'une

façon appréciable, il suffira de les exécuter pour des températures différentes pour en déduire la variation de réactivité avec la température.

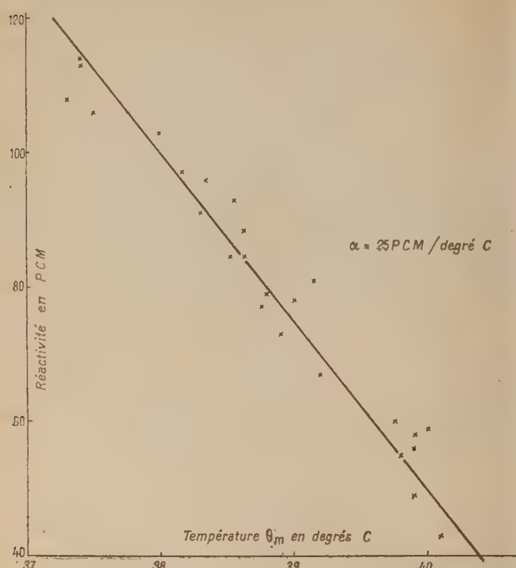


Fig. 8. — Détermination du coefficient thermique de réactivité : Expériences du 21 au 23 juin 1949. Niveau d'eau : 1898; Positions des plaques : 550-550.

Les variations de température d'une mesure à l'autre sont obtenues en faisant fonctionner la pile à grande puissance. La figure 8 montre le résultat obtenu; entre 37° et 41° on trouve $\simeq$ 25p.c.m. par degré.

Remarque. — Lorsqu'on suit la courbe de montée en puissance d'une pile, pour un niveau et une position de plaques de réglage fixés, on constate, après extinction du régime transitoire, une montée exponentielle pure qui est à la base de toutes nos mesures. Mais si la puissance monte trop et si la montée dure longtemps, à cette croissance exponentielle fait suite une montée plus lente.

On a même pu observer (*fig.* 9) en stoppant les ventilateurs de refroidissement un arrêt de la montée en puissance suivi d'une décroissance.

La connaissance du coefficient de réactivité correspondant à l'accroissement de température est indispensable lorsqu'on veut recaler des expériences faites à des températures différentes pour l'étude des facteurs géométriques. C'est ce qui a été fait au cours des expériences du 2e stade d'étude (fonctionnement à grande puissance) dans lequel il était presque impossible de faire une série d'essais suffisants, en attendant le refroidissement de la pile à une valeur fixée; comme nous l'avons vu, tous les essais ont été ramenés à 39°.

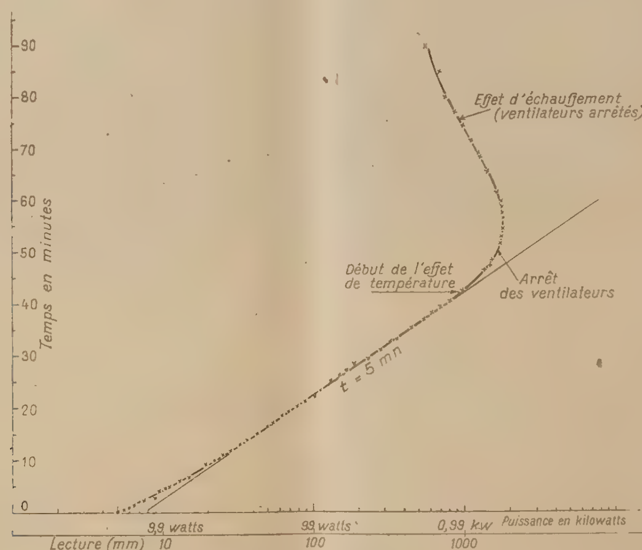


Fig. 9. — Courbe de montée en puissance. Expérience du 7 juin 1949.

Niveau : 1 866 mm; Plaques : 400-700; Ventilateurs en marche durant la montée, arrêtés pendant l'oscillation; température moyenne 41° C environ.

Ordonnées : 1 division = 5 mm.

Abscisses : log. lecture de la déviation en millimètres (trans-formé en puissance).

Conclusion. — Cette étude expérimentale de la cinétique de la pile de Châtillon nous a permis la détermination des coefficients C_1, C_2, C_3 de la formule (1).

Dans le domaine de variation linéaire, nous écrirons, pour la pile de Châtillon

$$\Delta\varepsilon = 0,58(\Delta p_1 + \Delta p_2) + 5\,\Delta N + 24\,\Delta\theta,$$

$\Delta\varepsilon$ exprimant en p. c. m. la variation de réactivité que subit la pile lorsque la plaque P_1 est déplacée de Δp_1 mm, la plaque P_2 de Δp_2 mm, le niveau d'eau lourde de ΔN mm et lorsque la température a varié de $\Delta\theta$ en degrés.

En dehors de cette formule pratique, les courbes tracées permettent des déterminations précises, si l'une ou plusieurs des variables sont dans un domaine non linéaire.

On constatera l'effet très important de la température sur la réactivité, qui est dû à la dilatation de l'eau lourde et à la présence de l'oxyde d'uranium.

Remerciements. — Nous tenons à remercier tout particulièrement M. Kowarski pour tous les conseils qu'il nous a donnés au cours de ce travail.

Manuscrit reçu le 1er mars 1951.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM.
PHYSIQUE APPLIQUÉE. TOME 12, OCTOBRE 1951, PAGE 25 A.

ÉTUDE DES LENTILLES FAIBLES ÉLECTROSTATIQUES : LA DEUXIÈME APPROXIMATION

Par F. BERTEIN.

Sommaire. — On reprend une étude des lentilles faibles électrostatiques [1] en adoptant une approximation d'ordre supérieur; on obtient une formule fournissant ici encore la déviation δ qui caractérise la réfraction imprimée aux rayons par la lentille. Cette formule s'applique tout particulièrement aux lentilles à deux dimensions ou à symétrie axiale, aux fentes et aux ouvertures circulaires, par exemple, dont elle permet de calculer les aberrations d'ouverture pour les faisceaux larges.

L'étude des lentilles faibles exposée dans un précédent article [1] a conduit à des résultats simples, mais toutefois trop sommaires dans certains cas particuliers importants. Citons, par exemple, celui d'une lentille à deux dimensions (ou de révolution) disposée entre deux régions de champ nul; l'étude indique alors une convergence nulle, ce qui témoigne bien d'une approximation insuffisante.

Nous nous proposons de procéder ici à un calcul plus approfondi; il y aura lieu à cet effet d'écrire les équations exactes des trajectoires électroniques et de les soumettre à un procédé de résolution par approximations successives, approprié aux ordres de grandeur mis en jeu.

Nous traiterons tout d'abord les équations dans le cas général dénué de symétrie; les résultats seront ensuite appliqués aux deux catégories : lentilles à deux dimensions, et lentilles de révolution.

Notations. — On reprendra en les complétant les notations précédemment adoptées. La *loi de potentiel $v(z)$ en l'absence de la lentille* est supposée formée par deux champs uniformes E_1 et E_2 régnant respectivement à gauche et à droite du plan $z = 0$; on pose

$$E = E_2 - E_1.$$

La fonction $v(z)$ elle-même peut présenter une discontinuité à la traversée de ce plan : on notera $(v_0 - u)$, $(v_0 + u)$ les valeurs de part et d'autre; en d'autres termes

$$v(z) = \begin{cases} v_0 - u - E_1 z & \text{pour } z < 0, \\ v_0 + u - E_2 z & \text{pour } z > 0. \end{cases} \qquad (1)$$

On simplifiera l'écriture en prenant $v_0 = 1$. Des considérations d'homogénéité permettraient à tout instant de rétablir la grandeur v_0.

Le potentiel supplémentaire $\varphi(x, y, z)$ *dû à la lentille L* offre les discontinuités opposées à celles de $v(z)$, puisque la loi totale $(v + \varphi)$ est régulière.

Nous aurons à considérer les racines carrées des fonctions précédentes et nous noterons, du moins dans les calculs du début

$$\sqrt{v + \varphi} = \sqrt{v} + \varpi. \qquad (2)$$

d'où l'expression suivante de ϖ dans le cas où l'on peut en faire le développement

$$\varpi = \frac{\varphi}{2\sqrt{v}} - \frac{\varphi^2}{8 v^{\frac{3}{2}}} + \ldots. \qquad (2')$$

Il sera, d'autre part, commode de considérer la fonction régulière

$$w = (v + \varphi) - (v_0 - u - E_1 z). \qquad (3)$$

C'est le potentiel total dont on a retiré la loi uniforme régnant au loin à gauche, de sorte que $\varpi = 0$ pour $z < 0$.

On envisagera enfin l'intégrale de φ par rapport à z (x et y sont fixes lors de l'intégration)

$$\Phi(x, y, z) = \int_{-\infty}^{z} \varphi \, \mathrm{d}z. \tag{4}$$

C'est une fonction continue.

Les diverses expressions φ, Φ, ... seront à envisager tout particulièrement pour $z = 0$ et $+\infty$; ce sont alors des fonctions de x et y seulement, notées simplement à l'aide des indices 0 et ∞

$$\varphi(x, y, 0) = \varphi_0,$$
$$\Phi(x, y, \infty) = \Phi_\infty;$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

(Φ_∞ est la fonction notée Φ dans la première étude).

Les équations du mouvement : leur développement. — A l'aide du principe de moindre action, les équations du mouvement des *électrons* dans le champ de potentiel ($v + \varphi$) peuvent être mises sous la forme du système suivant régissant les deux fonctions $x(z)$ et $y(z)$, des trajectoires T [2] (on pose $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z} = x'$, $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}z} = y'$)

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\,\frac{(\sqrt{v} + \varpi)x'}{\sqrt{1 + x'^2 + y'^2}} &= \sqrt{1 + x'^2 + y'^2}\,\frac{\partial(\sqrt{v} + \varpi)}{\partial x}, \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\,\frac{(\sqrt{v} + \varpi)y'}{\sqrt{1 + x'^2 + y'^2}} &= \sqrt{1 + x'^2 + y'^2}\,\frac{\partial(\sqrt{v} + \varpi)}{\partial y}. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Nous n'envisagerons que le traitement de la première équation, la deuxième donnant des calculs tout à fait parallèles. (5) peut s'écrire

$$\frac{(\sqrt{v} + \varpi)x'}{\sqrt{1 + x'^2 + y'^2}} = K + \int_{-\infty}^{z} \sqrt{1 + x'^2 + y'^2}\,\frac{\partial(\sqrt{v} + \varpi)}{\partial x}\,\mathrm{d}z; \tag{6}$$

K = constan e d'intégration,

intégrale prise le long de la trajectoire elle-même, autrement dit les fonctions x, y, x', y' y figurant sont les fonctions de z inconnues *a priori* : $x(z)$, $y(z)$,....

Telle est l'équation à résoudre par approximations successives.

A cet effet, il importe de préciser les quantités devant jouer le rôle d'infiniment petits. Dans l'étude, bien connue, des lentilles de révolution en optique électronique [2], l'on sait par exemple que les éléments infiniment petits sont essentiellement les distances x, y à l'axe Oz. La situation est ici différente, envisager des lentilles faibles c'est essentiellement supposer faibles par rapport à v, les quantités telles que φ, u, E_1, E_2.

Nous considérons, en conséquence, ces éléments comme étant *des infiniment petits du premier ordre*, de même en ce qui concerne leurs dérivées (ces dernières appellent une remarque que l'on verra un peu plus loin).

Revenons alors au calcul d'une trajectoire T : *a priori*, T est déterminée par quatre paramètres; il est commode d'adopter les suivants qui correspondent à des données relatives à la trajectoire T_1 asymptote à gauche :

($\bar{x}$, $\bar{y}$) : intersection de T_1 avec le plan $z = 0$;
(α, β) : composantes de la pente de T_1 en ce point.

Dans ces conditions, nous chercherons à déterminer les deux fonctions $x(z)$, $y(z)$ en les mettant sous la forme

$$\left.\begin{aligned} x(z) &= \bar{x} + x_1(z) + x_2(z) + \ldots, \\ y(z) &= \bar{y} + y_1(z) + y_2(z) + \ldots, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

les fonctions $x_1(z)$, $x_2(z)$, ... et leurs dérivées étant des infiniment petits d'ordres croissants indiqués par les indices correspondants. La suite justifiera cette décomposition. En conséquence, étant donnée une fonction $g(x, y, z)$, sa valeur le long de la trajectoire T peut s'obtenir à l'aide du développement, sous réserve de convergence

$$g(x, y, z) = \bar{g} + \overline{\frac{\partial g}{\partial x}}(x_1 + x_2 + \ldots) + \overline{\frac{\partial g}{\partial y}}(y_1 + y_2 + \ldots) + \ldots$$

en convenant de désigner par $\bar{g}$, $\overline{\frac{\partial g}{\partial x}}$, ... les fonctions g, $\frac{\partial g}{\partial x}$ quand on y donne à x, y, ... les valeurs $\bar{x}$, $\bar{y}$.

Dans ces conditions, l'équation (6) peut se développer suivant les puissances infinitésimales croissantes; on se limitera au *deuxième ordre infinitésimal*; en conséquence

$$\begin{aligned} &\sqrt{\bar{v}}\,x_1' + \bar{\varpi}\,x_1' + \sqrt{\bar{v}}\,x_2' \\ &\quad = K + \int_{-\infty}^{z} \overline{\frac{\partial \varpi}{\partial x}}\,\mathrm{d}z + \int_{-\infty}^{z} x_1 \overline{\frac{\partial^2 \varpi}{\partial x^2}}\,\mathrm{d}z \\ &\quad\quad + \int_{-\infty}^{z} y_1 \overline{\frac{\partial^2 \varpi}{\partial x\,\partial y}}\,\mathrm{d}z. \end{aligned} \tag{8}$$

Les intégrales sont prises maintenant pour les valeurs ($\bar{x}$, $\bar{y}$) de l'intersection de l'asymptote T_1 avec le plan $z = 0$; il en sera de même dans toute la suite et nous prendrons dorénavant des notations non surlignées pour alléger l'écriture; il n'en résulte pas d'ambiguïté.

La justification du développement (8) appelle une remarque. Nous considérons les fonctions telles que $\frac{\partial \varpi}{\partial x}$, ..., c'est-à-dire $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$, ..., comme étant des infiniment petits du premier ordre, alors qu'elles peuvent en fait devenir infinies sur l'électrode : les ouvertures pratiquées dans des plaques infini-

ment minces présentent ce genre de singularités. Mais nous avons vu dans les cas simples de symétrie [1] que ces singularités n'apparaissaient pas sur $\frac{\partial \Phi_x}{\partial x}$, ..., c'est-à-dire sur les intégrales en z. On peut ainsi penser, sans démonstration rigoureuse, que très généralement les irrégularités des fonctions disparaissent dans les intégrales et que *les développements tels que* (8) *seront valables de la sorte dans toute l'ouverture de* L.

Exprimons ϖ en fonction de φ d'après (2'); l'on a en particulier (au 2e ordre) :

$$\int_{-\infty}^{z} \varpi \, dz = \frac{1}{2}\Phi + \frac{u}{4}(2\Phi_0 - \Phi) + \frac{1}{4}\left[E_1 \int_{-\infty}^{0} z\varphi \, dz + E_2 \int_{0}^{z} z\varphi \, dz\right] - \frac{1}{8}\int_{-\infty}^{z} \varphi^2 \, dz$$

et (8) s'écrit

$$\sqrt{v}\,x'_1 + \frac{\varphi}{2\sqrt{v}}\,x'_1 + \sqrt{v}\,x'_2$$
$$= K + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{2}\Phi + \frac{u}{4}(2\Phi_0 - \Phi) + \frac{1}{4}\left(E_1 \int_{-\infty}^{0} z\varphi \, dz + E_2 \int_{0}^{z} z\varphi \, dz\right) - \frac{1}{8}\int_{-\infty}^{z} \varphi^2 \, dz\right]$$
$$+ \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{z} x_1 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} dz + \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{z} y_1 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \, \partial y} dz.$$

Notons, à propos de ces calculs, une remarque concernant la fonction v qui apparaît par $v^{-\frac{1}{2}}$: on peut appliquer à une telle expression un développement infinitésimal à partir de (1) tant qu'on reste dans la zone d'action de L; tel est le cas pour les termes sous les signes $\int$ du deuxième membre car les éléments correspondants restent localisés dans cette zone d'action.

Résolution de l'équation (9). — On calcule d'abord $x_1(z)$ en annulant les termes du premier degré

$$\sqrt{v}\,x'_1 = K + \frac{1}{2}\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \tag{10}$$

d'où l'on passe par intégration à la fonction $x_1(z)$

$$x_1(z) = K' + \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{v}}\left(K + \frac{1}{2}\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) dz. \tag{11}$$

Déterminons les constantes K et K' en fonction des paramètres définissant la trajectoire T; d'après (11) l'asymptote T_1 doit avoir l'équation

$$x = \bar{x} + K + \int_0^z \frac{K}{\sqrt{v}} dz.$$

ce qui s'écrit

$$x = \bar{x} + \alpha \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{v}} \tag{12}$$

en vertu des valeurs de son intersection et de sa pente en $z = 0$; on en déduit les valeurs de K et K' et (11) devient ainsi, en y joignant l'équation pour y_1

$$\left.\begin{aligned} x_1(z) &= \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{v}}\frac{\partial \Phi}{\partial x} dz + \alpha \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{v}}, \\ y_1(z) &= \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{v}}\frac{\partial \Phi}{\partial y} dz + \beta \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{v}}. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Si l'on remplace $x_1(z)$ par sa valeur (13) dans les termes du deuxième ordre de l'équation (9), cette équation nous fournit alors l'expression de $[x_1(z) + x_2(z)]$, c'est-à-dire la deuxième approximation. L'on obtient ainsi, moyennant des intégrations par parties et en introduisant la fonction w pour simplifier les expressions

$$\sqrt{v}(x'_1 + x'_2) = \alpha + g(z),$$

où

$$g(z) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\varphi}{2v} + \frac{u}{2}\right)\frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\varphi}{2v}\alpha + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{E_1}{2} + \alpha\frac{\partial}{\partial x} + \beta\frac{\partial}{\partial y}\right)\int_{-\infty}^{z} z\varphi \, dz - \frac{1}{8}\int_{-\infty}^{z} w^2 \, dz\right]$$
$$+ \frac{1}{4}\left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}\int_{-\infty}^{z}\frac{\partial \Phi}{\partial x} dz - \int_{-\infty}^{z}\frac{\partial \Phi}{\partial x}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} dz + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}\int_{-\infty}^{z}\frac{\partial \Phi}{\partial y} dz - \int_{-\infty}^{z}\frac{\partial \Phi}{\partial y}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} dz\right], \tag{14}$$

d'où par intégration

$$x_1 + x_2 = \alpha \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{v}} + \int_{-\infty}^{z} \frac{g \, dz}{\sqrt{v}}, \tag{15}$$

(Les limites inférieures d'intégration résultent de l'expression (12) de l'asymptote T_1.)

Passage de T_1 à T_2 : $\vec{d}$ et $\vec{\delta}$. — Nous pouvons alors, à l'aide des données précédentes définir, à l'approximation du deuxième ordre, les propriétés de la lentille, à savoir le passage de l'asymptote T_1 à l'asymptote T_2. *A priori* T_2 doit avoir une équation de la forme

$$x = \bar{x} + (\alpha + \delta_x)\int_0^z \frac{dz}{\sqrt{v}} + d_x. \tag{16}$$

Les quantités (δ_x, δ_y) et (d_x, d_y) constituent des vecteurs $\vec{\delta}$, $\vec{d}$, définissant le passage de T_1 à T_2 dans le plan $z = 0$; $\vec{\delta}$ représente un changement de direction, $\vec{d}$ une distance (*fig.* 1).

Or (15) peut être mis sous la forme

$$x_1 + x_2 = (\alpha + g_\infty)\int_0^z \frac{\mathrm{d}z}{\sqrt{v}} + \int_{-\infty}^0 \frac{g\,\mathrm{d}z}{\sqrt{v}}$$
$$-\int_0^{+\infty} \frac{g - g_\infty}{\sqrt{v}}\,\mathrm{d}z + \int_{+\infty}^z \frac{g - g_\infty}{\sqrt{v}}\,\mathrm{d}z,$$

il en résulte immédiatement

$$\left.\begin{aligned} &\delta_x = g_\infty, \\ &d_x = \int_{-\infty}^0 \frac{g\,\mathrm{d}z}{\sqrt{v}} + \int_0^{+\infty} \frac{g - g_\infty}{\sqrt{v}}\,\mathrm{d}z. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Notons que la grandeur $\vec{\delta}$ *est* a priori *plus importante que* $\vec{d}$: L'effet optique dû au changement de pente $\vec{\delta}$ augmente, tandis que celui dû à $\vec{d}$ reste

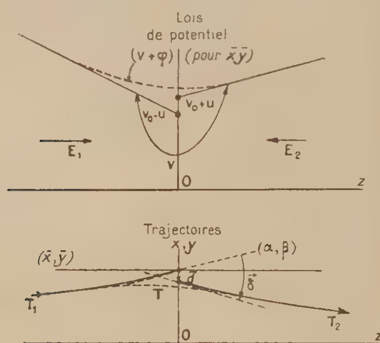


Fig. 1.

constant quand on s'éloigne de L; on peut donc s'attendre à ce que seule l'existence de $\vec{\delta}$ intervienne pratiquement, sauf au voisinage immédiat de L.

Donnons l'expression de δ_x d'après (17)

$$\begin{aligned} \delta_x = \frac{\partial}{\partial x}\Bigg[&\frac{1}{2}\left(1 + \frac{u}{2}\right)\Phi_\infty \\ &+ \frac{1}{2}\left(\frac{E_1}{2} + x\frac{\partial}{\partial x} + y\frac{\partial}{\partial y}\right)\int_{-\infty}^{+\infty} z\varphi\,\mathrm{d}z \\ &- \frac{1}{8}\int_{-\infty}^{+\infty} w^2\,\mathrm{d}z\Bigg] \\ - \frac{1}{4}\Bigg[&\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial\Phi}{\partial x}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\Phi_\infty}{\partial x^2}\right)\mathrm{d}z \\ &+ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial\Phi}{\partial y}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\,\partial y} - \frac{\partial^2\Phi_\infty}{\partial x\,\partial y}\right)\mathrm{d}z\Bigg]. \end{aligned} \tag{18}$$

Limitée à l'approximation du 1er ordre, cette relation se réduirait à

$$\delta_x = \frac{1}{2}\frac{\partial\Phi_\infty}{\partial x}$$

ce qui est bien l'expression obtenue antérieurement (relation (5) dans [1]).

Lentilles à deux dimensions. — Nous appliquerons aux lentilles à deux dimensions (z, x). Posons

$$\psi = \frac{\partial\Phi}{\partial x}. \tag{19}$$

On vérifie facilement les relations

$$\frac{\partial\psi}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x}, \qquad \frac{\partial\psi}{\partial x} = -\frac{\partial w}{\partial z}, \tag{19'}$$

ψ est la fonction conjuguée de la fonction w [3].

L'étude antérieure a montré que

$$\frac{\partial\Phi_\infty}{\partial x} = \psi_\infty = E(x - h). \tag{20}$$

D'autre part, on peut écrire comme suit :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\int_{-\infty}^{+\infty} z\varphi\,\mathrm{d}z = \int_{-\infty}^{+\infty} z\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\,\mathrm{d}z$$
$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial\varphi}{\partial z}\,\mathrm{d}z = \varphi(-0) - \varphi(+0) = 2u,$$

d'où

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_{-\infty}^{+\infty} z\varphi\,\mathrm{d}z = 2ux + h' \tag{21}$$

et par suite (18) devient en rétablissant v_0

$$\begin{aligned} \delta_x = \left(E + u\frac{E_1 + E_2}{2}\right)\frac{x}{2v_0} - \left(1 + \frac{3u}{2}\right)\frac{Eh}{2v_0} \\ + \frac{2E_1 - E_2 h'}{4v_0} + \frac{\alpha u}{v_0} - \frac{1}{2v_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty} w\,\mathrm{d}\psi. \end{aligned} \tag{22}$$

La quantité δ_y n'a ici guère d'intérêt; son obtention n'offre pas de difficultés.

On voit que la loi de potentiel φ de la lentille elle-même intervient

— par les constantes h, h' calculables à partir des intégrales (20) et (21);

— par l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} w\,\mathrm{d}\psi$.

Le terme renfermant cette intégrale, soit

$$-\frac{1}{2v_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty} w\,\mathrm{d}\psi$$

présente une importance particulière : si l'on a affaire à des trajectoires T provenant d'une ligne objet $(x,\ z = \text{const.})$, *c'est le seul terme de* δ_x *qui soit non linéaire* en x; c'est donc de lui que découlent les *aberrations optiques*.

La formule (22) présente des cas particuliers importants; dans le cas d'un potentiel φ, symétrique par rapport au plan $x = 0$:

$$\delta_x = \left(E + u\frac{E_1 + E_2}{2}\right)\frac{x}{2v_0} + \frac{\alpha u}{v_0} - \frac{1}{2v_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty} w\,\mathrm{d}\psi. \tag{22'}$$

Dans le cas de lentilles disposées dans un champ nul ($E_1 = E_2 = u = 0$), $w = \varphi$ et

$$\delta_x = -\frac{1}{2v_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi\,d\psi. \tag{23}$$

Développement de δ_x en fonction de x. — On vérifie par substitution dans l'équation de Laplace que le potentiel à deux dimensions présente un développement de la forme

$$w = q(z) - \frac{1}{2}q''(z)x^2 + \frac{1}{24}q^{(4)}(z)x^4 + \ldots, \tag{24}$$

d'où

$$\psi = -q'(z)x + \frac{1}{6}q^{(3)}(z)x^3 + \ldots$$

$q(z)$ est une fonction arbitraire *a priori*, caractéristique de la lentille. L'expression $w\,d\psi$ fait ainsi intervenir des termes en z tels que $qq''\,dz$, $qq^{(4)}\,dz$, $q''q^{(4)}\,dz$, ... qui se ramènent à $q'^2\,dz$, $q''^2\,dz$, ..., par intégration par parties et l'on obtient ainsi

$$\frac{1}{2v_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty} w\,d\psi = D_1x + D_3x^3 + D_5x^5 + \ldots. \tag{25}$$

Le premier terme D_1x est à adjoindre au premier terme de (22′); il fournit en vertu de sa linéarité en x une contribution du deuxième ordre aux propriétés de convergence de Gauss. Il présente de l'intérêt dans le cas des lentilles de v constant, puisqu'il fournit alors le seul terme de convergence d'après (23); sa valeur est alors

$$D_1 = -\frac{1}{f} = -\frac{1}{2v_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty} q'^2\,dz \tag{26}$$

(f = distance focale de L).

Les autres termes

$$D_3x^3 + D_5x^5 + \ldots$$

fournissent les *aberrations des divers degrés en x*; on a

$$D_3 = -\frac{1}{3v_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty} q''^2\,dz,$$
$$D_{2n-1} = -\frac{\alpha_n}{v_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty} q^{(n)2}\,dz, \tag{27}$$

(..., α_n, ..., nombres positifs aisément calculables).

On voit que ces coefficients sont tous négatifs : *les aberrations des divers degrés en x sont toutes du même signe*, la convergence pour les rayons marginaux est supérieure à celle des rayons voisins de l'axe; l'on ne peut espérer aucune compensation moyenne entre les divers degrés lorsqu'on s'éloigne de l'axe.

Calcul de l'écart d_x. — Le calcul de d_x est *a priori* plus difficile que celui de δ_x puisqu'il exige une intégration supplémentaire, conformément aux expressions (17). La difficulté est toutefois moins sérieuse qu'il n'y paraît en raison des simplifications accompagnant un champ à deux dimensions.

Nous nous bornerons à le montrer ici en supposant une fonction φ *présentant deux plans de symétrie* : $x = 0$ et $z = 0$. Un tel cas est réalisé si les électrodes et les tensions correspondantes présentent ces mêmes symétries; il est réalisé également lorsque L est une fente percée dans une plaque infiniment mince $z = 0$, si les deux demi-plaques sont à la même tension, et quels que soient les champs E_1, E_2.

Le nombre des termes dont se compose la fonction $g(z)$ d'après (14) rend le calcul un peu long; nous montrerons ici le calcul correspondant au terme

$$\frac{1}{4}\left[\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\int_{-\infty}^{z}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\,dz - \int_{-\infty}^{z}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\,dz\right]. \tag{28}$$

ce terme devient d'après (19)

$$\frac{1}{4}\left[\frac{\partial\psi}{\partial x}\int_{-\infty}^{z}\psi\,dz - \int_{-\infty}^{z}\psi\frac{\partial\psi}{\partial x}\,dz\right]$$
$$= \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{z}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial z}\left(\int_{-\infty}^{z}\psi\,dz\right)dz. \tag{28′}$$

On peut écrire

$$\int_{-\infty}^{z}\psi\,dz = \int_{-\infty}^{0}\psi\,dz + \int_{0}^{z}\psi_0\,dz + \int_{0}^{z}(\psi - \psi_0)\,dz.$$

Les fonctions $\frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial z}$ et $\int_0^z(\psi - \psi_0)\,dz$ sont paires en z en vertu des symétries admises par hypothèse; leur combinaison donne une contribution nulle dans d_x en vertu de la structure (17) de cette expression. On peut ainsi substituer à (28′) l'expression

$$\frac{1}{4}\int_{-\infty}^{z}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial z}\left(\int_{-\infty}^{0}\psi\,dx + \int_{0}^{z}\psi_0\,dz\right)dz$$
$$= \frac{1}{4}\frac{\partial\psi}{\partial x}\int_{-\infty}^{0}\psi\,dz + \frac{1}{4}\psi_0\int_{-\infty}^{z} z\frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial z}\,dz.$$

Transformons $\frac{\partial\psi}{\partial x}$ par (19′) et l'intégrale du dernier terme comme suit :

$$\int_{-\infty}^{z} z\frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial z}\,dz = \int_{-\infty}^{z} z\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\,dz$$
$$= -\int_{-\infty}^{z} z\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\,dz = -z\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \varphi.$$

La contribution de l'expression (28) dans d_x apparaît alors comme étant la suivante :

$$\frac{1}{4}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[-\frac{\partial\varphi}{\partial z}\int_{-\infty}^{0}\psi\,dz + \psi_0\left(\varphi - z\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)\right]dz$$
$$= \frac{\psi_0}{4}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\varphi - z\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)dz = \frac{\psi_0}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi\,dz = \frac{\psi_0\Phi_\infty}{4},$$

Les propriétés de Φ_x donnent

$$\Phi_x = A + \frac{Ex^2}{2}, \qquad \psi_x = Ex,$$

en posant

$$A = \Phi_x(x = 0),$$

d'où l'expression définitive

$$\frac{E}{4}\left(Ax + \frac{Ex^3}{2}\right).$$

Nous obtenons ainsi

$$d_x = \frac{1}{8}\left[(3E_1 + 5E_2)Ax + \frac{E_1 + 7E_2}{6}Ex^3\right] + \frac{\alpha}{2}\left(A + \frac{Ex^2}{2}\right). \tag{29}$$

Cette expression présente, de même que δ_x, des termes non linéaires en x qui conduiront à des aberrations optiques; rappelons toutefois que son importance sera souvent secondaire.

Application à une fente pratiquée dans une plaque infiniment mince $z = 0$ (fig. 2). — On sait [3] qu'il

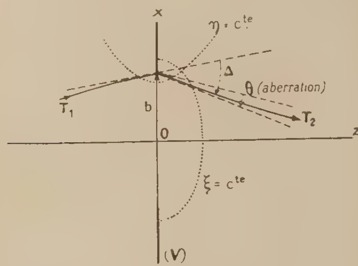


Fig. 2.

est commode d'utiliser les coordonnées elliptiques ξ, η, définies par

$$\left.\begin{aligned} z &= b\,\mathrm{sh}\,\xi \sin\eta, \\ x &= b\,\mathrm{ch}\,\xi \cos\eta. \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

La loi du potentiel total est alors

$$\left.\begin{aligned} &v + \varphi = -\frac{b}{2}(E_1 + E_2)\,\mathrm{sh}\,\xi \sin\eta - \frac{b}{2}E\,\mathrm{ch}\,\xi \sin\eta + V \\ &\qquad (V = \text{tension de l'électrode}), \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

d'où l'on tire aisément les diverses fonctions susceptibles d'intervenir, en particulier

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= -\frac{b}{2}E\,e^{-|\xi|}\sin\eta, \\ w &= -\frac{b}{2}E\,e^{\xi}\sin\eta, \\ \psi &= \frac{b}{2}E\,e^{\xi}\cos\eta. \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

On voit que la fonction φ est symétrique en x et z, d'où $u = 0$; l'expression de la fonction conjuguée ψ s'obtient commodément, non pas à l'aide des relations (19'), mais à partir du fait qu'il s'agit d'une loi de potentiel particulière dont les équipotentielles sont normales à L.

L'application des relations telles que (25) met ici en jeu des calculs simples sur lesquelles il n'y a pas lieu de s'arrêter. Notons la valeur de la tension v_0 en fonction de V et E d'après (31)

$$v_0 = V - \frac{b}{2}E \tag{33}$$

qu'on peut réduire à $v_0 = V$ dans les termes du 2e ordre.

Il est commode de poser comme paramètre

$$\Delta = \frac{Eb}{2V}, \tag{34}$$

c'est là, au 1er ordre, la valeur de la déviation δ_b du rayon extrême ($x = b$).

L'application de (22'), (25) donne

$$\begin{aligned} \delta_x &= \left[(1+\Delta)\frac{E}{2V} + D_1\right]x + D_3x^3 + \ldots \\ &= \left[\frac{(1+\Delta)\Delta}{b} + D_1\right]x + D_3x^3 + \ldots, \end{aligned}$$

les coefficients D_1, D_3 ayant après calcul de l'intégrale $-\frac{1}{2v_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty} w\,d\psi$ les valeurs suivantes :

$$\left.\begin{aligned} D_1 &= \frac{\pi}{2b}\Delta^2, \\ D_3 &= -\frac{\pi}{16b^3}\Delta^2. \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

Considérons le *rayon extrême*; il présente une aberration angulaire totale

$$\theta\,(= D_3b^3 + \ldots) = -\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)\Delta^2 \# -\frac{\Delta^2}{2} \tag{36}$$

l'aberration du 3e degré en x donne, d'après (35), et pour ce même rayon la contribution

$$\theta_3 = -\frac{\pi}{16}\Delta^2 \# -\frac{\Delta^2}{5}. \tag{37}$$

On pourra alors, en tenant compte des trajectoires paraboliques de part et d'autre, calculer la largeur de la tache d'aberration, grandeur qu'il y a lieu de considérer par exemple dans l'étude des sources d'ions [4].

Prenons maintenant une fente de même largeur $2b$ et de même distance focale, c'est-à-dire de même Δ, mais percée *dans une plaque relativement épaisse; l'aberration d'ouverture θ pourra devenir alors sensiblement plus faible*; la fonction $q(z)$ définie en (24) est, en effet, plus étirée le long de Oz que pour une plaque infiniment mince, ce qui conduit à des valeurs plus faibles pour les coefficients D_3, D_5, ... Il pourra d'ailleurs arriver alors que seul le terme du 3e degré D_3x^3 intervienne dans toute l'ouverture.

Lentilles de révolution. — Elles forment le deuxième cas particulier important; nous nous

bornerons à envisager des rayons situés dans des plans méridiens, cas réalisé si le point objet est sur l'axe de révolution Oz. Dans ces conditions, le problème ne fait intervenir que les deux coordonnées cylindriques (z, r) et conduit à des développements analogues à ceux des lentilles à deux dimensions.

Il est commode d'envisager ici la fonction χ définie par

$$\chi = \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \tag{38}$$

d'où résultent les relations

$$\frac{\partial \chi}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial r}, \qquad \frac{\partial (r\chi)}{\partial r} = -r\frac{\partial w}{\partial z}.$$

La dernière relation met en évidence une différence entre les comportements des fonctions ψ et χ. On a ici en vertu de l'étude antérieure

$$\frac{\partial \Phi_\infty}{\partial r} = \chi_\infty = \frac{Er}{2}.$$

Le calcul de la déviation qu'on notera ici δ_r fait intervenir (18) où l'on remplace $\frac{\partial}{\partial x}$ par $\frac{\partial}{\partial r}$.

L'on doit évaluer

$$\frac{\partial}{\partial r}\int_{-\infty}^{+\infty} z\varphi \, \mathrm{d}z,$$

l'expression du laplacien en coordonnées cylindriques

$$\Delta = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

permet d'écrire

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\int_{-\infty}^{+\infty} z\frac{\partial \varphi}{\partial r}\mathrm{d}z\right] = -\int_{-\infty}^{+\infty} z\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}\mathrm{d}z$$
$$= \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\partial \varphi}{\partial z}\mathrm{d}z = 2u,$$

d'où

$$\frac{\partial}{\partial r}\int_{-\infty}^{+\infty} z\varphi \, \mathrm{d}z = ur,$$

et par suite

$$\delta_r = \left(E + u\frac{E_1 + E_2}{2}\right)\frac{r}{4} + \frac{\alpha u}{2} - \frac{1}{8}\frac{\partial}{\partial r}\int_{-\infty}^{+\infty} w^2 \, \mathrm{d}z - \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{+\infty}\chi\left(\frac{\partial \chi}{\partial r} - \frac{E}{2}\right)\mathrm{d}z. \tag{39}$$

Nous envisagerons ici les deux derniers termes; ce sont ceux qui mettent en évidence les aberrations :

Un potentiel de révolution présente un développement de la forme

$$u = q(z) - \frac{1}{4}q''(z)r^2 + \frac{1}{64}q^{IV}(z)r^4 + \dots \tag{40}$$

d'où

$$\chi = -\frac{1}{2}q''(z)r + \frac{1}{16}q^{IV}(z)r^3 + \dots$$

et l'on obtient aisément

$$-\frac{1}{8}\frac{\partial}{\partial r}\int_{-\infty}^{+\infty} w^2 \, \mathrm{d}z - \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{+\infty}\chi\left(\frac{\partial \chi}{\partial r} - \frac{E}{2}\right)\mathrm{d}z$$
$$= D'_1 r + D'_3 r^3 + D'_5 r^5 + \dots, \tag{41}$$

ce qui conduit à des observations déjà formulées dans le cas des lentilles à deux dimensions.

Le premier terme présente de l'intérêt chez les lentilles de v constant puisqu'il en exprime la *convergence de Gauss*

$$D'_1 = -\frac{1}{f} = -\frac{3}{16 v_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty} q'^2 \, \mathrm{d}z, \tag{42}$$

expression connue [2].

Les autres termes fournissent les *aberrations* des divers degrés en r

$$\left.\begin{aligned} D'_3 &= -\frac{5}{64 v_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty} q''^2 \, \mathrm{d}z, \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ D'_{2n+1} &= -\frac{\alpha_n}{v_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty} q^{(n+1)2} \, \mathrm{d}z, \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

ces coefficients sont tous négatifs. L'aberration du 3e degré correspondant à D'_3 a été envisagée par Scherzer [5] dans la recherche d'une lentille faible d'aberration minimum.

Nous obtenons ainsi des résultats analogues à ceux des lentilles à deux dimensions. A l'étude de la fente indéfinie correspond ici celle du trou circulaire dans une plaque mince et dont la loi de potentiel est également connue [6]; c'est là la lentille la plus simple et les formules précédentes nous fourniraient le moyen d'étudier ses propriétés de focalisation dans toute son ouverture; on peut prévoir qu'à une déviation Δ pour les rayons extrêmes correspond une aberration de l'ordre de grandeur au plus de Δ^2 [*cf.* (36)].

On sait que les pinceaux étroits et de forte convergence de la microscopie électronique sont fournis commodément par des lentilles à trois électrodes à champs extrêmes nuls, c'est-à-dire $E = 0$; de telles lentilles s'appliqueraient mal à des *faisceaux larges de convergence faible* puisque les aberrations sont du même ordre que la convergence [formules (42), (43)]; c'est à de tels faisceaux que peut donc s'appliquer avec avantage la simple ouverture circulaire.

Manuscrit reçu le 9 février 1951.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Bertein F. — *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 595.
[2] *Cf.* par exemple : Zworykin, Ramberg. — *Électron microscope.*
[3] Granier J. — Introduction à l'étude des champs physiques.
[4] Bertein F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **231**, 1448.
[5] Scherzer O. — *Z. Physik*, 1936, **101**, 23.
[6] Fry. — *Amer. Math. Mon.*, 1932, **39**, 199.

CHAMBRE D'IONISATION A DÉPÔT DE CARBURE DE BORE (B_4C) POUR LA MESURE DES FLUX DE NEUTRONS THERMIQUES

Par JACQUES LABEYRIE, CLAUDE LALLEMANT et JACKY WEILL.
Commissariat à l'Énergie atomique.
Laboratoire du Fort de Châtillon, Fontenay-aux-Roses (Seine).

Sommaire. — Cette chambre, moins sensible mais plus aisée à construire que les chambres d'ionisation à fluorure de bore, est destinée à mesurer des flux de neutrons thermiques. L'ensemble de la chambre et du préamplificateur a été conçu pour le contrôle des piles atomiques et permet de mesurer des flux compris entre 1 et 10^8 neutrons par seconde et par centimètre carré.

On décrit la structure et les propriétés de la chambre, et, en annexe, la fabrication et les propriétés des dépôts de carbure de bore B_4C.

1. **Description de la chambre.** — La chambre est essentiellement constituée par trois plateaux d'aluminium de 10 cm de diamètre, dont chacun

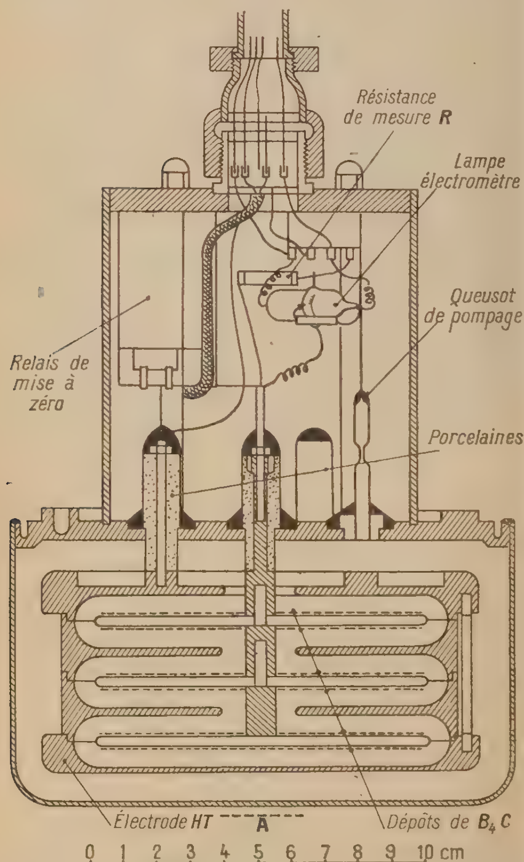


Fig. 1. — Vue en coupe de la chambre d'ionisation à six dépôts et de son préamplificateur.

porte sur les deux faces un dépôt de carbure de bore lié par du silicate de sodium. La surface de chacun de ces dépôts est de $76 \pm 0{,}5$ cm² et leur épaisseur moyenne est égale à $2{,}7 \pm 0{,}5$ mg : cm². Chacun de ces dépôts absorbe 6 à 10 pour 100 du flux de neutrons thermiques qui le traverse. Les trois plateaux, fixés à une même tige d'aluminium constituent l'électrode collectrice de la chambre. Cette électrode est reliée à la grille d'entrée du préamplificateur, qui sera décrit plus loin. Le passage isolé du support de l'électrode collectrice à travers la paroi de la chambre est assuré par une porcelaine vitrifiée, servant également de support mécanique.

L'électrode haute tension est constituée par six coupelles en aluminium, montées de telle sorte que chacun des trois disques porte-dépôt est entouré presque complètement par deux de ces coupelles.

L'électrode haute-tension est supportée d'une façon rigide par trois colonnes, fixées elles-mêmes à la paroi extérieure de la chambre par des porcelaines vitrifiées, identiques à celle qui supporte l'électrode collectrice. La paroi de la chambre est en acier. Les porcelaines sont fixées d'une façon étanche sur cette paroi par de la soudure à l'étain.

Les dimensions de la chambre sont données sur la figure 1.

La paroi en forme de cloche de la chambre est soudée à l'étain sur le plateau qui porte les passages après la soudure de ceux-ci.

Une fois montée, la chambre est vidée et remplie d'air sec à une pression de 76 cm Hg.

2. **Relation entre la tension entre électrodes et le courant débité.** — Avec une source de rayons γ, le courant de saturation est atteint à 1 pour 100 près avec une tension inférieure à 10 V (à 1,5 V, la saturation est déjà atteinte à 10 pour 100 près).

Avec une source de neutrons thermiques, il faut

une tension supérieure à 50 V pour atteindre la saturation à 1 pour 100 près.

Sur la figure 2 on a tracé ces deux types extrêmes de courbes de saturation.

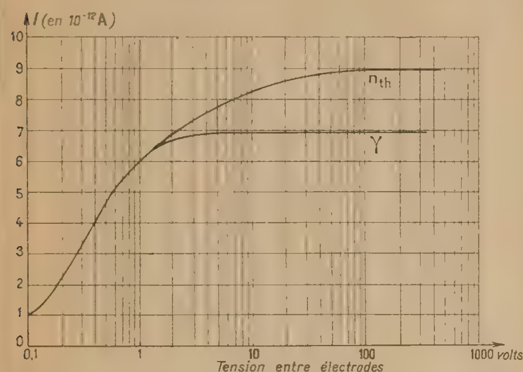


Fig. 2. — Variation du courant débité par la chambre en fonction de la tension entre électrodes (flux faible).

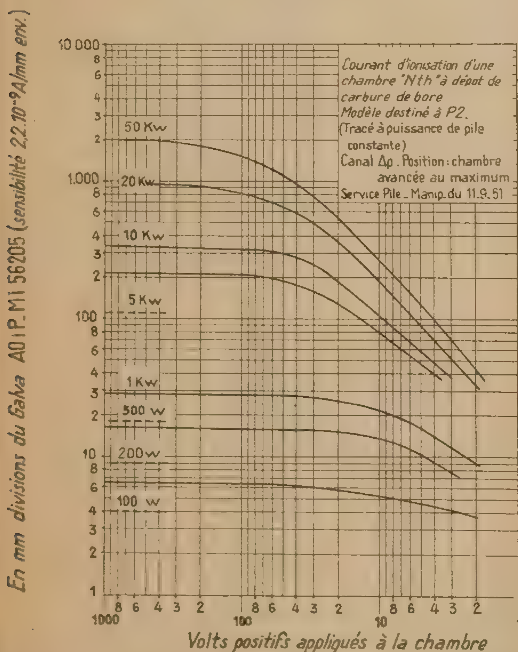


Fig. 2 *bis*. — Variation du courant débité par la chambre en fonction de la tension entre électrodes (flux fort).

3. **Rendement**. — *a*. Pour les rayons γ : 1 mc de radium filtré par 1 mm de cuivre et placé en A (*fig.* 1) produit un courant qui est de l'ordre de $1,5 . 10^{-11}$ A;

b. Pour les neutrons thermiques :

Le rendement de la chambre a été déterminé en le plaçant à la sortie d'un canal tangentiel de la pile ZOE et en comparant le courant que donne alors cette chambre à celui que donne dans les mêmes conditions une chambre d'ionisation spéciale, à un seul dépôt de B_4C (d'épaisseur égale au double du parcours des rayons α) et à paroi mince en aluminium. Le rendement de cette chambre spéciale a été déterminé, par ailleurs, en la plaçant dans un flux de neutrons thermiques étalonné au moyen d'un détecteur au manganèse de faible épaisseur : on trouve ainsi que 1 cm² de dépôt de B_4C donne un courant maximum de $3,1 . 10^{-17}$ A lorsqu'il est placé dans un flux de 1 neutron : cm² : s.

En fin de compte, le rendement de la chambre à six dépôts est donné par l'expression

$$I = 1,1(\pm 0,2) . 10^{-14} F,$$

F étant le flux de neutrons traversant la chambre (exprimé en neutrons par centimètre carré et par seconde) et I étant le courant débité par la chambre (exprimé en ampères).

Remarque. — A titre de comparaison, une chambre remplie de trifluorure de bore (BF_3) sous une pression de 76 cm Hg, et qui a même volume intérieur que la chambre à dépôts solides, donne dans les mêmes conditions un courant

$$I_{(BF_3)} = 26 . 10^{-14} F.$$

On voit qu'à volume égal les chambres à dépôt solide sont environ 20 fois moins sensibles que les chambres remplies de BF_3.

4. **Sensibilité**. — La sensibilité de la chambre est limitée par la résistance de mesure R (*fig.* 5). La valeur de cette résistance ne peut, en pratique, dépasser $10^{12}\,\Omega$ à cause de l'instabilité et de la polarisation spontanée des résistances de valeur plus élevée.

Le courant le plus faible qu'on puisse mesurer ainsi à l'aide de l'amplificateur à courant continu C. E. A. standard, avec une précision de l'ordre de 5 pour 100, est 10^{-14} A, ce qui correspond à un flux minimum d'environ 1 neutron thermique par seconde et par centimètre carré.

5. **Proportionnalité du courant débité et du flux de neutrons**. — La linéarité de la variation du courant en fonction de celle du flux de neutrons a été vérifiée en plaçant la chambre dans un canal de contrôle de ZOE;

1° à l'emplacement dit « position reculée » (*fig.* 3);

2° à l'emplacement dit « position avancée » (*fig.* 3 *bis*) et en faisant croître la puissance de la pile entre 100 W et 50 kW. On voit que la variation du courant reste proportionnelle à la variation du flux jusqu'à des flux de $3 . 10^8$ neutrons : cm² : s (courant de 4 μA environ) pour une différence de potentiel entre électrodes de 250 volts.

6. **Effet de la direction du flux de neutrons.** — On constate que lorsque l'axe de la chambre est parallèle à la direction principale du flux de neutrons,

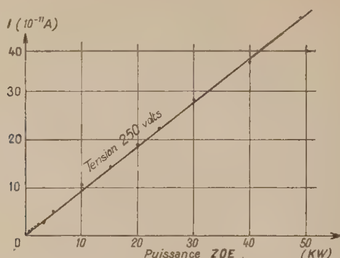


Fig. 3. — Proportionnalité du courant débité par la chambre au flux de neutrons (flux faible).

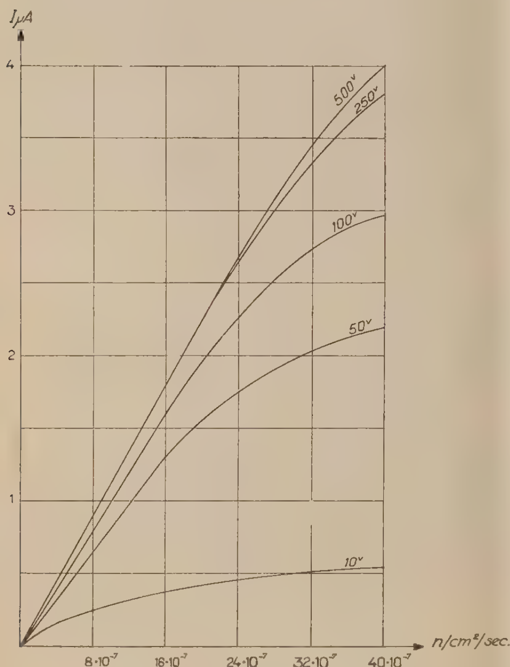


Fig. 3 *bis*. — Proportionnalité du courant débité par la chambre au flux de neutrons (flux fort).

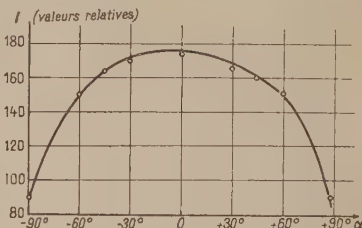
le courant débit par la chambre est plus grand que lorsque l'axe de celle-ci est perpendiculaire à la direction du flux.

Les valeurs correspondantes, ainsi que les valeurs intermédiaires sont portées sur la figure 4.

7. **Préamplificateur.** — La chambre d'ionisation est suivie immédiatement d'un préamplificateur relié lui-même par un câble, dont la longueur peut atteindre plusieurs dizaines de mètres, à un amplificateur à courant continu à contre-réaction totale (*fig.* 5).

L'emploi d'un tel amplificateur a conditionné le choix des passages isolants utilisés dans la chambre.

On sait, en effet, que la contre-réaction totale consiste à opposer à la tension e_e que l'on veut mesurer la totalité de la tension de sortie de l'amplificateur. Dans ces conditions, A étant le gain de



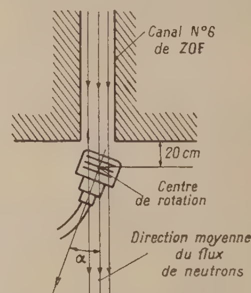


Fig. 4. — Variation du courant débité par la chambre en fonction de son orientation par rapport à la direction principale du flux de neutrons.

l'amplificateur sans contre-réaction, la tension de sortie est

$$e_s = (e_e - e_s)A, \qquad \text{d'où} \qquad e_s = \frac{e_e A}{A+1},$$

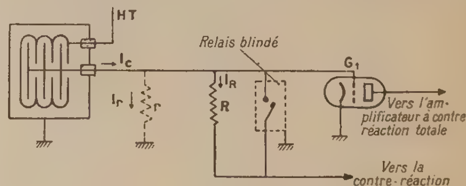


Fig. 5. — Schéma du circuit d'entrée de l'amplificateur.

valeur très sensiblement égale à e_e car A est grand.

Si

I_c est le courant fourni par la chambre d'ionisation;

I_R le courant traversant la résistance R;

I_r le courant de fuite traversant la résistance r équivalente à l'ensemble des résistances parasites (résistance du passage isolant de la chambre, résistance superficielle de la lampe électromètre, etc.), on a

$$I_c = I_R + I_r.$$

L'amplificateur mesure la tension $e_e = R\, I_R$.

Le courant $\dot{I}_r$, non mesuré par l'amplificateur, constitue l'erreur commise sur la mesure de I_c.

On voit que dans le cas du montage à contre-réaction représenté sur la figure 6, le courant de fuite est :

$$I_{r_a} = \frac{e_c - e_s}{r} = \frac{e_s}{Ar} = \frac{e_c}{Ar}.$$

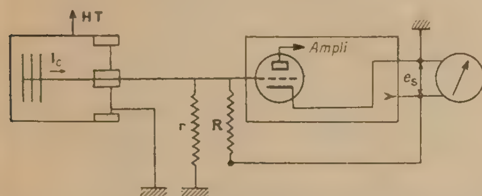


Fig. 6. — Schéma du dispositif d'amplification à contre-réaction utilisé.

Il serait $I_r = \frac{e_c}{r}$ dans un montage sans contre-réaction.

Par l'emploi de la contre-réaction, on a donc divisé par A le courant I_r, donc l'erreur commise sur la mesure de I_c.

Le gain de l'amplificateur employé étant $A = 4000$, nous remarquerons que l'emploi d'une résistance de mesure R de $10^{12}\,\Omega$ nécessite, pour une mesure de I_c avec une précision meilleure que 1 pour 100, une résistance parasite r supérieure à $10^{14}\,\Omega$, s'il n'y a pas de contre-réaction et seulement à $2{,}5.10^{10}\,\Omega$ dans le montage à contre-réaction, ce qui permet l'emploi d'un isolant ordinaire comme la stéatite pour le passage de l'électrode centrale de la chambre.

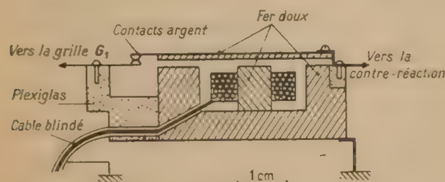


Fig. 7. — Coupe du relais blindé pour la mise à zéro.

Outre la lampe électromètre et la résistance R de mesure, le préamplificateur contient un relais qui permet de court-circuiter à distance la résistance R et de réaliser ainsi le « zéro » de l'amplificateur. Ce relais comporte (*fig.* 7) :

a. un blindage magnétique empêchant les fuites magnétiques qui perturbent le fonctionnement de la lampe électromètre;

b. des contacts argent sur argent diminuant considérablement la différence de potentiel de contact.

Ces deux dispositions sont nécessaires pour éviter tout « faux zéro » de l'amplificateur.

ANNEXE.

Dépôts de carbure de bore (B_4C).

1. **Fabrication des dépôts de** B_4C. — Les dépôts solides décrits ci-dessous sont constitués par une couche de carbure de bore pulvérulent, dispersé dans un vernis de silicate de sodium. Le carbure de bore B_4C se trouve dans le commerce sous forme d'une poudre à petits grains (diamètre : $3 \pm 2\,\mu$), très durs. Ce carbure est très stable et d'une pureté relativement très grande [1]. D'autre part, le B_4C est le composé le plus riche en bore répondant aux conditions suivantes : absence, à l'exclusion du bore, d'éléments absorbant fortement les neutrons; régularité de fabrication; facilité d'approvisionnement, d'application et d'utilisation.

La densité est de $2{,}5 \pm 0{,}3$ (en couche tassée).

Les dépôts ordinairement appliqués sur des disques d'aluminium [2] ont une épaisseur de l'ordre de 0,01 mm (2,5 mg : cm^2 environ). Voici une façon simple de les faire :

1° Mélanger intimement la poudre de B_4C à une petite quantité de solution de silicate de sodium à 15 pour 100 jusqu'à l'obtention d'une suspension ayant la consistance d'un lait crémeux;

2° Dégraisser soigneusement la pièce sur laquelle doit être effectué le dépôt, et la décaper au papier émeri n° 0;

3° Étaler la suspension de B_4C à l'aide d'un pinceau très doux, en s'efforçant d'obtenir une couche unie, sans trous et d'épaisseur aussi faible que possible;

4° Laisser sécher quelques minutes à l'air libre;

5° Étuver à 200° pendant 10 h.

Le dépôt ainsi obtenu est résistant au frottement, il a un aspect velouté, de teinte gris noir.

On peut aussi opérer par sédimentation dans une solution de silicate de sodium à 5 pour 100. La proportion de B_4C est de l'ordre de 0,5 g pour 100 cm^3 de solution. Le séchage et l'étuvage se font comme il est dit ci-dessus. Ce second procédé fournit des dépôts très homogènes, et d'épaisseur bien définie. Il est cependant d'une exécution moins rapide que le premier.

2. **Influence de l'épaisseur du dépôt de** B_4C **sur le rendement.** — L'énergie des particules α et des noyaux de lithium issus de la réaction B(n, α) Li est relativement faible, 1,64 MeV et 0,93 MeV

[1] Impuretés du B_4C :

Si, Fe, Mg : 10^{-3} à 10^{-1}; Al, Mn : 10^{-2}; Pb : 10^{-4}; Cu : 10^{-6} à 10^{-4}; Ag, Be, Cd, Co, Ni, Sn : faibles traces (10^{-6} à 10^{-5}). (Échantillon provenant de Larderello, Florence, Italie.)

[2] Analyse spectrographique qualitative de l'aluminium utilisé pour supporter les dépôts décrits dans cet article :

Ag, Cu, Fe, Mg, Mn, Zn, Ti, Si : 10^{-5} à 10^{-4};

B, Pb, V, Mo : 10^{-6} à 10^{-5}.

respectivement. Ces particules ont des parcours de 3,8 μ et de 1 μ environ dans le dépôt de B_4C (densités superficielles correspondantes : 1 mg : cm² et 0,25 mg : cm²), et des parcours de l'ordre de 7 mm et de 1,8 mm, respectivement, dans l'air à pression normale.

Avec le prodécé d'obtention des dépôts décrits plus haut, il est pratiquement impossible, à cause de la taille des grains de B_4C de descendre au-dessous de l'épaisseur correspondant au parcours maximum des rayons α dans le dépôt.

Pour des épaisseurs supérieures, on observe expérimentalement, lorsque l'épaisseur croît, une lente décroissance du rendement due à l'absorption des neutrons dans le dépôt.

3. **Évolution du dépôt de** B_4C. — Des dépôts de B_4C sur aluminium, faits il y a 18 mois et conservés dans l'atmosphère normale de la région parisienne n'ont pas changé d'aspect, ni d'adhérence. Cependant, une évolution du dépôt (en particulier du silicate de sodium servant de liant) était à craindre sous l'influence du bombardement des neutrons et surtout des rayons α et de lithium prenant naissance dans la réaction B (*n*, α) Li. On a donc soumis des plaques d'aluminium recouvertes du dépôt de B_4C à un flux de neutrons très intense en les plaçant dans la région centrale de ZOE. La dose totale reçue a été de 7.10^{15} neutrons : cm² à un flux moyen de 3.10^9 neutrons : cm² : s. Ce flux correspond à la production d'un courant d'ionisation de 0,1 μ A : cm² de dépôt. Cette dose de neutrons est la dose que recevraient en 30 ans des chambres d'ionisation de contrôle situées à leur emplacement normal dans une pile atomique marchant constamment à une puissance de 2 000 kW.

Après cette irradiation massive il n'a été constaté aucun changement dans l'aspect et l'adhérence du dépôt.

4. **Activité du dépôt après irradiation.** — L'activité β et γ à longue période prise par le dépôt de B_4C est très faible; elle décroît suivant une période de 3 h environ due au manganèse présent à l'état d'impureté dans le B_4C et dans l'aluminium supportant le dépôt.

A cette activité se superpose une activité de plus grande période, peut-être due au cuivre, présent également à l'état d'impureté. Ces activité parasites du dépôt ne sont pas gênantes, car elles ne sont guère plus importantes que celles qui sont prises par l'aluminium constituant les parois de la chambre et qui produisent un courant d'ionisation négligeable devant celui qui est dû à la réaction B (*n*, α) Li.

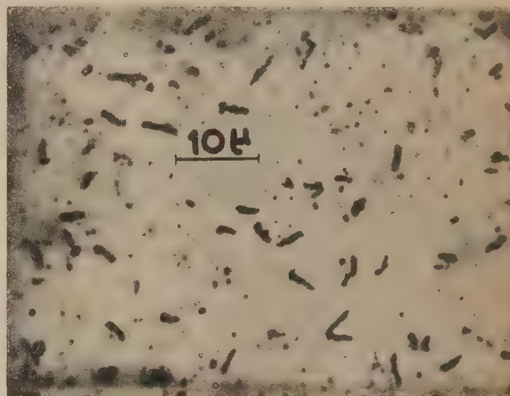


Fig. 8. — Trajectoires produites dans une émulsion photographique Ilford C2 placée contre un dépôt de B_4C d'épaisseur supérieure au parcours limite, et qui a reçu une dose de $7,5.10^8$ neutrons : cm².

M. Jean-Pierre Grillon a réalisé les différents dépôts et chambres décrits dans cet article.

Manuscrit reçu le 15 juin 1951.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM.
PHYSIQUE APPLIQUÉE. TOME 12, OCTOBRE 1951, PAGE 37 A.

ÉTUDE DE LA RÉPONSE D'UN BOLOMÈTRE SOUMIS A UN RAYONNEMENT MODULÉ

Par M. SURDIN.
Commissariat à l'Énergie atomique, Fort de Châtillon, Fontenay-aux-Roses, Seine [1].

Sommaire. — Étude théorique du « rendement en alternatif » d'un bolomètre, soumis à un rayonnement modulé, montrant l'importance du rôle joué par sa constante de temps de refroidissement. L'expérience faite avec un bolomètre, constitué par un dépôt cathodique de platine sur un support en mica, confirme les prévisions théoriques.

1. **Introduction.** — La mesure de l'intensité d'un rayonnement à l'aide d'un bolomètre se fait habituellement en mesurant l'accroissement de sa résistance dû à son échauffement par le rayonnement. Cette manière d'utiliser un bolomètre a l'avantage de la simplicité, mais elle nécessite l'emploi d'un galvanomètre sensible, ce qui empêche d'en faire un appareil portatif.

On peut envisager d'autres manières d'utiliser le bolomètre; en particulier, celles qui remplacent le galvanomètre par des amplificateurs à lampes ou magnétiques. Le principe de la plupart de ces dispositifs est basé sur la mesure de la variation de la tension aux bornes d'un bolomètre parcouru par un courant constant I_0. Si R_0 est la résistance du bolomètre, ΔR son accroissement dû à l'échauffement par le rayonnement, on mesure $\Delta E = I_0 \Delta R$. ΔE est compris, suivant les intensités de rayonnement à mesurer et les bolomètres utilisés, entre quelques microvolts et quelques millivolts.

Pour amplifier des tensions de cet ordre de grandeur on peut envisager plusieurs méthodes :

1° L'amplification en courant continu. On sait actuellement construire des amplificateurs à courant continu ayant un gain constant et une faible dérive de zéro. Pour des bolomètres à réponse rapide, cette méthode, généralement très avantageuse, a cependant l'inconvénient de nécessiter un amplificateur à large bande passante, ce qui diminue la sensibilité limite de l'appareil.

2° Une autre méthode consiste à « hacher » périodiquement la tension à mesurer ΔE et à amplifier, par un amplificateur sélectif, la tension périodique ainsi obtenue. En utilisant un détecteur synchrone on peut obtenir une amplification sélective à bande passante très étroite. Cette méthode, très élégante, présente des difficultés dans la réalisation d'un « hacheur » ayant une faible force électromotrice de contact. Toutefois, de tels hacheurs ont été construits en série, en particulier par les Anglo-Saxons.

3° Une troisième méthode consiste à découper périodiquement le rayonnement tombant sur le bolomètre et à amplifier les variations périodiques de la tension aux bornes qui en résultent. On utilise, ici encore, un amplificateur sélectif, accordé sur la fréquence de découpage ν, lequel peut être suivi par une détection synchrone, si l'on désire obtenir une bande passante étroite. Le découpage du rayonnement se fait à l'aide d'un disque à fenêtres, tournant devant le bolomètre et occultant périodiquement la source de rayonnement.

Dans ce qui suit nous étudions le comportement d'un bolomètre soumis à un rayonnement modulé. Nous n'avons pas tant cherché à accroître la sensibilité du bolomètre qu'à étudier ses propriétés thermiques et les conditions à remplir pour que son « rendement en alternatif » soit le plus élevé possible. Pour vérifier nos calculs nous les avons comparés aux résultats des mesures faites avec un bolomètre constitué par un dépôt cathodique de platine sur un support en mica placé dans une enceinte où l'on a fait le vide.

Le calcul des constantes de temps de refroidissement montre que, pour le bolomètre étudié, on peut négliger le refroidissement par conduction devant le refroidissement par rayonnement, le refroidissement par convexion étant négligeable car le bolomètre est placé dans le vide. Cette remarque permet d'établir une expression simple donnant le « rendement en alternatif », $\rho(\nu)$, du bolomètre en fonction de la fréquence de modulation ν.

En comparant la courbe théorique $\rho(\nu)$, à celle trouvée expérimentalement, on constate leur bon accord.

On trouvera en appendice une discussion plus détaillée de l'amplificateur sélectif qui a servi à faire ces mesures et une discussion sommaire de l'onde thermique, due à la modulation, qui se propage dans le bolomètre.

2. **Calcul des constantes de temps de refroidissement.** — Nous allons envisager, successivement, les refroidissements par conduction et par

[1] Ce travail a été fait alors que l'auteur travaillait au Laboratoire de Physique Expérimentale du Collège de France.

rayonnement, comme s'ils existaient seuls et en négligeant le refroidissement par convexion.

a. Étude du refroidissement par conduction. — Considérons un bolomètre plat constitué par une couche mince conductrice déposée sur un support isolant de faible épaisseur. Soit L la longueur du bolomètre se trouvant limitée par deux blocs A et B en métal massif et l sa largeur; soient, d'autre part, ε_s et ε_m, k_s et k_m, δ_s et δ_m, c_s et c_m les épaisseurs, conductibilités thermiques, densités et les chaleurs spécifiques relatives au support et au conducteur. Appelons θ_c l'excès de température, par rapport à la température des extrémités prise comme origine des températures, d'une tranche placée à une distance x de A. θ_c est une fonction de x et du temps t, $\theta_c(x, t)$. Nous supposons que le

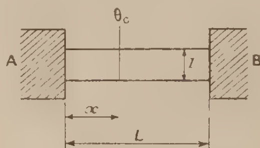


Fig. 1.

bolomètre est soumis à un rayonnement pendant un temps suffisamment long pour que l'équilibre soit établi. A l'instant $t = 0$ on supprime brusquement le rayonnement. Admettons, d'abord, que le bolomètre se refroidisse uniquement par conduction vers ses bornes; l'équation de conduction de la chaleur s'écrit, dans ce cas

$$\frac{d\theta_c}{dt} = a \frac{d^2\theta_c}{dx^2}, \tag{1}$$

avec

$$a = \frac{\varepsilon_s k_s + \varepsilon_m k_m}{\varepsilon_s \delta_s c_s + \varepsilon_m \delta_m c_m}.$$

Les conditions aux limites sont les suivantes :

$$\left.\begin{array}{lll} \theta_c(0, t) = 0, & \theta_c(L, t) = 0 & (t > 0), \\ \theta_c\left(\frac{L}{2}, 0\right) = \theta_0, & \theta_c(x, \infty) = 0 & (0 \leqq x \leqq L), \end{array}\right\} \tag{2}$$

Dans ces conditions la solution générale de l'équation (1) est

$$\theta_c = \frac{4\theta_0}{\pi} \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{1}{2n+1} \times \exp\left[-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 a t}{L^2}\right] \sin(2n+1)\frac{\pi x}{L}. \tag{3}$$

n Nous n'avos à conserver que le mode $n = 0$, de sorte que la constante de temps de refroidissement par conduction est donnée par

$$\tau_c = \frac{L^2}{\pi^2 a} = \frac{L^2}{\pi^2} \frac{\varepsilon_s c_s \delta_s + \varepsilon_m c_m \delta_m}{\varepsilon_s k_s + \varepsilon_m k_m}. \quad (^2) \tag{4}$$

A titre d'exemple, appliquons l'équation (4) au cas du bolomètre expérimental (dépôt de platine sur support en mica), on a

$$L = 2 \text{ cm}; \qquad l = 1 \text{ cm};$$
$$\varepsilon_s = 10^{-3} \text{ cm}; \quad c_s = 0{,}2 \text{ cal g}^{-1}\,{}^\circ\text{C}^{-1}; \quad \delta_s = 3{,}0 \text{ g cm}^{-3};$$
$$k_s = 0{,}86.10^{-3} \text{ cal cm}^{-1}\text{ s}^{-1}\,{}^\circ\text{C}^{-1};$$
$$\varepsilon_m = 10^{-6} \text{ cm}; \quad c_m = 0{,}03 \text{ cal g}^{-1}\,{}^\circ\text{C}^{-1};$$
$$\delta_m = 21{,}5 \text{ g cm}^{-3}; \quad k_m = 0{,}17 \text{ cal cm}^{-1}\text{ s}^{-1}\,{}^\circ\text{C}^{-1}.$$

On trouve

$$\tau_c \simeq 240 \text{ s}.$$

b. Étude du refroidissement par rayonnement. — Étudions maintenant le cas où le bolomètre ne se refroidit que par rayonnement. Soit θ_r l'excès de température du bolomètre par rapport à la température ambiante T. A partir des conditions d'équilibre on coupe le rayonnement à l'instant $t = 0$. L'énergie rayonnée par le bolomètre pendant l'intervalle de temps compris entre t et $t + dt$ entraîne son refroidissement de $d\theta_r$ et, si l'on néglige les termes d'ordre supérieur en $\frac{\theta}{T}$, on a

$$8 L l \sigma T^3 \theta_r \, dt + L l(\varepsilon_m \delta_m c_m + \varepsilon_s \delta_s c_s) \, d\theta_r = 0,$$

d'où

$$\frac{d\theta_r}{dt} + \frac{8 T^3 \sigma}{\varepsilon_m \delta_m c_m + \varepsilon_s \delta_s c_s} \theta_r = 0. \tag{5}$$

La constante de temps de refroidissement par rayonnement est donnée par

$$\tau_r = \frac{\varepsilon_m \delta_m c_m + \varepsilon_s \delta_s c_s}{8 T^3 \sigma}. \tag{6}$$

Dans le cas du bolomètre considéré plus haut, on a $\tau_r \simeq 2$ s, en prenant

$$\sigma = 1{,}2.10^{-12} \text{ cal cm}^{-2}\,{}^\circ\text{C}^{-4} \quad \text{et} \quad T = 300^\circ\text{K}.$$

On constate que pour ce bolomètre le refroidissement par rayonnement est beaucoup plus rapide que le refroidissement par conduction, que nous négligerons dans ce qui suit.

3. Étude du fonctionnement du bolomètre soumis à un rayonnement modulé. — Soit θ l'excès de température du bolomètre sur la température ambiante. L'équation différentielle donnant θ en fonction du temps t s'écrit

$$\tau_r \frac{d\theta}{dt} + \theta = \Theta, \tag{7}$$

où Θ est une température équivalente du rayonnement.

(2) Il est intéressant de noter, que si l'on choisit le conducteur et le support, tels que $c_s \delta_s k_m = k_s c_m \delta_m$, la constante de temps de refroidissement devient indépendante des épaisseurs du support et du conducteur. Tout se passe comme si le conducteur existait seul.

Supposons maintenant que le rayonnement reçu par le bolomètre soit modulé à une fréquence ν et soit m le taux de modulation (³). On peut écrire

$$\theta = \theta_0(1 + m\, e^{-2\pi i \nu t}). \tag{8}$$

L'équation (7) devient alors

$$\tau_r \frac{d\theta}{dt} + \theta = \theta_0(1 + m\, e^{-2\pi i \nu t}), \tag{9}$$

dont la solution générale s'écrit

$$\theta = \theta_0\left(1 + m \frac{1 + 2\pi i \nu \tau_r}{1 + 4\pi^2\nu^2\tau_r^2} e^{-2\pi i \nu t}\right) + \theta_1 e^{-\frac{t}{\tau_r}}, \tag{10}$$

et la solution qui correspond à l'état de régime est

$$\theta = \theta_0\left(1 + m \frac{1 + 2\pi i \nu \tau_r}{1 + 4\pi^2\nu^2\tau_r^2} e^{-2\pi i \nu t}\right). \tag{11}$$

Soit R_0 la résistance du bolomètre à la température ambiante. Si la température s'accroît de θ, on aura $R = R_0(1 + \alpha\theta)$, où $\alpha \simeq \frac{1}{273}$ °C⁻¹. Pour un bolomètre parcouru par un courant constant I_0, la tension aux bornes est

$$V = R_0 I_0(1 + \alpha\theta) = V_0(1 + \alpha\theta). \tag{12}$$

Remplaçons θ par sa partie réelle, tirée de l'équation (11), il vient :

$$V = V_0\left[1 + \alpha\theta_0 + \alpha\theta_0\, m \frac{1}{(1 + 4\pi^2\nu^2\tau_r^2)^{\frac{1}{2}}} \cos 2\pi\nu t\right]. \tag{13}$$

Nous appelons le « rendement en alternatif », $\rho(\nu)$, du bolomètre, le rapport de l'accroissement « alternatif » à l'accroissement « continu » de la tension aux bornes du bolomètre. De l'équation (13), on tire :

$$\rho(\nu) = \frac{V_0\alpha\theta_0 m}{(1 + 4\pi^2\nu^2\tau_r^2)^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{V_0\alpha\theta_0} = \frac{m}{(1 + 4\pi^2\nu^2\tau_r^2)^{\frac{1}{2}}}. \tag{14}$$

Pour accroître le rendement ρ, il faut diminuer le produit $\nu\tau_r$, soit en diminuant ν soit en diminuant τ_r. Les difficultés rencontrées dans la réalisation d'amplificateurs accordés sur des très basses fréquences ν, ramènent le problème d'accroissement de ρ à rechercher des bolomètres ayant une faible constante de temps de refroidissement τ_r.

L'équation (9) ne décrit pas entièrement les phénomènes qui se présentent dans un bolomètre soumis à un rayonnement modulé. En effet, elle néglige l'onde thermique se propageant dans le bolomètre. Quelques détails relatifs à cette onde sont donnés dans l'appendice.

4. Mesure du « rendement en alternatif » du bolomètre. — En opérant avec un rayonnement d'intensité constante, on trace la courbe de réponse du bolomètre en fonction de la fréquence de modulation ν. Si on la normalise et si on ajuste la constante τ_r, la courbe expérimentale devient identique à la courbe théorique, $\rho(\nu)$, de l'équation (14). La valeur τ_r ainsi trouvée vaut 1,2 s, en bon accord avec la valeur calculée précédemment.

Pour faire ces mesures, nous avons utilisé un amplificateur accordé par capacités et résistances dont l'étude détaillée est faite en appendice. Le modulateur du rayonnement était constitué par un disque à fenêtres en forme de secteur circulaire, entraîné par un moteur synchrone par l'intermédiaire d'une boîte de vitesse.

5. Conclusion. — Dans ce qui précède nous avons montré que le rendement d'un bolomètre soumis à un rayonnement modulé croît quand la constante de temps de refroidissement décroît. Pour le bolomètre utilisé (dépôt de platine sur support en mica), à cause de sa constante de temps relativement longue, les rendements obtenus, pour des fréquences de modulation facilement réalisables, sont assez faibles. Si l'on veut utiliser la méthode du rayonnement modulé, il faut rechercher d'autres solutions comme, par exemple, un mince dépôt de graphite sur une feuille en collodion, formvar ou nylon, mieux adaptées, parce qu'elles permettent d'obtenir des constantes de temps de refroidissement plus faibles.

APPENDICE.

1. Étude de l'amplificateur accordé [1]. — L'amplificateur utilisé comportait en cascade six

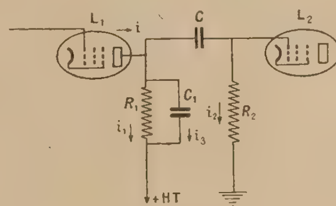


Fig. 2.

étages identiques, dont le schéma de principe est donné par la figure 2. Les très basses fréquences entre L_1 et L_2 sont pratiquement arrêtées par C. D'autre part, les très hautes fréquences sont dérivées par C_1, et ne sont pas transmises de L_1 à L_2. Ce montage devient donc équivalent à un circuit accordé. En effet, considérons plus en détail les équations qui régissent ce système : soit $i = I \sin \omega t$ la composante alternative du courant

(³) Avec un disque à fenêtre, on a $m = 1$. Si la modulation ne peut pas être considérée comme sinusoïdale, on la décomposera en série de Fourier et on ne gardera que le terme en ν, car les termes en 2ν, 3ν, ... seront arrêtés par l'amplificateur sélectif.

plaque de la pentode L_1, que nous considérons comme une source à courant constant (sa résistance interne est très élevée). Écrivons les équations de Kirchhoff

$$\left.\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 + i_3, \\ R_2 i_2 + \frac{1}{C}\int i_2\,dt &= R_1 i_1, \\ R_1 i_1 &= \frac{1}{C_1}\int i_3\,dt. \end{aligned}\right\} \quad (A.1)$$

L'équation donnant i_2 est

$$R_2 C_1 \frac{di_2}{dt} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C}\right) i_2 + \frac{1}{C_2 R_1}\int i_2\,dt = i. \quad (A.2)$$

L'équation (A.2) est du même type que celle d'un circuit oscillant et l'on a

$$I_2 = \frac{I}{\sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}\right)^2 + \left(R_2 C_1 \omega - \frac{1}{R_1 C_2 \omega}\right)^2}}. \quad (A.3)$$

La fréquence d'accord est

$$\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C}} \quad (A.4)$$

et la bande passante efficace

$$F = \frac{R_1 C + R_1 C_1 + R_2 C}{4 R_1 R_2 C_1 C}. \quad (A.5)$$

On a intérêt à rendre F le plus petit possible. Pour une fréquence donnée ν_0, le minimum de F s'obtient quand

$$C(R_1 + R_2) = R_2 C_1. \quad (A.6)$$

Posons $mR_1 = R_2$, la condition (A.6) s'écrit alors

$$C_1 = (m+1)C \quad \text{et} \quad \frac{F}{\nu_0} = \pi\sqrt{\frac{m+1}{m}},$$

ce qui correspond à une bande passante relative large.

Pour n circuits identiques en cascade, on a

$$F^{(n)} = \frac{1.3.5\ldots(2n-3)}{2^{n-1}.(n-1)!} F^{(1)}. \quad (A.7)$$

2. **Étude de l'onde thermique** [2]. — Quand on soumet un récepteur thermique à un rayonnement modulé, il en résulte dans le récepteur une onde de température se propageant perpendiculairement à la surface exposée. L'excès de température, sur l'ambiante, en un point z, compté perpendiculairement à partir de la surface irradiée, est donné par

$$\theta = \theta_0 \left| e^{-z\sqrt{\frac{\omega}{2b}}} \sin\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2b}}\, z\right)\right|, \quad (A.8)$$

avec $b = \frac{k}{\delta c}$; pour $z = 0$, θ oscille entre 0 et θ_0.

Pour une modulation sinusoïdale de fréquence $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$, la vitesse de propagation de l'onde est donnée par $v = \sqrt{2b\omega}$. Pour le platine, on a $b_m = 0{,}25\,\text{cm}^2\,\text{s}^{-1}$ et pour le mica, $b_s = 1{,}5.10^{-3}\,\text{cm}^2\,\text{s}^{-1}$ (avec $k_s = 1{,}8.10^{-3}\,\text{cal cm}^{-1}\,\text{s}^{-1}\,{}^{\circ}\text{C}^{-1}$ pour la direction perpendiculaire au plan de clivage).

Le temps de parcours de face à face est donné par

$$t_m = \frac{\varepsilon_m}{v_m} = \sqrt{\frac{2}{\omega}}\cdot 10^{-6}\,\text{s},$$

$$t_s = \frac{\varepsilon_s}{v_s} = \sqrt{\frac{2}{\omega}}\cdot 10^{-2}\,\text{s}.$$

On voit donc que, dans le platine, le temps de parcours est négligeable devant celui du mica. Pour des fréquences de l'ordre de 1 Hertz, $t_s \simeq 1/100$ s., temps court comparé à la constante de temps de refroidissement, ce qui nous permet de négliger les effets de l'onde thermique.

Manuscrit reçu le 20 juin 1951.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Johnson E. A. — *Rev. Sc. Instr.*, 1938, **9**, 263.
[2] Weber H. — *Differential-Gleichungen der Mathematischen Physik*, vol. II, Braunschweig, 1919, p. 106.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM.
PHYSIQUE APPLIQUÉE. TOME 12, OCTOBRE 1951, PAGE 41 A.

MICROANALYSE TOPOLOGIQUE A L'AIDE DES RAYONS X

Par MLADEN PAIĆ,
Institut de Physique de l'Université de Zagreb (Yougoslavie).

Sommaire. — La radiographie d'une plaque plan-parallèle peut donner des renseignements qualitatifs sur la distribution des composants qui constituent cet écran. En photométrant cette radiographie, ainsi que celle d'une série d'étalons appropriés, on peut étudier quantitativement l'hétérogénéité chimique de l'écran. On donne la théorie approchée du procédé, en particulier dans le cas d'un écran métallique binaire, dont le volume spécifique est additif. Les coefficients d'absorption linéaire des éléments solides, en fonction du numéro atomique, sont représentés graphiquement dans deux cas particuliers. Le choix de la longueur d'onde du rayonnement X est discuté. On étudie l'influence du rayonnement diffusé parasite, ainsi que la qualité des émulsions photographiques. Des exemples d'application sont donnés : alliages Al-Sb, Al-Zn-Cu, diffusion du cuivre dans l'aluminium. La quantité de matière correspondant à une mesure photométrique peut descendre à 0,03 mg et l'on peut facilement déceler une quantité de cuivre, par exemple, de l'ordre de 10^{-5}g.

Introduction. — La radiographie d'une plaque plan-parallèle, exempte de porosités, peut donner des indications sur la répartition topologique des éléments qui la constituent [1, 2, 3]. Si la plaque est suffisamment mince, l'agrandissement approprié de la radiographie fournit alors la semi-microradiographie [3, 4, 5, 6, 7, 8] ou la microradiographie [9, 10, 11]. Les images obtenues révèlent la répartition semi-microscopique ou microscopique des constituants.

La photométrie des macroradiographies [12] et des semi-microradiographies [13] peut donner des renseignements quantitatifs concernant la topologie des constituants de l'écran examiné [1, 2, 14].

Le but du présent travail est de donner la théorie approchée de ce procédé *radioanalytique*, d'indiquer la technique expérimentale et de montrer quelques exemples d'application.

I. — Partie théorique.

Théorie approchée de la radioanalyse. — Soit un écran absorbant, à faces planes et parallèles, d'épaisseur d, dense partout, de densité ρ, composé de k éléments de masses atomiques A_1, A_2, ..., A_k, de densités ρ_1, ρ_2, ..., ρ_k, à l'état solide, de teneurs a_1, a_2, ..., a_k pour 100, sur lequel tombe normalement un faisceau de rayons X parallèles de longueur d'onde λ, de puissance I_0, laquelle, à la sortie de l'écran, descend à la valeur I. On a [15, 16] :

$$I = I_0\, e^{-\mu_l d} = I_0\, e^{-\mu_m \rho d}, \tag{1}$$

où μ_l est le coefficient d'absorption linéaire et μ_m le coefficient d'absorption massique de l'écran.

Le coefficient d'absorption linéaire μ_l représente la fraction d'énergie absorbée par 1 cm³ de matière, traversée par un faisceau de 1 cm² de section, tandis que le coefficient d'absorption massique correspond à la fraction d'énergie absorbée, lorsque le faisceau de 1 cm² de section traverse 1 g de matière. Ces deux coefficients sont liés par l'équation

$$\mu_l = \mu_m \rho. \tag{2}$$

Le coefficient d'absorption massique est indépendant de l'état d'agrégation de la matière et de la manière dont les atomes sont combinés : c'est une propriété atomique. C'est pourquoi le coefficient d'absorption massique μ_m d'un mélange d'atomes est égal à la somme des produits des coefficients d'absorptions massiques μ_{m1}, μ_{m2}, ..., μ_{mk} des éléments qui le composent, avec des masses $\frac{a_1}{100}$ $\frac{a_2}{100}$ ..., $\frac{a_k}{100}$ des éléments dans 1 g de mélange :

$$\mu_m = \mu_{m1}\frac{a_1}{100} + \mu_{m2}\frac{a_2}{100} + \ldots + \mu_{mk}\frac{a_k}{100} = \frac{1}{100}\Sigma \mu_{mk} a_k. \tag{3}$$

Afin de dégager les principaux facteurs qui jouent un rôle dans la radioanalyse, faisons quelques suppositions, tout en sachant qu'elles ne représentent qu'une approximation, parfois assez grossière, de la réalité. Négligeons le coefficient de diffusion, supposons la constance du coefficient d'absorption pour toute la section du faisceau et admettons la validité de la loi empirique de Bragg-Pierce qui donne le coefficient d'absorption μ_{mk} d'un élément A_k de numéro atomique Z_k :

$$\mu_{mk} = C\lambda^3 \frac{Z_k^4}{A_k}, \tag{4}$$

où C est une constante qui prend la valeur 0,01364 pour $\lambda < \lambda_K$ et la valeur 0,00188 pour $\lambda_K < \lambda < \lambda_L$, où λ_K et λ_L sont les longueurs d'onde des discontinuités d'absorbtion K et L de l'élément Z_k, exprimées en unités Angström. Lorsque ce n'est pas spécifié

autrement, nous admettrons d'opérer avec une radiation X telle que $\lambda < \lambda_K$.

Le coefficient d'absorption massique μ_m de l'écran est alors, d'après (3) et (4)

$$\mu_m = \frac{C}{100} \lambda^3 \sum \frac{\alpha_k Z_k^4}{A_k}. \tag{5}$$

L'exposant $\mu_m \rho d = \varepsilon$ de l'équation (1), appelé *extinction*, est alors

$$\varepsilon = \mu_m \rho\, d = \frac{C}{100} \lambda^3 \rho\, d \sum a_k \frac{Z_k^4}{A_k}. \tag{6}$$

Cette équation est fondamentale pour les applications de l'absorption des rayons X. Elle montre comment varie le pouvoir absorbant d'un écran avec sa composition chimique et met en évidence la possibilité de radioanalyse.

Dans le cas où le volume spécifique $v = \frac{1}{\rho}$ de l'écran est approximativement égal à la somme des volumes partiels $\frac{v_1 a_1}{100}, \ldots, \frac{v_k a_k}{100}$ des constituants à l'état pur (cas des alliages par exemple [17]) on a

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{100} \Sigma a_k v_k, \tag{7}$$

avec

$$v_1 = \frac{1}{\rho_1}, \qquad \ldots, \qquad v_k = \frac{1}{\rho_k}.$$

Introduisons la valeur de ρ ainsi obtenue dans (6) et posons $\frac{Z_1^4}{A_1} = p_1, \ldots, \frac{Z_k^4}{A_k} = p_k$, il vient

$$\varepsilon = C \lambda^3 d \frac{\Sigma a_k p_k}{\Sigma a_k v_k} = \frac{C}{100} \lambda^3 \frac{d}{v} \Sigma a_k p_k. \tag{8}$$

Systèmes binaires. — Pour $k = 2$, l'équation (8) devient

$$\varepsilon = 10^{-2} C \lambda^3 \rho\, d(a_1 p_1 + a_2 p_2). \tag{9}$$

Puisque $a_2 = 100 - a_1$, pour λ, ρ, d et les composants A_1, A_2 donnés, ε n'est qu'une fonction de a_1 : à une valeur de l'extinction correspond une seule valeur de l'écran.

Il en est ainsi pour tous les systèmes lesquels, au point de vue de la règle de phases, sont binaires, c'est-à-dire à deux composants indépendants. Rappelons que le nombre de composants indépendants d'un système est égal au plus petit nombre d'éléments ou de combinaisons chimiques suffisant et nécessaire pour former toutes les phases du système dans de proportions quelconques.

Prenons l'exemple d'un écran, formé d'un mélange de α_1 pour 100 de composant indépendant B_1 et $\alpha_2 = 100 - \alpha_1$ de composant B_2. La composition chimique connue de B_1 est β_1 pour 100 de A_1 et β_2 pour 100 de A_2; celle de B_2 est β_3 pour 100 de A_3 et β_4 pour 100 de A_4. Ce système est donc formé de quatre éléments ($k = 4$), de masse atomique $A_1, \ldots, A_4$, dont les teneurs $a_1, \ldots, a_4$ de l'écran sont données par les expressions

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= \frac{\beta_1}{100} \alpha_1, & a_2 &= \frac{\beta_2}{100} \alpha_2, \\ a_3 &= \frac{\beta_3}{100} \alpha_2, & a_4 &= \frac{\beta_4}{100} \alpha_2. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

On a, par conséquent, d'après (6) :

$$\begin{aligned} \varepsilon = 10^{-4} C \lambda^3 \rho\, d[&\alpha_1 \beta_1 p_1 + \alpha_1 \beta_2 p_2 \\ &+ (100 - \alpha_1)\beta_3 p_3 + (100 - \alpha_1)\beta_4 p_4]. \end{aligned} \tag{11}$$

Comme on le voit, pour λ, ρ, d et les composants B_1, B_2 donnés, ε n'est qu'une fonction de α_1, c'est-à-dire de la teneur en B_1.

Systèmes binaires à volumes partiels additifs. — Pour $k = 2$ l'équation (8) devient

$$\varepsilon = C \lambda^3 d \frac{a_1 p_1 + a_2 p_2}{a_1 v_1 + a_2 v_2}. \tag{12}$$

La dérivée partielle $\frac{\partial \varepsilon}{\partial a_1}$ montre que ε est constant, croissant ou décroissant en fonction de a_1, suivant que

$$\frac{p_1}{v_1} = \rho_1 \frac{Z_1^4}{A_1} = \Delta_1$$

est égal, plus grand ou plus petit que

$$\frac{p_2}{v_2} = \rho_2 \frac{Z_2^4}{A_2} = \Delta_2.$$

Pour interpréter correctement, d'après une radiographie, la répartition des constituants d'un tel système, il est donc essentiel de connaître les valeurs de Δ des éléments chimiques solides.

Coefficients d'absorption linéaires des éléments solides. — La courbe représentée sur la figure 1 montre les logarithmes de Δ en fonction de Z des éléments à l'état solide, pour lesquels on connaît la densité [1]. La valeur de Δ n'augmente pas régulièrement avec Z mais passe par des minima et maxima qui se répètent suivant les petites et les grandes périodes du système périodique des éléments. Les fluctuations de Δ proviennent des variations périodiques de ρ avec Z.

Remarquons que pour une valeur constante de λ inférieure à la discontinuité d'absorbtion K de l'uranium (0,1 Å), la courbe obtenue représente, à une translation suivant l'axe des ordonnées près, la courbe des coefficients d'absorption linéaires des éléments solides. On a en effet

$$\mu_l = C \lambda^3 \Delta, \qquad \varepsilon = C \lambda^3 \Delta d. \tag{13}$$

On voit également qu'une couche d'un élément de numéro atomique élevé peut absorber moins les rayons X qu'une couche de même épaisseur d'un élément de numéro atomique moins élevé [6].

Si la longueur d'onde λ utilisée est plus grande

que la discontinuité d'absorbtion K de l'uranium, la valeur de C tombe chaque fois lorsqu'on arrive à l'élément pour lequel $\lambda_K < \lambda$ ou $\lambda_{L_1} < \lambda$, etc. De ce fait le coefficient linéaire μ_l subit, en plus des baisses dues aux densités, des diminutions provoquées

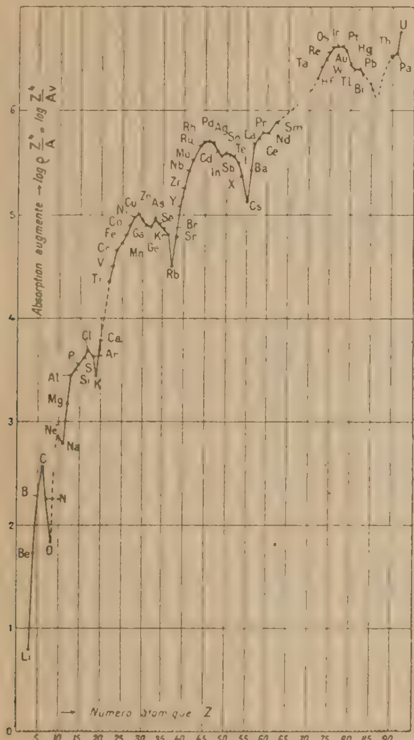


Fig. 1. — Courbe donnant la variation de la fonction $\log \Delta = \log\left(\rho \frac{Z^4}{A}\right)$; A, poids atomique; ρ, densité de l'élément de numéro atomique Z, pour les éléments à l'état solide. A l'échelle des ordonnées près cette courbe est approximativement égale au logarithme des coefficients d'absorption linéaires des éléments solides, pour une longueur d'onde inférieure à 0,1 Å.

par des discontinuités d'absorption. La courbe représentée sur la figure 2 montre le cas particulier de la variation de log μ_l avec Z, des éléments solides, pour la radiation $K\alpha$ du cuivre ($\lambda = 1{,}539$ Å). Les valeurs sont calculées d'après les coefficients d'absorption massiques données par W. L. Bragg [15]. On remarque nettement la chute brusque entre le cobalt ($Z = 27$) et le nickel ($Z = 28$, $\lambda_{K\,Co} > \lambda > \lambda_{K\,Ni}$).

A partir du samarium ($Z = 62$) commencent des chutes dues aux discontinuités L_I, L_{II}, L_{III}, M_I, M_{II}, ... Cette partie de la courbe n'a pas été dessinée car des données sur les densités des éléments rares manquent.

Sur les variations de l'extinction. — Les variations de la composition chimique, entre deux endroits de l'écran absorbant, peuvent être révélées par la radioanalyse si la différence $\Delta\varepsilon$ des extinctions respectives n'est pas nulle. Plus cette différence est grande plus le procédé est sensible aux faibles changements de composition.

Établissons les équations donnant $\Delta\varepsilon$ dans le cas du système binaire d'épaisseur d, à volumes partiels additifs, composé de deux éléments A_1, A_2. A l'endroit d'extinction ε la composition est a_1 pour 100 de A_1, a_2 pour 100 de A_2; à un autre endroit, d'extinction ε', elle est a'_1 pour 100 de A_1, a'_2 pour 100 de A_2. Désignons par $\lambda_{K(1)}$, $\lambda_{K(2)}$ les discontinuités d'absorbtion des éléments A_1 et A_2 et par λ la longueur d'onde du rayonnement X utilisé. Trois cas d'importance pratique peuvent être envisagés

$$1^{\circ}\ \lambda < \lambda_{K(2)} < \lambda_{K(1)}; \qquad 2^{\circ}\ \lambda_{K(2)} < \lambda < \lambda_{K(1)};$$
$$3^{\circ}\ \lambda_{K(2)} < \lambda_{K(1)} < \lambda < \lambda_L.$$

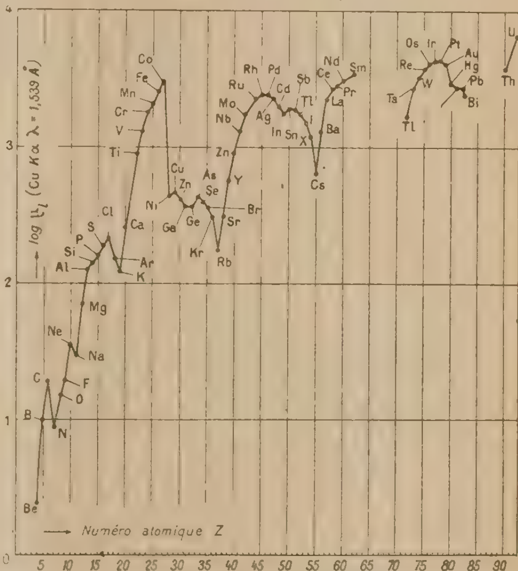


Fig. 2. — Variation du logarithme du coefficient d'absorption linéaire des éléments à l'état solide pour la radiation Cu $K\alpha$ en fonction du numéro atomique.

1° $\lambda < \lambda_{K(2)} < \lambda_{K(1)}$. — L'équation (12), pour $C = C'$ donne ε et ε', d'où $\Delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon'$. Si l'on pose

$$p_1 = \Delta_1 v_1, \qquad p_2 = \Delta_2 v_2$$

et

$$a_1 v_1 + a_2 v_2 = 100 v, \qquad a'_1 v_1 + a'_2 v_2 = 100 v',$$

où v et v' sont les volumes spécifiques respectifs de l'écran, on obtient [6] :

$$\Delta\varepsilon = 10^{-2} C' \lambda^3 d \frac{v_1 v_2}{v v'} (a_1 - a'_1)(\Delta_1 - \Delta_2). \qquad (14)$$

Exemples numériques. — *a.* A_1 = Al (Z_1 = 13), A_2 = Cu (Z_2 = 29); d = 1 cm; a_1 = 100, a_2 = 0

$a'_1 = 99$, $a'_2 = 1$ pour 100; $\Delta_1 = 2\,859$, $\Delta_2 = 99\,360$; $v_1 = 0,370$, $v_2 = 0,1119$; $C' = 0,01364$; $\lambda = 0,71$ (Mo$K\alpha$) $\lambda_{K(2)} = 1,377$, $\lambda_{K(1)} = 7,935$ Å; $\Delta\varepsilon = 1,43$.

b. En remplaçant la radiation du molybdène par celle du gallium, $\lambda = 1,338$ Å (Ga$K\alpha$) on obtient $\Delta\varepsilon = 9,55$. C'est pratiquement la plus grande longueur d'onde compatible avec $C = C'$, pour le système Al-Cu.

c. Remplaçons l'élément Al par Ni ($Z = 28$). On a un système à deux éléments (Ni-Cu) dont les numéros atomiques se suivent. Avec $\Delta_1 = 92\,190$, $v_1 = 0,114$, $v \approx v' = 0,114$, $\lambda = 0,71$ Å, les autres conditions étant comme sous *a*, on obtient $\Delta\varepsilon = 0,35$.

2° $\lambda_{K(2)} < \lambda < \lambda_{K(1)}$. — On peut considérer l'écran formé d'une couche d'épaisseur d_1 d'élément A_1 et d'une couche d'épaisseur d_2 d'élément A_2. On a

$$d_1 = \frac{a_1 v_1}{a_1 v_1 + a_2 v_2} d, \quad d_2 = \frac{a_2 v_2}{a_1 v_1 + a_2 v_2} d; \quad d = d_1 + d_2.$$

L'équation (13) donne les extinctions ε_1 et ε_2 des deux couches si, pour la première couche, on pose $C = C'$ et pour la deuxième $C = C''$. Il vient

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = C' \lambda^3 \Delta_1 d \frac{a_1 v_1}{a_1 v_1 + a_2 v_2} + C'' \lambda^3 \Delta_2 d \frac{a_2 v_2}{a_1 v_1 + a_2 v_2}.$$

Une équation analogue à celle-ci donne ε', d'où $\Delta\varepsilon$

$$\Delta\varepsilon = 10^{-2} \lambda^3 d \frac{v_1 v_2}{v v'} (a_1 - a'_1)(C' \Delta_1 - C'' \Delta_2). \qquad (15)$$

Exemples numériques. — *a*. Système Al-Cu comme sous 1° *a*; $\lambda = 1,54$ Å (Cu$K\alpha$), $C'' = 0,00188$, $\Delta\varepsilon = 1,64$. Comparer ce résultat avec 1° *a* et *b*.

b. Système Ni-Cu comme précédemment $\lambda = 1,436$ Å (Zn$K\alpha$) : $\Delta\varepsilon = -31,6$. Remarquer la grande valeur de $\Delta\varepsilon$, due aux discontinuités d'absorption et au choix de la radiation. C'est F. Fournier [10] qui a le premier attiré l'attention sur la possibilité de distinguer deux éléments voisins en choisissant une radiation dont la longueur d'onde se place entre les discontinuités d'absorption des éléments en question.

3° $\lambda_{K(2)} < \lambda_{K(1)} < \lambda < \lambda_L$. La valeur de $\Delta\varepsilon$ est donnée par l'équation (14) dans laquelle on remplace C' par C''.

Exemple numérique. — Système Ni-Cu comme précédemment $\lambda = 2,287$ Å (Cr$K\alpha$); $\Delta\varepsilon = 1,62$. Comparer ce résultat avec 2° *b*.

Emploi d'étalons. — Pour trouver expérimentalement la teneur a_1 d'un composant, d'après l'équation (9) ou (12) il faudrait déterminer ε, donc le rapport $\frac{I_0}{I}$, connaître C, λ, d, p_1, p_2, ρ ou v_1, v_2 et tenir compte de l'absorption par diffusion. En pratique on opère à l'aide d'une série d'étalons ce qui nous dispense de toutes ces mesures. Ce sont des plaquettes à faces plan-parallèles, de même épaisseur et, généralement, de même nature chimique que l'échantillon à analyser. La teneur en composants de la série doit être échelonnée pour couvrir l'intervalle dans lequel se trouvent les teneurs cherchées.

Ces étalons permettent de trouver expérimentalement une fonction $i = f(a)$, valable pour les conditions d'expériences strictement définies. La grandeur i peut être le courant d'ionisation, provoqué par le rayonnement transmis I, dans une chambre d'ionisation; ou bien le noircissement de la radiographie, ou, enfin, la déviation du galvanomètre indiquant le courant photoélectrique proportionnel au flux lumineux transmis par la radiographie.

Lorsqu'on utilise des étalons il n'est pas nécessaire que le rayonnement X employé soit monochromatique. La fonction $i = f(a)$ étant déterminée on s'en sert pour trouver les valeurs a_1 inconnues, correspondant aux i mesurés.

Alliages à plus de deux composants indépendants. — Soit un système de k composants indépendants $A_1, A_2, \ldots, A_{k-1}, A_k$, rangés suivant les teneurs croissantes. Dans un alliage, A_k serait alors le métal de base et A_{k-1} le constituant le plus important. Il n'est pas possible de trouver la composition d'un tel système complexe d'une manière simple. Toutefois il peut être intéressant, surtout dans les recherches métallographiques, de comparer l'absorption de ce système à l'absorption d'un système binaire A_{k-1}, A_k, qui par sa composition se rapproche le plus du système complexe. On attribue alors à l'extinction ε du système examiné une teneur a'_{k-1} du système binaire A_{k-1}, A_k. J'appelle cette valeur a'_{k-1} *indice* $k - 1$ du système $A_1, A_2, \ldots, A_k$.

La relation entre l'indice $k - 1$ et les composants du système complexe peut être déduite de la manière suivante.

Admettons l'additivité des volumes partiels de composants. Dans le système binaire A_{k-1}, A_k de teneurs a'_{k-1}, a'_k, ε' est exprimé, d'après l'équation (12) [12] :

$$\varepsilon' = C \lambda^3 d \frac{a'_{k-1} p_{k-1} + (100 - a'_{k-1}) p_k}{a'_{k-1} v_{k-1} + (100 - a'_{k-1}) v_k}. \qquad (16)$$

Par hypothèse on a $\varepsilon' = \varepsilon$, où ε est donnée par (8). D'où, pour l'indice $k - 1$:

$$a'_{k-1} = \frac{100 (p_k - v_k q)}{q (v_{k-1} - v_k) + p_k - p_{k-1}}, \qquad (17)$$

où

$$q = \frac{\Sigma a_k p_k}{\Sigma a_k v_k} = \frac{1}{v} \Sigma a_k p_k. \qquad (18)$$

Il est facile de montrer que l'équation (16) est valable même si le rayonnement utilisé n'est pas monochromatique.

Exemple numérique. — Calculons l'indice cuivre a'_{Cu} de l'alliage formé de $A_1 = $ Fe, $A_2 = $ Si, $A_3 = $ Mn, $A_4 = $ Mg, $A_5 = $ Cu, $A_6 = $ Al; $a_1 = 0,35$, $a_2 = 0,59$, $a_3 = 0,65$, $a_4 = 0,89$, $a_5 = 4,80$, $a_6 = 92,72$; $p_1 = 8\,180$, $p_2 = 1\,370$, $p_3 = 7\,110$, $p_4 = 853$,

$p_5 = 11\,120$, $p_6 = 1\,059$; $v_1 = 0{,}127\,2$, $v_2 = 0{,}425\,3$, $v_3 = 0{,}136\,9$, $v_4 = 0{,}574\,5$, $v_5 = 0{,}111\,9$, $v_6 = 0{,}370\,3$; $\Sigma\, a_k v_k = 35{,}8$; $\Sigma\, a_k p_k = 160\,700$; $q = 4\,480$; $100\,(p_6 - qv_6) = -\,60\,200$; $q\,(v_5 - v_6) = -\,1\,159$; $p_6 - p_5 = -\,10\,060$; $a'_{Cu} = 5{,}35$.

II. — Partie expérimentale.

Préparation d'échantillons. — Les échantillons métalliques sont préparés au tour. Ceux qui servent à l'étude macroscopique de la répartition des constituants ont habituellement une épaisseur de 5 mm tandis que les échantillons microradioanalytiques ont une épaisseur environ dix fois plus petite. Leurs forme et préparation ont été décrites ailleurs [3, 5, 6, 13, 14].

Préparation d'étalons. — *a. Étalons pour macroradioanalyse.* — Il est très difficile d'obtenir un alliage homogène au point de vue chimique. Lorsqu'il s'agit d'un alliage binaire, dont les volumes partiels des composants sont additifs, on peut former des étalons épais à l'aide de deux couches d'épaisseur d_1 et d_2 de métaux purs. La somme des épaisseurs est constante et égale à l'épaisseur des échantillons à examiner. Pour préparer les étalons d'un système binaire A_1, A_2 on peut procéder de la manière suivante.

Choisir l'épaisseur totale d des échantillons qui sera celle des témoins. Choisir la teneur maximum a_{1m} de métal A_1 dans la série d'étalons A_1, A_2. Calculer l'épaisseur maximum d_{1m} de métal A_1 correspondant à a_{1m}, d'après la formule

$$d_{1m} = \frac{a_{1m}\, d}{\frac{\rho_1}{\rho_2}(100 - a_{1m}) + a_{1m}}.$$

Calculer la valeur $\theta_1 = \frac{d_{1m}}{a_{1m}}$, qui représente l'épaisseur moyenne de métal A_1, correspondant à 1 pour 100 de cet élément dans l'étalon A_1, A_2, pour l'intervalle $(0, a_{1m})$.

Soit a'_1, a''_1, ... les teneurs en élément A_1 des étalons à construire. Les valeurs approximatives des épaisseurs de métal A_1 sont alors $\theta_1 a'_1$, $\theta_1 a''_1$, ... Préparer des rondelles ($\varnothing = 10$ mm) de métal, ayant les valeurs approximatives que l'on vient de calculer. Mesurer, à l'aide d'un micromètre, à quelques microns près, les épaisseurs d'_1, d''_1, ... des rondelles préparées. Calculer les épaisseurs correspondantes d'_2, d''_2, ... de métal A_2, sachant que $d'_2 = d - d'_1$, ... L'équation

$$a_1 = \frac{100\, d_1 \frac{\rho_1}{\rho_2}}{d + \rho_1\left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right)}$$

donne la valeur a_1 cherchée de chaque étalon.

Préparer, au tour, des cylindres ($\varnothing = 10$ mm) en métal A_2, dont la hauteur correspond aux valeurs d'_2, d''_2, ... trouvées. Faire dans une plaque en métal A_2 d'épaisseur d, six trous cylindriques ($\varnothing = 10$ mm), d'après le croquis représenté sur la figure 3. Préparer une feuille en métal A_1, ayant approximativement l'épaisseur correspondant au troisième étalon, perforée de la même façon que la plaque en A_2.

Fabriquer, à l'aide de la cire à modeler et de litharge une pâte dont l'opacité aux rayons X a été expérimentalement trouvée approximativement égale au troisième étalon de la série [1]. Remplir de cette pâte tous les trous de la plaque en A_2. Y enfoncer les cylindres en A_2. Enlever soigneusement l'excès de pâte d'abord à l'aide d'un couteau, puis avec du trichloréthylène. Mettre en place les rondelles en métal A_1. Enduire de colle les alentours des cylindres. Presser dessus une feuille de célophane de sorte que toute la plaque en A_2 soit recouverte. Mettre en place la tôle perforée en A_1. Recouvrir le tout d'une feuille de célophane et visser sur l'ensemble un cadre métallique (*fig.* 3).

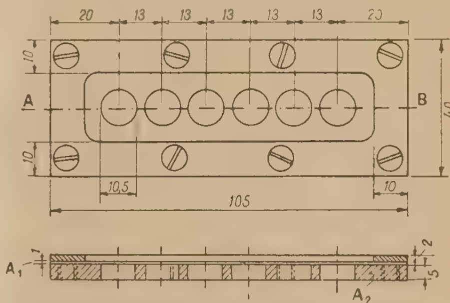


Fig. 3. — Croquis d'une série d'étalons pour macroradioanalyse.

Exemple numérique. — Système $A_1 = \text{Cu}$, $A_2 = \text{Al}$; $d = 5$ mm; $\frac{\rho_1}{\rho_2} = 3{,}30$, $a_{1m} = 15$ pour 100; $d_{1m} = 0{,}253$ mm; $\theta_1 = 0{,}017$ mm. Le tableau suivant donne les valeurs de a_1 de la première série de six étalons.

d_1 (mm)....	0	0,018	0,032	0,048	0,071	0,084
d_2 (mm)....	5	4,982	4,974	4,957	4,935	4,924
a_1 (%).....	0	1,18	2,08	3,10	4,55	5,34

Lorsqu'il s'agit d'étalons minces, pour microradioanalyse, on doit utiliser des tôles ayant les compositions désirées. Ces tôles sont usinées, sur tranche, en même temps que les échantillons, ce qui garantit l'égalité d'épaisseur de l'ensemble échantillon-étalon [3, 5, 6, 13, 14].

Émulsions photographiques. — *a. Régularité des émulsions.* — Une émulsion photographique idéale, irradiée par un faisceau parallèle de rayons X, de puissance uniformément répartie suivant toute la section, devrait donner, après développement, un noircissement uniforme.

J'ai examiné trois émulsions différentes, de dimensions 9 × 12 cm, afin de voir combien elles s'approchent de cet idéal. Il s'agissait de pellicules spéciales pour radiographie « Cristallix » Kodak-Pathé, des pellicules « Pathélith » antihalo Kodak-Pathé et des plaques « Collodium » Guilleminot.

L'émulsion, débarrassée de son papier protecteur, a été placée dans une boîte en carton, que j'appelle boîte à semi-microradiographie, au fond de laquelle se trouve une feuille de plomb [5, 6, 14]. Le dessus du couvercle de la boîte est formé d'une feuille de papier noir. L'irradiation a été effectuée à l'aide d'un tube à rayons X « Metalix » (100 kV), fonctionnant au courant alternatif. Pour les trois émulsions les conditions opératoires ont été les mêmes : tension $V = 61$ kV max; intensité du courant $I = 3$ mA; distance pellicule-foyer $D = 120$ cm. Les temps de pose ont été de 1 s pour « Cristallix », 300 s pour « Pathélith », 30 et 90 s pour « Collodium ».

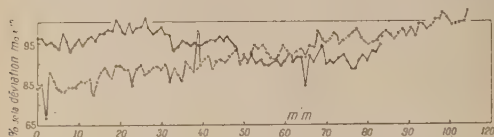


Fig. 4. — Courbes photométriques du film « Cristallix » uniformément irradié par les rayons X. Le minimum du noircissement, au milieu de la plaque, correspondant à une déviation de 100 pour 100 est $S = 0{,}77$.

Le développement des films « Cristallix » a été fait en cuve verticale, pendant 5 mn à 18°, dans du révélateur Kodak-Pathé, spécial pour rayons X. Soin a été pris de bouger le film dans tous les sens pendant le développement. Celui-ci a été arrêté dans un bain d'acide acétique (H_2O, 1 l; CH_3COOH, 10 cm³); le film a été ensuite fixé en cuve verticale, lavé, rincé dans l'acide acétique, puis dans l'eau distillée.

Les films « Pathélith » et les plaques « Collodium » ont été développés et fixés avec toutes les précautions mentionnées. Le révélateur utilisé a été formé de deux solutions : A, méthol 4 g, hydroquinone 10 g, métabissulfite de potassium 30 g, KBr 2 g, H_2O jusqu'à 1 l; B, K_2CO_3 anhydre 100 g, H_2O jusqu'à 1 l; mélange de 1 partie de A, 1 partie de B et 4 parties d'eau. Le développement a duré 7 mn à 18°, en cuve horizontale couverte.

Pour photométrer les images obtenues, j'ai utilisé le microphotomètre Zeiss pour spectres, à cellule photoélectrique à couche d'arrêt. La photométrie a été effectuée suivant les deux médianes du rectangle 9 × 12 cm, de millimètre en millimètre. La région photométrée par une mesure a été de 0,168 × 1,428 mm pour les films « Cristallix » et les plaques « Collodium ». Elle était de 0,107 × 1,428 mm pour le film « Pathélith ».

L'expérience montre que le noircissement des émulsions est loin d'être uniforme. Afin de comparer les différentes émulsions, j'ai exprimé toutes les déviations du galvanomètre du photomètre en centièmes de la déviation maximum observée pour l'émulsion donnée. Les résultats obtenus sont représentés graphiquement sur les figures 4 à 7.

Le film « Cristallix » montre la plus grande uniformité (*fig.* 4) à grande distance. Les déviations moyennes aux deux bouts extrême du film diffèrent de 15 pour 100 environ. Du fait du gros grain de l'émulsion on rencontre des variations locales de la déviation, pouvant atteindre 5 pour 100 et plus.

A grande distance les plaques « Collodium » ont

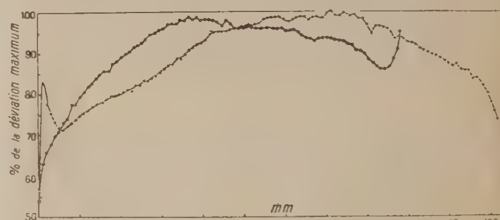


Fig. 5. — Courbes photométriques de la plaque « Collodium », uniformément irradiée par les rayons X. Noircissement minimum $S = 0{,}15$.

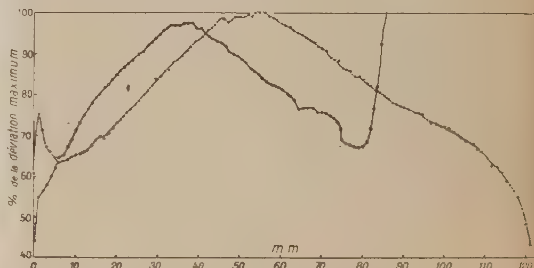


Fig. 6. — Courbes photométriques de la plaque « Collodium », uniformément irradiée par les rayons X. Noircissement minimum $S = 0{,}38$.

des noircissements très différents. Les bords de la plaque sont plus opaques que le milieu; la différence des déviations atteint 40 pour 100 pour la plaque exposée 30 s (*fig.* 5), et plus de 50 pour 100 pour la plaque exposée 90 s (*fig* 6). Par contre, à petite distance, la plaque est, à cause de son grain fin, beaucoup plus régulière que le film « Cristallix ». L'irrégularité est encore plus considérable pour le film « Pathélith », pour lequel la différence de déviation entre le bord et le centre atteint 80 pour 100 (*fig.* 7).

Cet examen montre que seul un film de genre « Cristallix » obtenu par découpage de grandes feuilles peut servir à la radioanalyse des surfaces étendues. Il ne convient pas à la microradioanalyse à cause de son gros grain. Les plaques « Collodium », préparées individuellement, peuvent être utilisées pour la microradioanalyse, où la région examinée dépasse rarement 10 mm. Il est préférable d'employer

la région centrale de la plaque qui est la plus régulière. Le film « Pathélith » ne paraît pas utilisable pour le travail radioanalytique.

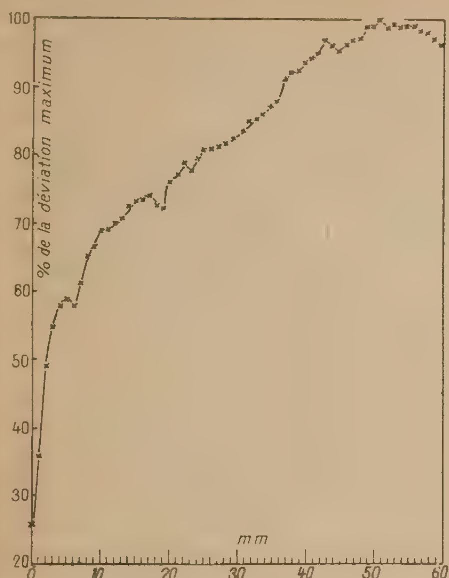


Fig. 7. — Courbe photométrique du film « Pathélith », uniformément irradié par les rayons X. Noircissement minimum $S = 1{,}08$.

b. Sensibilité des émulsions aux variations de composition chimique de l'écran. — Il est en général souhaitable d'obtenir une différence de noircissement aussi grande que possible pour une différence donnée du flux de rayons X. L'image obtenue sera alors « contrastée ».

Afin d'examiner cette propriété j'ai fait des radiographies d'étalons Al-Cu à l'aide de trois émulsions photographiques mentionnées. Toutes les radiographies ont été obtenues avec $V = 47$ kV max, $I = 3$ mA, $D = 120$ cm, étalons contre l'émulsion, le tout dans la boîte à semi-microradiographies. Le temps de pose a été de 120 s pour « Cristallix », 180 s pour « Collodium » et « Pathélith ». Les déviations du galvanomètre du photomètre, en fonction de la teneur en cuivre des étalons sont représentées sur la figure 8. Elle montre que les trois courbes obtenues sont pratiquement rectilignes entre les noircissements $1{,}03 > S > 0{,}53$ pour « Cristallix », $0{,}92 > S > 0{,}15$ pour « Collodium » et $0{,}44 > S > 0{,}14$ pour « Pathélith ».

La partie rectiligne de ces courbes a la plus grande pente pour « Cristallix » et la plus faible pour « Pathélith ». Lorsque c'est possible on se servira donc des films spéciaux pour rayons X. La plaque « Collodium » est à préférer au film « Pathélith ».

Rayonnement parasite. — Lorsqu'un faisceau de rayons X passe à travers un écran, une partie du rayonnement est diffusée en tous sens. A la sortie de l'écran l'intensité de ce rayonnement est faible et gêne peu la formation de l'image radiographique. Par contre, le rayonnement diffusé par la matière en dehors de l'écran peut devenir gênant et fausser le résultat radioanalytique. Il importe donc de prendre des précautions pour éviter l'action de ce rayonnement parasite.

Soit P la pièce à radiographier, F le film, S un support (*fig.* 9). La distance D_1 sépare la pièce du film, et la distance D_2 le film du support. Les parties du film et du support, en dehors de l'ombre projetée

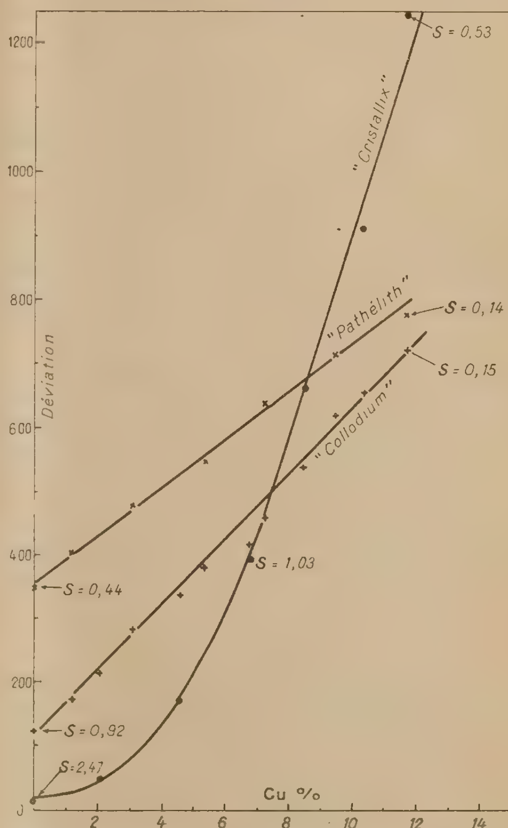


Fig. 8. — Courbes d'étalonnage Al-Cu. Déviation du galvanomètre du photomètre en fonction de la teneur en cuivre des étalons et de l'espèce de l'émulsion photographique.

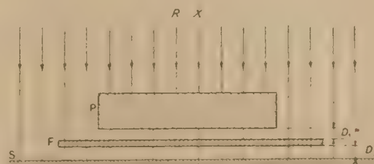


Fig. 9. — Représentation schématique de la disposition de la pièce P, du film F et du support S, lors de la prise d'une radiographie.

de P, sont irradiées par un flux intense de rayons X. Elles deviennent, de ce fait, source d'un rayonnement secondaire qui se propage dans toutes les directions. Ce rayonnement peut noircir la partie du film sur laquelle se forme l'image radiographique de la pièce.

La disposition géométrique de la pièce P du film F et du support S doit aussi avoir une influence sur l'action du rayonnement diffusé.

Pour obtenir le noircissement convenable de la

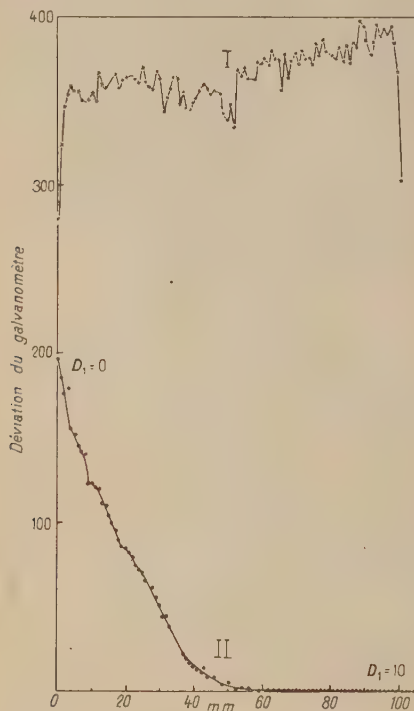


Fig. 10. — Influence du rayonnement diffusé. Prisme en fer. Courbe I : $D_1 \approx D_2 \approx 0$;
Courbe II : $0 < D_1 < 10$ mm, $D_2 \approx 0$. $V = 61$ kV; $t = 150$ s.

radiographie il faut qu'une certaine énergie E de rayonnement X tombe sur l'unité de surface de l'émulsion photographique. Puisque la puissance du faisceau émergeant est I et le temps de pose t, on a

$$E = It = I_0 t \, e^{-\varepsilon}.$$

Durant le même temps, le film et le support reçoivent le rayonnement incident de puissance I_0, donc une énergie, par unité de surface E_0

$$E_0 = I_0 t.$$

Il semble, *à priori*, toutes choses restant égales d'ailleurs, que le noircissement de la radiographie par le rayonnement parasite sera augmenté lorsque la différence $E_0 - E = I_0 t (1 - e^{-\varepsilon})$ ou le rapport $\frac{E_0}{E} = e^{\varepsilon}$ croissent. Le noircissement parasite doit augmenter lorsque D_1 et D_2 croissent de zéro à une certaine valeur. Il est évident que si D_2 devient très grand, l'action du rayonnement diffusé peut devenir négligeable. Ces suppositions sont confirmées par les expériences suivantes.

a. Influence de D_1. — Dans la boîte à semi-microradiographies est placé un morceau de film radiographique contre le support en Pb. On a alors $D_2 \approx 0$. On dispose de deux prismes identiques en Al ou en Fe de dimensions $5 \times 5 \times 100$ mm. Le premier prisme repose entièrement sur le film. Pour lui $D_1 \approx 0$ partout. Un bout seulement du second prisme est directement appuyé sur le film, l'autre bout repose sur une calle de 10 mm de hauteur, de sorte que D_1 varie de 0 à 10 mm. Les radiographies obtenues ont été photométrées suivant la longueur. La figure 10 montre les courbes correspondant aux prismes en fer, radiographiés à $V = 61$ kV, $I = 3$ mA, $D = 120$ cm, $t = 150$ s. La courbe I se rapporte au prisme couché sur le film ($D_1 \approx 0$), tandis que la courbe II correspond au D_1 variable de 0 à 10 mm. Dans le dernier cas on remarque nettement la baisse de la transparence due au rayonnement diffusé. Elle passe par un minimum. Aux erreurs d'expérience près, la transparence de la radiographie du premier prisme n'est pas perturbée par le rayonnement parasite.

b. Influence de D_2. — On modifie l'expérience précédente de telle façon que le film repose sur deux calles identiques de 10 mm de hauteur, éloignées de 100 mm, l'une de l'autre. L'un des prismes en fer repose sur le film ($D_1 \approx 0$). Le support de plomb est disposé en plan incliné au-dessous du film, de sorte que sa distance D_2 au film varie de 0 à 10 mm. Pour l'autre prisme, servant de témoin, on réalise $D_1 \approx D_2 \approx 0$. La radiographie est faite dans les mêmes conditions que celle sous *a*. La figure 11 montre le résultat de la photométrie des radiographies. On remarque (courbe II) l'influence considérable de D_2 sur l'action du rayonnement diffusé. Lorsque D_2 a atteint 5 mm, le film, dans les conditions photométriques choisies, est devenu complètement opaque, bien qu'à la même distance de la calle le témoin montre (courbe I) une déviation du galvanomètre de 360 mm environ.

c. Influence de E_0 *et* E. — Des expériences analogues à celles décrites sous *b* ont été effectuées avec des prismes en aluminium. Dans une première expérience (*fig.* 12), la tension maximum employée a été de $V = 32$ kV ($I = 3$ mA, $D = 120$ cm), ce qui a nécessité un temps de pose $t = 480$ s. Dans l'autre expérience (*fig.* 13) la tension a été élevée à 61 kV, les autres conditions restant les mêmes, ce qui a permis de baisser le temps de pose à 5 s. On voit la forte perturbation provoquée dans le premier

cas par le rayonnement diffusé et l'absence quasi complète de perturbation dans le second cas.

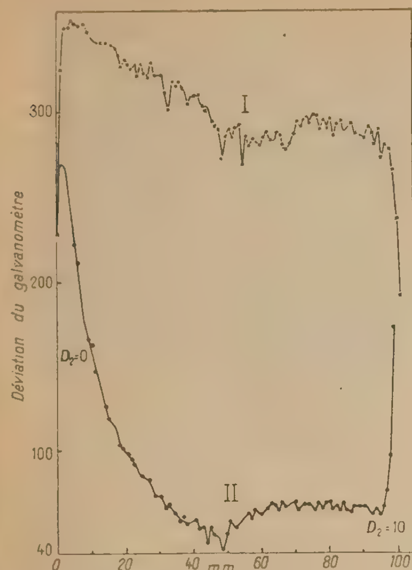


Fig. 11. — Influence du rayonnement diffusé. Prisme en fer.

Courbe I : $D_1 \approx D_2 \approx 0$;
Courbe II : $D_1 \approx 0$, $0 < D_2 < 10$ mm. $V = 61$ kV; $t = 150$ s.

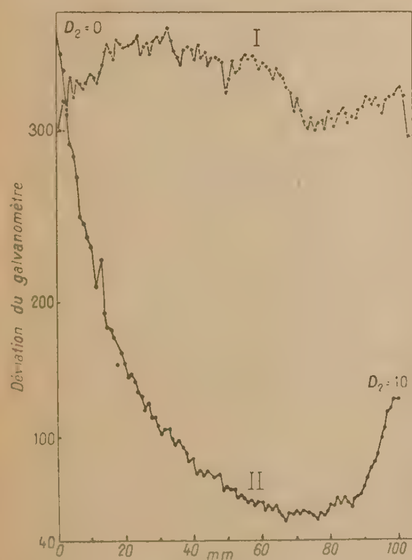


Fig. 12. — Influence du rayonnement diffusé.
Prisme en aluminium.

Courbe I : $D_1 \approx D_2 \approx 0$;
Courbe II : $D_1 \approx 0$, $0 < D_2 < 10$ mm. $V = 32$ kV; $t = 480$ s.

d. Protection contre le rayonnement diffusé. — C'est précisément dans les conditions d'obtention des bonnes radiographies, que la différence $E_0 - E$ est grande et que le rayonnement diffusé est le plus à craindre. Puisqu'il est impossible de faire réellement $D_1 = D_2 = 0$, il faut trouver un autre moyen de supprimer le danger du rayonnement diffusé.

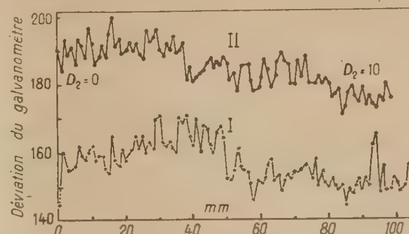


Fig. 13. — Influence du rayonnement diffusé.
Prisme en aluminium.

Courbe I : $D_1 \approx D_2 \approx 0$;
Courbe II : $D_1 \approx 0$, $0 < D_2 < 10$ mm. $V = 61$ kV; $t = 5$ s.

J'entoure les pièces épaisses, ou en matières fortement absorbantes (grands ε) d'une couche de pâte fabriquée avec de la pâte à modeler contenant quelques pour cent de litharge [1, 12]. Il me semble désirable que la pâte présente la même opacité aux rayons X que la pièce.

Lorsqu'il s'agit de semi-microradiographies le problème est plus simple, car les échantillons sont minces, $E_0 - E$ est petit, et ils sont, en outre, entourés habituellement d'une épaisseur considérable de métal qui protège la radiographie du rayonnement diffusé de l'intérieur du support en plomb.

Obtention de radiographies. — Les macroradiographies sont obtenues de la manière suivante.

Sur une table recouverte de plomb est posé le film radiographique, placé dans une enveloppe en papier. La série d'étalons et la plaque à examiner sont mises sur l'enveloppe. La plaque est entourée de pâte équiopaque, comme le montre la figure 14. Le tout est irradié par les rayons X provenant d'un foyer éloigné de 80 à 120 cm.

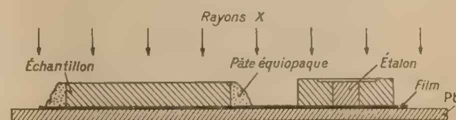


Fig. 14. — Schéma de prise d'une macroradiographie.

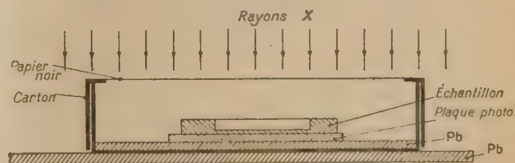


Fig. 15. — Schéma de prise d'une semi-microradiographie.

Lorsqu'il s'agit de la semi-microradiographie, la plaque photographique est placée sur la feuille de plomb qui se trouve au fond de la boîte à semi-microradiographie. Sur la couche sensible est placé l'échantillon usiné et le tout est irradié par les rayons X (*fig.* 15). Lahodny et Nonveiller [3], utilisant cette méthode ont décrit une modification de la prise de semi-microradiographies.

Exemples de macroradiographie et de semi-microradiographie. — La figure 16 montre une partie de la macroradiographie ($V = 47$ kV, $I = 3$mA, $D = 120$ cm, $t = 210$ s) d'une coupe de 5 mm d'un culot d'alliage Al-Sb, refroidi lentement dans un creuset. On remarque très nettement comment le constituant AlSb, s'est déposé sous l'influence de la gravitation, lorsque l'alliage a été partiellement liquide. L'antimoine ($\log\Delta = 5{,}570$) absorbe davantage que l'aluminium ($\log\Delta = 3{,}456$) et c'est pourquoi les cristaux de la combinaison intermétallique AlSb paraissent sombres sur la copie de la radiographie initiale.

Préparons la radiographie d'une coupe de 0,5 mm

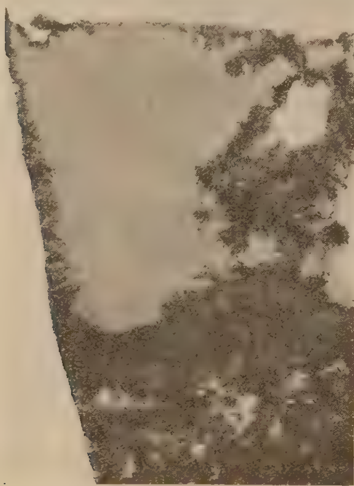


Fig. 16. — Macroradiographie d'une partie d'une coupe de 5 mm d'épaisseur d'un culot en alliage contenant 5 pour 100 de Sb le reste Al, refroidi lentement dans le creuset. Ségrégation de l'antimoine sous l'influence de la gravitation (Grandeur naturelle).

du même culot, en utilisant une plaque à grain fin et agrandissons la radiographie une vingtaine de fois. La semi-microradiographie obtenue (*fig.* 17, $V = 47$ kV, $I = 3$ mA, $D = 60$ cm, $t = 300$ s, $\gamma = 21$) montre nettement les cristaux individuels de AlSb entourés d'alliage eutectique Al-AlSb.

La macroradiographie et la semi-microradiographie ont trouvé de nombreuses applications [1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 13, 14].

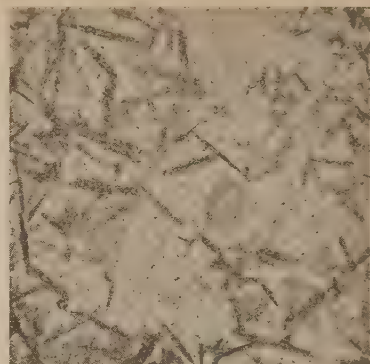


Fig. 17. — Semi-microradiographie de l'alliage Al-Sb de la figure 16. Grossissement = 21.

Exemple de macroradioanalyse. — Une plaque de 5 mm d'épaisseur a été découpée perpendiculairement à l'axe d'une billette en alliage contenant : Zn, 8,5; Cu, 1,5; Mg, 2,5; Cr, 0,25; le reste aluminium et ses impuretés habituelles. Elle a été radiographiée avec une série d'étalons Al-Zn, épais de 5 mm, sur film « Périapical ». Les étalons et la radiographie ont été photométrés à l'aide du microphotomètre enregistreur Chalonge. La figure 18 reproduit l'enregistrement photométrique de la première série d'étalons, tandis que la figure 19 représente l'enregistrement de la radiographie, suivant un diamètre, à partir du centre de la plaque. On remarque les changements locaux de l'indice Zn, ainsi que sa baisse vers la périphérie de la billette.

On trouvera d'autres applications de la radioanalyse dans les travaux [1, 2].

Exemple de microradioanalyse. — J'ai utilisé la microradioanalyse pour l'étude de la diffusion du cuivre dans l'aluminium [13, 14]. Il s'agissait des tôles dont l'âme consistait en un alliage d'aluminium contenant : Cu, 4,0; Mg, 1; Mn, 0,8; Si, 0,7; Fe, 0,3 pour 100, tandis que les faces extérieures étaient en aluminium pur.

Les tôles ont été usinées [6, 13, 14] ensemble avec des tôles contenant des quantités connues, croissantes de cuivre, servant d'étalons. L'épaisseur de la partie usinée a été de 1 mm. Le tout a été radiographié sur plaques « Collodium » et photométré. Les étalons donnent directement l'échelle des ordonnées en indice Cu, tandis que l'axe des abscisses est la distance, grossie vingt fois, à partir de la surface de la tôle. La figure 20 montre trois courbes d'enregistrement photométrique indiquant la progression du cuivre dans la couche externe, en fonction du temps de chauffe à 500°.

Remarquons que l'âme elle-même peut servir d'étalon si sa composition est connue et si la déviation du galvanomètre du photomètre est une fonction linéaire de la teneur en composant que l'on dose [14].

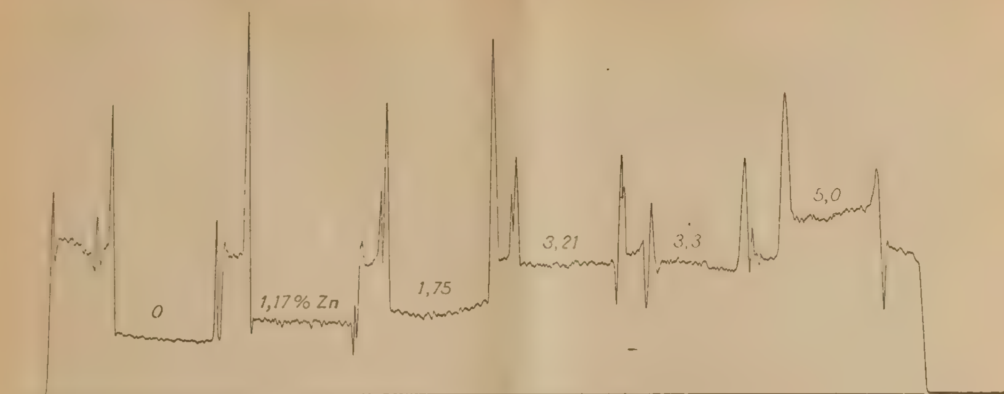


Fig. 18. — Enregistrement photométrique de la radiographie d'une série d'étalons Al-Zn. Photomètre Chalonge. (Réduit de moitié à la reproduction.)

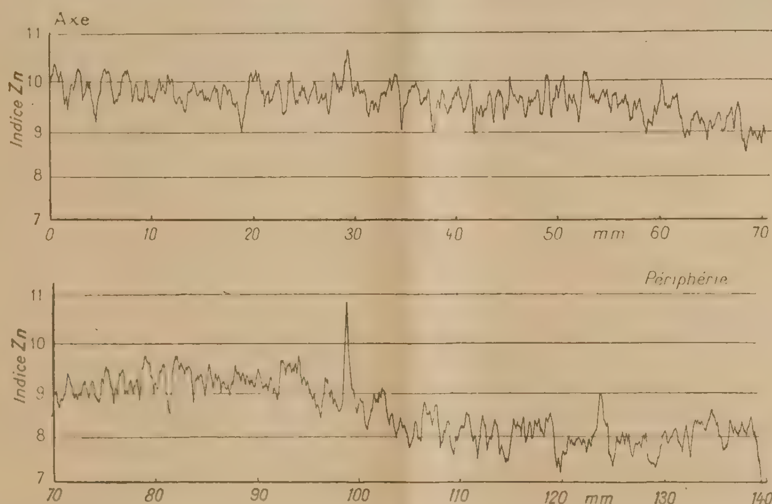


Fig. 19. — Radioanalyse d'une coupe de billette. Enregistrement photométrique d'une radiographie d'une coupe d'une billette en alliage Al-Zn-Cu-Mg-Cr. L'origine correspond à l'axe de la billette. L'échelle des ordonnées est obtenue à l'aide de courbes du genre de celle de la figure 18. (Réduit de moitié à la reproduction.)

Caractère microanalytique de la radioanalyse. — Une mesure photométrique de la macroradiographie nécessite une surface de l'ordre de $0,1 \times 1,5$ mm. Pour une épaisseur de l'échantillon d'Al-Cu de 5 mm, et une densité de 3 g : cm^3, cette région correspond à une masse de l'ordre de $0,1 \times 1,5 \times 5 \times 3 = 2$ mg de matière. Dans cette quantité il est facile de déceler la présence de 0,2 pour 100 de Cu, ce qui correspond à une quantité de cuivre de l'ordre de deux cinq centièmes, soit 0,004 mg ou 4 γ.

Lorsqu'on photomètre des semi-microradiographies, la quantité de matière correspondant à une mesure photométrique est de l'ordre de $0,02 \times 1 \times 0,5 \times 3 = 0,03$ mg; la quantité de cuivre décelable facilement est 500 fois plus petite, donc 0,06 γ.

Ces chiffres montrent que les méthodes radioanalytiques décrites sont véritablement des méthodes microanalytiques. En outre la radioanalyse donne la composition d'une très petite région de l'écran, d'où son caractère topologique.

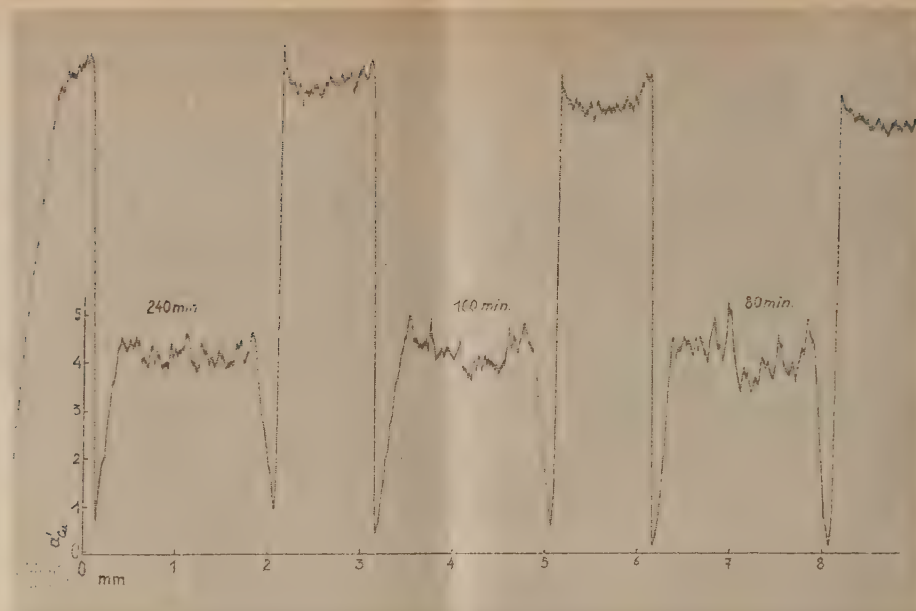


Fig. 20. — Microradioanalyse des tôles en alliages Al-Cu-Mg-Mn-Fe-Si plaquées avec de l'aluminium pur, et chauffées des temps variables à 500° C. Microphotomètre enregistreur Chalonge. (Réduit d'un tiers à la reproduction.)

Manuscrit reçu le 21 octobre 1950.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Paić M. — Application de la radioanalyse à la Métallurgie. *Rev. Métall.*, 1944, **41**, 1-11.

[2] Paić M. — Étude aux rayons X de la structure des alliages aluminium-plomb et aluminium-plomb-magnésium. *Rev. Métall.*, 1947, **44**, 363.

[3] Lahodny A. et Nonveiller F. — Quelques exemples d'application de la semi-microradiographie aux alliages d'aluminium coulés. *Journées métallurgiques d'automne* (16-20 octobre 1950). *Rev. Métall.* (à l'impression).

[4] Goby P. — Une application nouvelle des rayons X. *C. R. Acad. Sc.*, 1913, **156**, 686.

[5] Paić M. — Semi-microradiographie, moyen d'investigation en métallographie. *C. R. Acad. Sc.*, 1942, **213**, 572.

[6] Paić M. — Semi-mikroradiografija i njena primjena narocito u metalurgiji lakih metala. *Rad Jug. Akad.* (à l'impression). Semi-microradiographie et son application en particulier dans la Métallurgie des métaux légers. *Bull. Inter. Acad. Youg. Sc.* (à l'impression).

[7] Berthold R. — Vergrösserte Röntgenraumbilder von Metalldünnschliefen, *Metallwirtschaft*, 1941, 694.

[8] Wiest P. — Anwendungsmöglichkeiten von Röntgenröhren mit kleinen Brennflecken. Röntgentagung, Prag 16-17 mai 1941. Résumé : *Chem. Fabrik*, 1941, **14**, 340.

[9] Dauvillier S. A. — *C. R. Acad. Sc.*, 1930, **190**, 128-.

[10] Fournier F. — Technique et possibilités de la Microradiographie. *Rev. Métall.*, 1938, **35**, 349.

[11] Paić M., dans les articles de Trillat J. J. — Microradiométallographie, *Rev. Scient.*, 1940, **4**, 212; *Rev. Aluminium*, 1945, **22**, 44-53; *Soc. Ind. Phot.*, 19[illegible], **13**, 1-11.

[12] Paić M. — Radioanalyse. *C. R. Acad. Sc.*, 1942, **215**, 483-485.

[13] Paić M. — Microradioanalyse. Application à la diffusion des métaux. *C. R. Acad. Sc.*, 1945, **220**, 559-561.

[14] Paić M. — Application de la méthode microradioanalytique à l'étude de la diffusion du cuivre dans l'aluminium en présence du calcium. *Journées métallurgiques d'automne* (16-20 octobre 1950). *Rev. Métall.* (à l'impression).

[15] Bragg W. L. — The Crystalline State I, London, 1933.

[16] Compton A. H. et Allison, S. K. — X-Rays in Theory and Experiment, New-York, 1947.

[17] Broniewski W. — Introduction à l'étude des alliages, Paris, 1918.

UN SÉLECTEUR DE COÏNCIDENCES ET D'ANTICOÏNCIDENCES

Par G. VALLADAS.
Commissariat à l'Énergie atomique.
Laboratoires du Fort de Châtillon, Fontenay-aux-Roses (Seine).

Sommaire. — On décrit un sélecteur de coïncidences comportant trois voies et une voie d'anticoïncidence. Le temps de résolution peut être ajusté entre 0,1 et 2 µs.

1. Introduction.

A. **Généralités.** — Pour mettre en évidence des particules de grande énergie ou l'émission de particules simultanées, on a souvent recours à des détecteurs en coïncidence. Ces détecteurs sont connectés à un dispositif électronique qui enregistre une unité chaque fois qu'il reçoit des impulsions simultanées de la part de chacun des détecteurs utilisés. Un tel dispositif est nommé *sélecteur de coïncidences.*

De nombreux travaux ont été consacrés à des expériences faisant appel à cette technique. Un petit nombre seulement décrivent de façon détaillée les circuits utilisés. C'est pourquoi nous avons cru utile de consacrer une étude particulière à un sélecteur de ce genre mis au point dans notre laboratoire.

Dans ce qui suit, nous nous proposons d'analyser le fonctionnement d'un sélecteur de coïncidences comprenant trois voies et une voie d'anticoïncidence.

B. **Description.** — La figure 1 schématise l'ensemble du dispositif. Chacun des détecteurs D_1, D_2, D_3 qui peuvent être, ou bien des compteurs de Geiger, ou bien des compteurs à scintillation, etc., est connecté à un canal d'adaptation qui a pour but d'amplifier et de standardiser les impulsions reçues. Ces impulsions sont ensuite acheminées vers le circuit de sélection des coïncidences. Un dispositif de comptage V_1 (échelle) dénombre les coïncidences détectées.

Le détecteur D_4 est connecté par l'intermédiaire de ses circuits d'adaptation au circuit de sélection des anticoïncidences. Ce dernier est également réuni au circuit de sélection des coïncidences. Un second dispositif de comptage V_2, dénombre les anticoïncidences, c'est-à-dire les signaux provenant du circuit de sélection des coïncidences non accompagnés de signaux provenant du canal d'anticoïncidence.

Coïncidences. — La simultanéité des impulsions reçues par le sélecteur de coïncidences n'est définie qu'au temps de résolution près de cet appareil que nous désignerons par τ.

Parmi les coïncidences enregistrées, un certain nombre sont des coïncidences fortuites. On nomme ainsi les coïncidences provenant d'impulsions quasi synchrones qui n'ont pas pour origine le même événement nucléaire. Dans le cas le plus simple, celui des coïncidences doubles, la fréquence des coïncidences fortuites est pratiquement proportionnelle à τ. C'est pour cette raison qu'on s'efforce

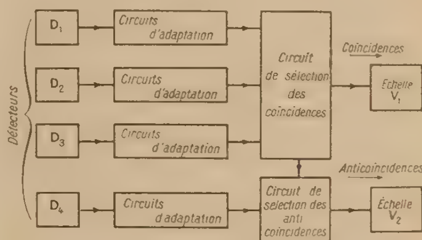


Fig. 1.

d'obtenir un temps de résolution τ aussi petit que possible. Une limite inférieure de τ est cependant assignée par les fluctuations de retard dans les détecteurs.

Rappelons, en effet, qu'il y a toujours un certain retard entre l'instant où une particule touche un détecteur et l'instant où l'impulsion produite atteint le niveau du déclenchement de l'appareil. Ce retard peut se décomposer en deux parties : l'une provenant du détecteur lui-même, laquelle est sujette à des fluctuations statistiques, l'autre, provenant des circuits, est constante entre certaines limites et peut être compensée.

Pour ne pas perdre de coïncidence, on est conduit à choisir un temps τ supérieur à l'écart maximum entre les retards introduits par les détecteurs utilisés.

L'appareil étudié présentement possède des circuits interchangeables qui permettent de donner à τ des valeurs échelonnées entre 0,1 et 2 µs.

Retard dans les circuits. — Examinons les retards introduits dans chaque voie par les circuits d'adaptation dont le schéma de principe est représenté sur la figure 2.

La tension de déclenchement S du monovibrateur peut être réglée en agissant sur la polarisation $\mathcal{U}_p$.

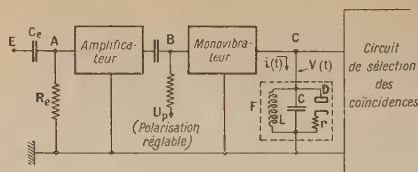


Fig. 2.

Dès que l'élongation d'une impulsion reçue en B dépasse la tension S, le monovibrateur provoque le passage d'un courant constant et bien défini dans le circuit oscillant F. Une diode D amortit le circuit dès le début de la demi-alternance positive. Dans ces conditions, le signal recueilli se réduit à la première demi-alternance (négative), sa durée

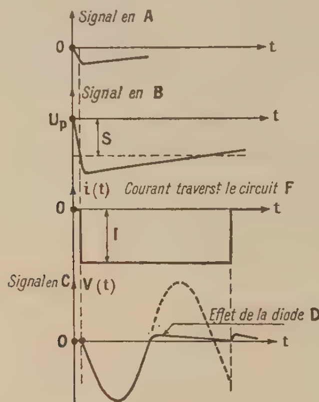


Fig. 3.

étant celle de la demi-période du circuit oscillant (*fig.* 3).

Supposons d'abord que l'on applique en E un

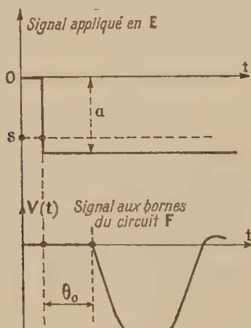


Fig. 4.

signal-saut d'amplitude *a*. L'élongation du signal à la sortie de l'amplificateur met un certain temps pour atteindre la tension de déclenchement du monovibrateur et ce dernier circuit ne répond pas instantanément. Appelons θ_0 l'intervalle de temps compris entre l'instant d'application du signal à l'entrée et l'instant où une tension oscillante s'établit aux bornes du circuit F (*fig.* 4).

Appelons également *s* le seuil de déclenchement du monovibrateur vu de l'entrée de l'amplificateur. Le retard θ_0 est d'autant plus petit que *a* est plus grand et augmente avec *s*.

Avec les circuits qui seront décrits, θ_0 reste compris entre 5.10^{-8} s et 10^{-7} s environ.

Appelons θ le retard observé dans le cas où l'impulsion appliquée présente un temps de montée fini. Son évaluation précise est difficile, cependant on peut énoncer la règle suivante : θ est toujours compris entre le temps θ_s mis par l'élongation de

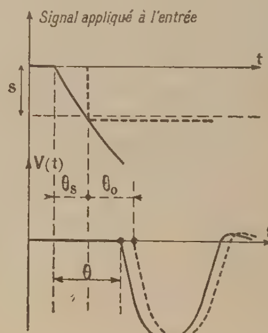


Fig. 5.

l'impulsion pour atteindre une valeur correspondante au seuil *s* et le temps $\theta_s + \theta_0$, θ_0 étant le temps que nous avons défini plus haut (*fig.* 5).

Fréquence des impulsions. — Pour que chaque voie puisse transmettre sans pertes appréciables des impulsions de fréquence moyenne élevée, on est conduit à limiter la durée des impulsions appliquées à l'entrée. On réduit ainsi la probabilité pour que les impulsions se superposent aux résidus des impulsions qui les précèdent, aux différents points des circuits traversés.

L'effet de ces résidus peut être cumulatif et entraîner une variation de la tension moyenne à l'entrée du monovibrateur, celle-ci dépendant de la durée des impulsions appliquées et de leur fréquence moyenne.

Quand les impulsions fournies par le détecteur présentent un long temps de retour, on différentie ces impulsions au moyen du circuit constitué par la capacité C_e et la résistance R_e placé à l'entrée de l'amplificateur comme le montre la figure 2. Le résultat obtenu est illustré par la figure 6.

Un autre phénomène doit être pris en considération. Nous verrons en effet, qu'après chaque demi-oscillation du circuit F, il doit s'écouler un certain

temps avant que la self L se soit suffisamment déchargée à travers la résistance r et la diode D pour qu'une nouvelle impulsion puisse provoquer à son tour l'apparition d'une demi-oscillation.

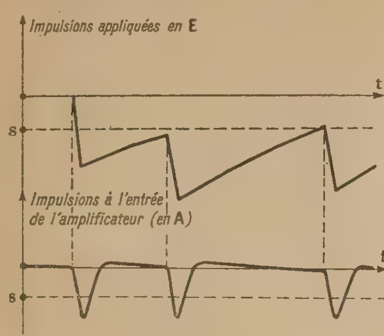


Fig. 6.

Circuit de sélection des anticoïncidences. — Ce circuit est un simple relais interposé entre le circuit de coïncidence et le dispositif de comptage, mais ce relais doit être non conducteur chaque fois qu'un signal lui est fourni par le circuit d'adaptation de la voie d'anticoïncidence. Ce dernier signal peut donc recevoir le nom de *signal de blocage*. Sa durée δ doit être choisie de telle sorte qu'elle recouvre largement le signal de coïncidence.

Il peut arriver que le signal de blocage se présente avec un certain retard relativement au signal de coïncidence. Pour remédier à cet inconvénient, le signal de coïncidence est retardé d'un temps φ suffisant pour que le signal de blocage se présente toujours avec une légère avance relative (*fig.* 7). La valeur de φ adoptée ici est égale à $2\,\mu s$.

Une impulsion peut parvenir à la voie d'anticoïncidence pendant la durée δ du signal de blocage provoqué par l'impulsion qui la précède. Quand cela se produit, le signal de blocage déjà amorcé doit être prolongé automatiquement d'un intervalle de

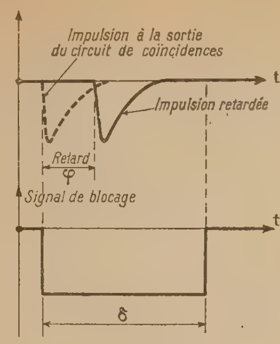


Fig. 7.

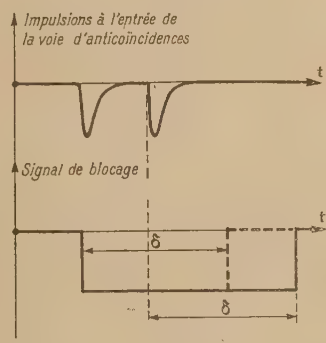
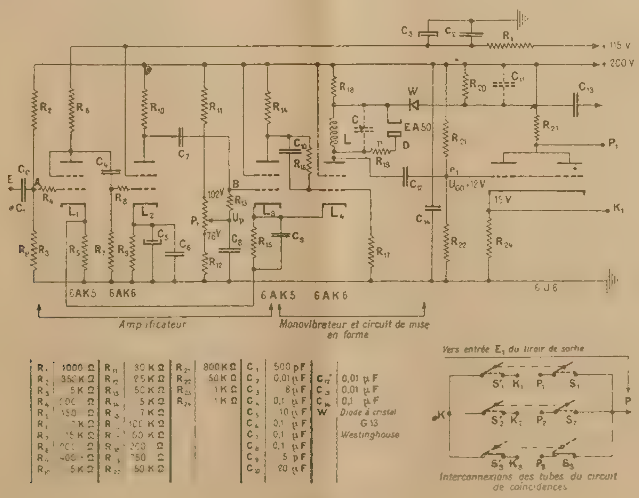


Fig. 8.

temps δ commençant à l'instant de la seconde impulsion (*fig.* 8) [1].

Un circuit à mémoire assume cette fonction et interdit ainsi toute possibilité d'enregistrement d'une anticoïncidence parasite.



R_1	1000 Ω	R_{11}	30 KΩ	R_{21}	800 KΩ	C_1	500 pF		
R_2	350 KΩ	R_{12}	25 KΩ	R_{22}	50 KΩ	C_2	0.01 µF	C_{12}	0,01 µF
R_3	5 KΩ	R_{13}	50 KΩ	R_{23}	1 KΩ	C_3	8 µF	C_{13}	0.01 µF
R_4	200 Ω	R_{14}	5 KΩ	R_{24}	1 KΩ	C_4	0,1 µF	C_{14}	0,1 µF
R_5	150 Ω	R_{15}	7 KΩ			C_5	10 µF	W	Diode à cristal G 13 Westinghouse
R_6	[illegible] KΩ	R_{16}	100 KΩ			C_6	0,1 µF		
R_7	15 KΩ	R_{17}	60 KΩ			C_7	0,1 µF		
R_8	[illegible] Ω	R_{18}	200 Ω			C_8	0,1 µF		
R_9	[illegible] Ω	R_{19}	750 Ω			C_9	5 pF		
R_{10}	5 KΩ	R_{20}	50 KΩ			C_{10}	20 µF		

Fig. 9.

2. Circuits d'adaptation et de mise en forme d'une voie de coïncidence.

Les circuits d'daptation de l'une des trois voies de coïncidence sont schématisés par la figure 9

L'entrée E est destinée à recevoir les impulsions négatives provenant du détecteur et transmises par un tube à cathode asservie (*fig.* 10).

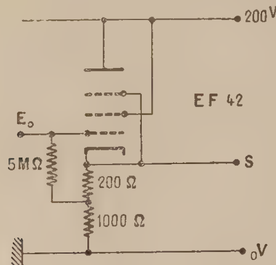


Fig. 10.

A. **Amplificateur et monovibrateur.** — L'amplificateur est constitué par les tubes L_1 et L_2 (6 AK 5) et comporte une contre-réaction par l'intermédiaire du circuit de cathode du tube L_3. Ce dernier tube appartient au monovibrateur dont le second tube L_4 est bloqué à l'état de repos.

Lors de l'application d'une impulsion négative en E, une impulsion négative apparaît sur l'anode du tube L_2; la tension de cathode du tube L_3 suit linéairement les variations de la tension appliquée à la grille de commande. Ceci reste vrai tant que le tube L_4 reste bloqué, ce que nous supposons pour l'instant.

Le gain G de l'amplificateur a pour expression :

$$G = \frac{1}{K + \frac{1}{G_0}},$$

où $K = \frac{R_5}{R_{10}}$ désigne le taux de contre-réaction et G_0 le gain de l'amplificateur sans contre-réaction. On a $K \simeq \frac{1}{47}$ et G_0 est approximativement égal à 300. On en déduit $G \simeq 40$, valeur qui correspond bien à la valeur expérimentale.

La capacité C_9 a pour but d'atténuer la suroscillation du signal recueilli sur l'anode du tube L_2 quand on applique à l'entrée un signal-saut.

Le temps de réponse de l'amplificateur, si l'on nomme ainsi le temps mis par l'élongation du signal sur l'anode de L_2 pour passer de 0 au 9/10e de son amplitude maximum, quand on applique un signal-saut à l'entrée, est inférieur à $0{,}8 . 10^{-7}$ s.

L'amplificateur répond linéairement et la contre-réaction agit tant que le tube L_4 reste bloqué.

Cependant, à la suite de la montée du potentiel de l'anode de L_3, transmise à la grille de L_4 par le diviseur formé de l'ensemble des résistances R_{16} et R_{17}, et de l'effondrement du potentiel de cathode, il arrive un instant où L_4 commence à conduire (seuil S) et le monovibrateur déclenche. Cela entraîne le blocage du tube L_3, le tube L_4 débitant alors un courant dont l'intensité vaut sensiblement 8 mA. Il s'ensuit une augmentation d'environ 4 V de la tension de cathode de L_3 dont une fraction est transmise à la cathode de L_1. L'augmentation du potentiel de la cathode de L_1 équivaut à une diminution de même valeur du potentiel de la grille de commande de ce tube. Comme la contre-réaction n'agit plus, les variations de la différence de potentiel entre la grille et la cathode de L_1 sont maintenant amplifiées avec le gain G_0 de l'amplificateur sans contre-réaction. L'aspect des signaux à l'entrée de l'amplificateur, sur l'anode de L_2 et sur la cathode de L_3 est montré par la figure 11.

Sensibilité. — La tension de déclenchement S du monovibrateur varie linéairement en fonction de la tension de polarisation de la grille de commande de L_3. Celle-ci peut être réglée entre 10 et 40 V environ en agissant sur le potentiomètre P_1. La tension de

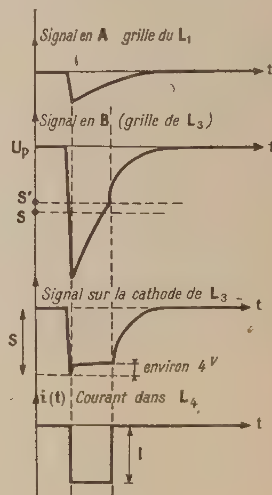


Fig. 11.

déclenchement vue de l'entrée s peut donc être ajustée entre 0,25 et 1 V.

Retard. — Nous avons mesuré le retard θ_0 entre l'instant d'application d'un signal rectangulaire d'amplitude a et le début de l'oscillation aux bornes de la self (*fig.* 4). Les résultats sont les suivants :

Au maximum de sensibilité ($s = 0{,}25$ V), θ_0 varie de 0,1 μs à 0,05 μs environ, quand a passe d'une valeur légèrement supérieure à 0,25 V à une valeur suffisante pour saturer l'amplificateur.

Au minimum de sensibilité ($s = 1$ V), θ_0 varie de 0,12 μs à 0,08 μs environ, quand a passe d'une

valeur légèrement supérieure à 1 V à une valeur provoquant la saturation de l'amplificateur.

Durée de l'impulsion appliquée. — Nous avons dit que, lorsque l'impulsion fournie par le détecteur présente un long temps de retour, on a avantage à différentier l'impulsion au moyen du circuit constitué par la capacité C_e et la résistance R_e.

Nous supposerons, dans ce qui suit, que le temps de retour du signal fourni par le détecteur est très grand. On fera donc usage d'un circuit de différentiation et l'on donnera à la constante de temps $C_e R_e$ une valeur suffisamment petite en respectant la condition qui sera définie dans le paragraphe suivant. Signalons toutefois qu'on peut différentier l'impulsion dès l'électrode collectrice du détecteur en donnant à la constante de temps de décharge $C_0 R_0$ de cette électrode une valeur égale à la constante de temps $C_e R_e$ qu'on aurait choisie.

Durée du déclenchement. — Le monovibrateur retombe dans son état initial quand l'élongation de l'impulsion reçue par sa grille de commande repasse en décroissant par une valeur de quelques volts inférieure à celle qui était nécessaire à son déclenchement (*fig.* 11). La durée du déclenchement dépend de S et de la constante de temps $C_e R_e$

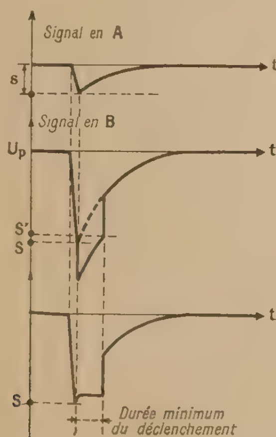


Fig. 12.

(R_2 est en effet beaucoup plus grande que R_e). Elle diminue avec l'amplitude de l'impulsion appliquée mais, du fait du signal positif reçu par la cathode de L_1 à l'instant du déclenchement, elle ne peut descendre au-dessous d'une certaine valeur atteinte quand l'amplitude de l'impulsion est égale à s (*fig.* 12). $C_e R_e$ doit être choisi de manière que la durée de déclenchement du monovibrateur soit un peu supérieure à la demi-période $\frac{T}{2}$ du circuit oscillant. Une valeur de $C_e R_e$ égale à 3 μs conduit à une durée de déclenchement toujours supérieure à la demi-période la plus longue qu'on s'est proposé d'obtenir (2 μs).

B. **Circuit de mise en forme.** — Nous avons déjà signalé que la mise en forme des signaux appliqués à l'entrée du circuit de coïncidence était confiée à un circuit oscillant [2]. Ce circuit est placé en série avec le tube L_4 (*fig.* 9).

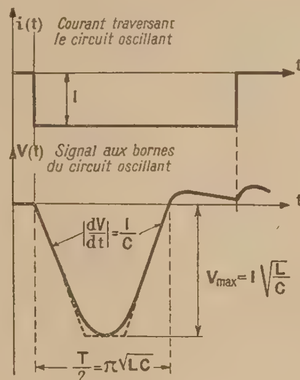


Fig. 13.

Nous négligerons l'effet de la résistance R_{18} dont la valeur est petite.

Dès le déclenchement du monovibrateur, un courant I, égal à 8 mA, traverse le circuit anodique de L_4. L'amplitude du signal négatif qui en résulte aux bornes du circuit oscillant a pour valeur

$$V_{max} = I\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Pour toutes les valeurs de L envisagées ici, V_{max} est beaucoup plus grand que l'amplitude qui serait nécessaire pour permettre le blocage des tubes des circuits de coïncidences. Tout se passe donc comme si la forme du signal était celle d'un trapèze isocèle, comme le montre la figure 13. La pente des deux fronts a pour expression

$$\left|\frac{dV}{dt}\right| = \frac{I}{C}.$$

C est constitué par la capacité parasite du montage (tubes et connexions) et par la capacité parasite de la self. Cette dernière capacité est d'ailleurs petite (3 à 5 pF) par rapport à la capacité du montage (environ 24 pF). On admettra donc que C a pour valeur, quelle que soit la self utilisée,

$$C \sim 28 \text{ pF}.$$

Applications numériques. — Supposons que

$$\frac{T}{2} = 0,5 \ \mu\text{s}.$$

On a

$$L \sim 0{,}9\ \mathrm{mH},$$

$$V_{\max} = I\sqrt{\frac{L}{C}} \cong 45\ \mathrm{V},$$

$$\left|\frac{dV}{dt}\right| = \frac{I}{C} \simeq 3\ \mathrm{V}\ \text{par}\ 10^{-8}\ \mathrm{s}.$$

Décharge de la self. — Dès que la tension aux bornes de la self devient positive, la diode D devient conductrice et L se décharge à travers r et D.

Nous supposerons pour simplifier la discussion que

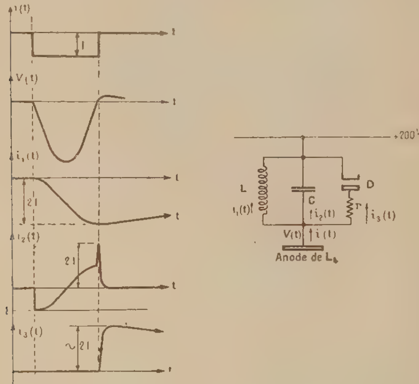


Fig. 14.

le retour à l'état de repos du monovibrateur et, par suite, la coupure du courant I, a lieu à la fin de la demi-oscillation.

Dans ces conditions, les variations de l'intensité en fonction du temps des courants dans la self L, la capacité C et la résistance r s'expriment par les courbes de la figure 14.

Admettons pour l'instant que la constante de temps Cr est petite devant $\frac{L}{r}$, ce qui revient à négliger l'effet de C. A l'instant t, compté à partir du début de la décharge de L, le courant dans r a pour valeur

$$i_3(t) \neq 2I\,e^{-\frac{r}{L}t}.$$

Pour toutes les valeurs de t, telles que $i_3(t)$ reste supérieur à I, un nouveau déclenchement du monovibrateur ne peut changer le sens du courant dans r et D : il s'ensuit qu'aucune nouvelle demi-oscillation ne peut se produire, le circuit restant amorti.

Pour une valeur de t suffisamment grande, $i_3(t)$ devient plus petit que I; un nouveau déclenchement provoque alors une demi-oscillation dont l'amplitude a pour expression

$$V_{\max} \sim I\sqrt{\frac{L}{C}}\left(1 - 2\,e^{-\frac{r}{L}t_0}\right).$$

où t_0 est l'instant du nouveau déclenchement.

Pour donner au temps mort que nous venons de mettre en évidence une valeur aussi petite que possible, on doit rechercher la valeur à donner à r pour permettre à l'énergie contenue dans le circuit oscillant de se dissiper dans le minimum de temps, sans donner lieu à de nouvelles oscillations parasites.

Tenons compte maintenant de la capacité C. On sait que l'énergie contenue dans le circuit oscillant se dissipe en un temps voisin de sa valeur minimum quand le circuit est à l'amortissement critique. On a alors :

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

L'adaptation de la résistance à la valeur de chaque self utilisée conduisant à des difficultés de réalisation, la valeur de r a été choisie une fois pour toutes et correspond à la self pour laquelle le temps de résolution est égal à 0,1 μs.

Dans ces conditions

$$L \cong 0{,}1\ \mathrm{mH} \qquad \text{et} \qquad r \cong 1000\ \Omega.$$

La self correspondant à un temps de résolution de 2 μs a pour valeur $L \cong 15$ mH.

Le temps mort observé est de l'ordre de 3 μs et il faut un temps sensiblement double pour que l'amplitude d'une nouvelle demi-oscillation atteigne la moitié de la valeur normale.

Comptage des impulsions. — Les signaux recueillis aux bornes de la résistance R_{18} sont mis en forme par le circuit comprenant la diode à cristal W, la résistance R_{20} et la capacité C_{11}. Ils sont destinés à être appliqués à un dispositif de comptage. La capacité C_{11} est constituée par les capacités parasites du montage et des connexions (quelques dizaines de picofarads).

3. Circuit de sélection des coïncidences.

A. **Principe.** — Le circuit utilisé est une modification du circuit de Rossi [3] et se trouve schématisé par la figure 15.

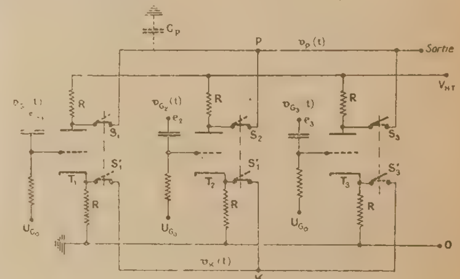


Fig. 15.

Ce circuit permet de détecter les coïncidences doubles entre les signaux appliqués respectivement aux entrées e_1 et e_2, par exemple, quand les interrupteurs S_1-S'_1 et S_2-S'_2 sont fermés, le troisième

interrupteur S_2-S'_2 étant ouvert. Il permet, de même, la détection des coïncidences triples entre les signaux appliqués à e_1, e_2 et e_3 quand les trois interrupteurs sont fermés.

Plaçons-nous dans le cas des coïncidences doubles qui est celui de la figure 16. Lorsque les signaux négatifs appliqués respectivement à e_1 et e_2 sont simultanés, le potentiel de cathode s'effondre. L'application d'un seul signal, à l'entrée e_1 par exemple, n'entraîne qu'une faible variation du potentiel de cathode qui reste sensiblement égal à la tension de grille du tube T_2. Comme les résistances de charge des anodes et des cathodes sont égales, les variations de la tension anodique sont égales et de signe contraire aux variations de la tension de cathode.

Pour des raisons de commodité, ce sont les signaux positifs recueillis aux bornes de la résistance d'anode qui ont été utilisés. La forme schématique des signaux aux différents points du circuit est représentée sur la figure 16. Les symboles

$$v_{G_1}(t), \quad v_{G_2}(t), \quad v_K(t) \quad \text{et} \quad v_P(t)$$

désignent les tensions correspondant respectivement aux signaux en e_1, e_2, K et P.

Les signaux positifs recueillis en P sont appliqués à un monovibrateur dont le seuil de déclenchement D est fixé au-dessus de l'amplitude des signaux résiduels résultant de l'application d'un seul signal.

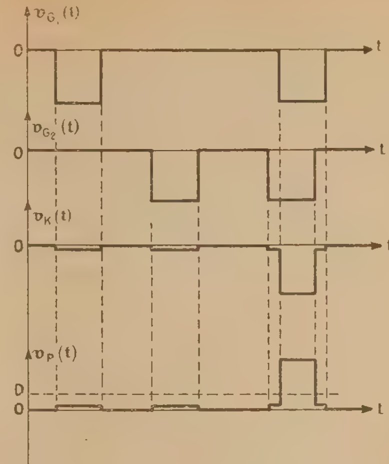
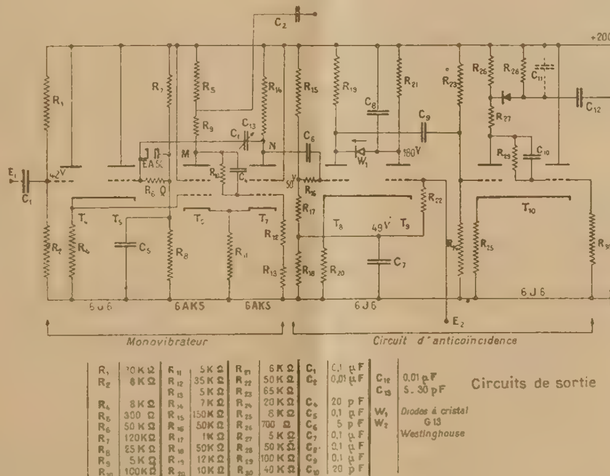


Fig. 16.

B. **Réalisation pratique.** — *Circuit de coïncidence.* — Le schéma de montage de l'un des tubes du circuit de coïncidence est montré par la figure 9,



R_1	[illegible]0 KΩ	R_{11}	5 KΩ	R_{21}	6 KΩ	C_1	0,1 µF		
R_2	6 KΩ	R_{12}	35 KΩ	R_{22}	50 KΩ	C_2	0,01 µF	C_{12}	0,01 µF
		R_{13}	5 KΩ	R_{23}	65 KΩ			C_{13}	5-30 pF
R_4	8 KΩ	R_{14}	7 KΩ	R_{24}	20 KΩ	C_4	20 pF		
R_5	300 Ω	R_{15}	150 KΩ	R_{25}	8 KΩ	C_5	0,1 µF	W_1	Diodes à cristal
R_6	50 KΩ	R_{16}	50 KΩ	R_{26}	700 Ω	C_6	5 pF	W_2	G 13
R_7	120 KΩ	R_{17}	1 KΩ	R_{27}	5 KΩ	C_7	0,1 µF		Westinghouse
R_8	25 KΩ	R_{18}	50 KΩ	R_{28}	50 KΩ	C_8	0,1 µF		
R_9	5 KΩ	R_{19}	12 KΩ	R_{29}	100 KΩ	C_9	0,1 µF		
R_{10}	100 KΩ	R_{20}	10 KΩ	R_{30}	40 KΩ	C_{10}	20 pF		

Fig. 17.

ainsi que le schéma d'interconnexion des trois tubes.

Monovibrateur (*fig.* 17). — Le monovibrateur, formé des tubes T_6 et T_7 est du type indiqué par Schmitt [4]. Les tensions de repos des grilles de commande des tubes T_4 et T_5 sont fixées par deux diviseurs constitués respectivement par l'ensemble des résistances R_1 et R_2, R_7 et R_8. Au repos, les tubes T_5 et T_6 ne débitent aucun courant.

Les signaux sont appliqués à la grille du tube T_6 par l'intermédiaire du tube à cathode asservie T_4.

Fonctionnement. — Examinons le cas où la capacité C_r (C_{13}) est absente. Le fonctionnement du monovibrateur est connu : dès que l'élongation du

signal appliqué atteint une valeur telle que le tube T_6 commence à conduire (seuil D), un processus

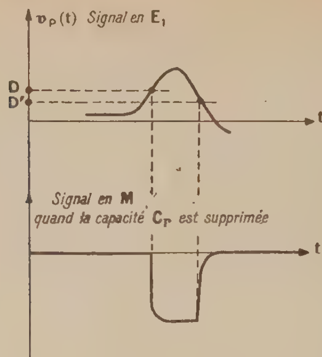


Fig. 18.

cumulatif s'établit qui entraîne l'augmentation de l'intensité du courant dans T_6 et le blocage du tube T_7.

A l'instant où l'élongation du signal en E_1 retombe à une certaine valeur D', un processus inverse ramène le circuit dans son état initial. D' est toujours plus bas que D.

La figure 18 montre les formes respectives du signal en E_1 et du signal en M, sur l'anode de T_6. La durée de ce dernier signal dépend du temps pendant lequel le signal en E_1 dépasse le seuil D.

Une réaction auxiliaire, utilisant la capacité C_r, permet de donner au signal en M une durée inva-

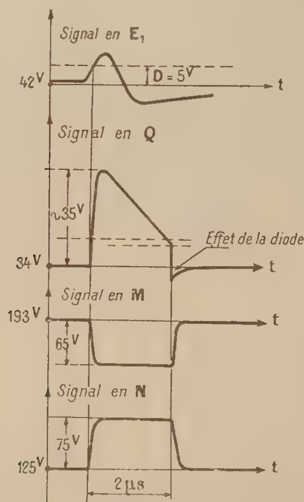


Fig. 19.

riable. Dès que le monovibrateur déclenche, le signal recueilli en N, sur l'anode de T_7, est appliqué à la grille de commande de T_5 par l'intermédiaire de C_r et entraîne le passage d'un courant dans ce tube. Ceci a pour effet de maintenir le déclenchement du monovibrateur pendant un intervalle de temps défini par la constante de temps $C_r R_6$. Une diode (EA 50) raccourcit le signal de retour sur la grille de T_5 (*fig.* 19).

Les capacités parasites qui shuntent les anodes de T_6 et T_7 ralentissent le déclenchement du monovibrateur. Il en résulte que l'élongation du signal en E_1 doit excéder le seuil D pendant un certain temps pour provoquer un déclenchement. Ce temps est égal à $4 \cdot 10^{-8}$ s environ dans le cas du circuit utilisé.

Pour assurer une bonne discrimination entre les signaux de coïncidence et les signaux résiduels dont l'amplitude n'excède jamais 2 V, le seuil D a été fixé à 5 V environ (diviseur $R_1 - R_2$).

La durée de déclenchement du monovibrateur est ajustée à 2 µs au moyen de la capacité variable C_{13}.

Un signal dont l'amplitude est voisine de 3 V est recueilli aux bornes de la résistance R_5 pour être acheminé vers le dispositif de comptage.

C. **Détermination du temps de résolution.** — Le temps de résolution τ est défini par la demi-

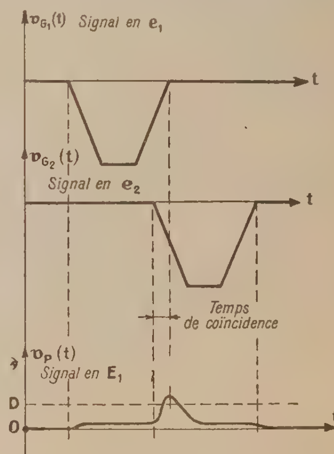


Fig. 20.

période des circuits oscillants des différentes voies. Des jeux de selfs interchangeables permettent de donner à τ des valeurs comprises entre 0,1 et 2 µs.

Nous nommerons temps de coïncidence le temps pendant lequel les signaux appliqués au circuit de coïncidence sont présents à la fois. Pour qu'il y ait enregistrement d'une coïncidence, la valeur du temps de coïncidence doit être supérieure à une certaine valeur minimum η (*fig.* 20).

η est le temps mis par l'élongation du signal sur l'anode du circuit de coïncidence pour atteindre une valeur permettant le déclenchement du monovibrateur.

Le temps η dépend principalement :

a. de la vitesse de descente et de remontée des signaux appliqués, c'est-à-dire de $\left|\frac{dV}{dt}\right|$ (*fig.* 13);

b. de la constante de temps $C_P R_P$ où C_P et R_P désignent respectivement la capacité parasite et la résistance d'anode du circuit de coïncidence (*fig.* 15);

c. de D, seuil du monovibrateur.

Nous avons vu que $\left|\frac{dV}{dt}\right|$ est égal à 3 V par 10^{-8} s.

Par ailleurs, dans le cas des coïncidences doubles

$$R_P = 500\,\Omega, \qquad C_P \cong 70\ \text{pF}, \qquad R_P C_P = 3{,}5.10^{-8}\ \text{s};$$

dans le cas des coïncidences triples

$$R_P = 330\,\Omega, \qquad C_P \cong 90\ \text{pF}, \qquad R_P C_P = 3.18^{-8}\ \text{s}.$$

Le calcul de η ne peut être entrepris ici. Signalons toutefois que sa valeur théorique correspond bien à sa valeur expérimentale égale à $(7 \pm 1).10^{-8}$ s.

Le temps de résolution a pour expression :

$$\tau = \pi\sqrt{LC} - \eta,$$
$$= \pi\sqrt{LC} - 7.10^{-8}\ \text{s}.$$

Cette dernière relation permet de calculer la valeur de L correspondant à un temps de résolution déterminé.

Pour avoir une idée des variations du temps de résolution entraînées par des variations accidentelles du seuil du monovibrateur, la courbe exprimant τ en fonction de D (*fig.* 21), a été déterminée expérimentalement dans le cas particulier où

$$\frac{T}{2} = \pi\sqrt{LC} = 0{,}35\ \mu\text{s}.$$

On voit que le temps de résolution fixé à 0,275 µs

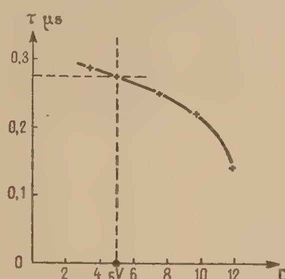
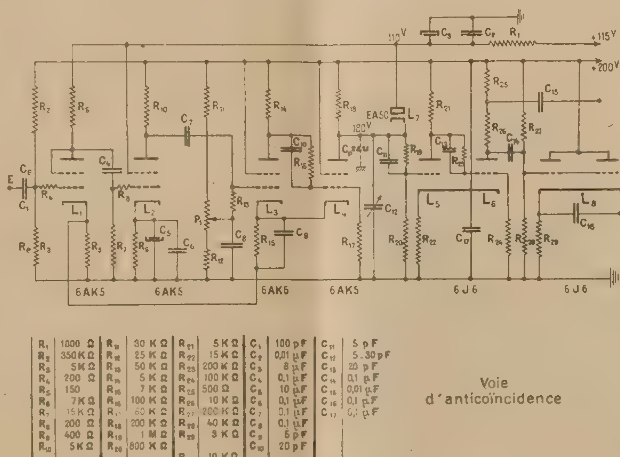


Fig. 21.

(pour un seuil D égal à 5 V) peut varier de $\pm 10^{-8}$ s, quand D varie de ± 1 V. Les variations accidentelles de D, dues surtout aux variations de la tension de chauffage des tubes du monovibrateur, sont inférieures à $\pm 0{,}2$ V.

4. Voie d'anticoïncidence.

A. **Circuits d'adaptation.** — Les circuits d'adaptation sont schématisés par la figure 22. Ils sont identiques à ceux des voies d'anticoïncidence jusqu'à l'anode du tube L_4.



R_1	1000 Ω	R_{11}	30 KΩ	R_{21}	5 KΩ	C_1	100 pF	C_{11}	5 pF
R_2	350 KΩ	R_{12}	25 KΩ	R_{22}	15 KΩ	C_2	0,01 µF	C_{12}	5-30 pF
R_3	5 KΩ	R_{13}	50 KΩ	R_{23}	200 KΩ	C_3	8 µF	C_{13}	20 pF
R_4	200 Ω	R_{14}	5 KΩ	R_{24}	100 KΩ	C_4	0,1 µF	C_{14}	0,1 µF
R_5	150	R_{15}	7 KΩ	R_{25}	500 Ω	C_5	10 µF	C_{15}	0,01 µF
R_6	7 KΩ	R_{16}	100 KΩ	R_{26}	10 KΩ	C_6	0,1 µF	C_{16}	0,1 µF
R_7	15 KΩ	R_{17}	60 KΩ	R_{27}	200 KΩ	C_7	0,1 µF	C_{17}	0,1 µF
R_8	200 Ω	R_{18}	200 KΩ	R_{28}	40 KΩ	C_8	0,1 µF		
R_9	400 Ω	R_{19}	1 MΩ	R_{29}	3 KΩ	C_9	5 pF		
R_{10}	5 KΩ	R_{20}	800 KΩ			C_{10}	20 pF		
				P_1	10 KΩ				

Fig. 22.

Signal de blocage. — Au repos, le potentiel de l'anode de L_4, fixé par l'ensemble des résistances R_{18} d'une part, R_{19} et R_{20} d'autre part est égal à 180 V; le tube L_6 est bloqué. L'arrivée d'une impulsion provoque le déclenchement du premier monovibrateur (L_3-L_4). Un courant de 8 mA circule alors dans L_4 dont le potentiel d'anode tombe à une valeur limitée à 110 V par l'action de la diode L_7 et en un temps voisin de 3.10^{-8} s. Ce phénomène entraîne le déclenchement du monovibrateur cons-

titué par les tubes L_5 et L_6 et un signal rectangulaire négatif apparaît sur l'anode de L_6.

Dès que le premier monovibrateur retourne à son état de repos, la capacité d'anode de L_4 (C_{12} augmenté de la capacité parasite C_p) se recharge à travers la résistance R_{18}. Le potentiel de la grille de L_5 remonte à une valeur pour laquelle L_5 commence à conduire et le second monovibrateur revient dans son état initial (*fig.* 23).

A condition que la durée du signal appliqué à l'entrée de l'amplificateur soit très petite, la durée δ du signal sur l'anode de L_6 est uniquement fonction de la constante de temps :

$$(C_p + C_{12}) \frac{R_{18}(R_{19} + R_{20})}{R_{18} + R_{19} + R_{20}}.$$

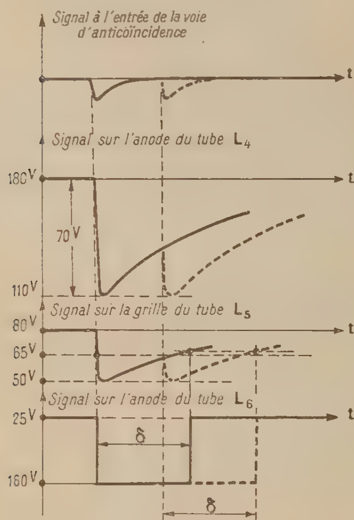


Fig. 23. — En bas à gauche, *lire* 200 V, *au lieu de* 25 V.

La constante de temps $C_e R_e$ qui fixe la durée de l'impulsion à l'entrée de l'amplificateur est choisie faible (0,5 μs dans le cas de la figure 22) et la capacité C_{12} est ajustée de façon à donner à δ une valeur égale à 6 μs.

L'arrivée d'une nouvelle impulsion pendant la durée δ retarde le retour à l'état de repos du second monovibrateur et provoque l'allongement du signal sur la plaque de L_6 conformément à ce qui a été dit au paragraphe 1.

Le signal recueilli sur l'anode de L_6 est transmis au circuit de sélection des anticoïncidences par le tube à cathode asservie L_8.

B. **Circuit de sélection des anticoïncidences.** — Ce circuit est constitué par les tubes T_8 et T_9 de la figure 17. Les signaux du blocage sont appliqués à la grille du tube T_9 (entrée E_2). Les signaux de coïncidence sont appliqués à la grille du tube T_8 par l'intermédiaire du circuit de différentiation constitué par la capacité C_6 et la résistance R_{16} ($C_6 R_{16} = 0,25$ μs). Nous avons vu que les signaux sur l'anode de T_7 sont des signaux rectangulaires positifs dont la durée est fixée à 2 μs. Les signaux reçus par la grille de T_8 comprennent donc une impulsion positive suivie d'une impulsion négative, dont l'amplitude est de l'ordre de 15 V. C'est cette dernière impulsion, en retard de 2 μs (*voir* § 1) sur le début de la coïncidence, qui est utilisée.

Fonctionnement. — Au repos, les tubes T_8 et T_9 sont conducteurs et un courant d'équilibre circule dans la diode W_1. L'impulsion positive reçue, à l'instant d'une coïncidence, par la grille de T_8 n'entraîne qu'une faible variation du potentiel anodique de ce tube : ceci est dû à l'action de la diode W_1 et de la forte capacité C_8 (0,1 μF).

Si aucun signal de blocage n'est reçu par la grille de T_9, l'impulsion négative qui succède à l'impulsion positive dont il vient d'être question a pour effet d'annuler le courant anodique de T_8 dont le potentiel de cathode est maintenu sensiblement à sa valeur de repos par l'action du tube T_9. Un signal positif d'amplitude voisine de 20 V apparaît sur l'anode de T_8.

Considérons maintenant le cas où la grille de T_9 vient de recevoir un signal de blocage à l'instant où une impulsion négative parvient à la grille de T_8. La tension de grille de T_9 est alors à une valeur de l'ordre de 20 V.

La diminution de l'intensité du courant dans le tube T_8, correspondant à l'effet de l'impulsion négative reçue par sa grille, est maintenant fortement réduite du fait que la tension de cathode suit sensiblement les variations de la tension de grille. Cette variation de l'intensité du courant dans T_8 n'a pour conséquence qu'une variation de l'intensité du courant d'équilibre dans W_1. La variation de la tension d'anode de T_8 qui en résulte est très petite.

La figure 24 montre la forme des signaux aux différents points du circuit dans les deux cas que nous venons d'envisager.

L'anode de T_8 est connectée à un monovibrateur (tube T_{10}) qui a pour but d'effectuer la discrimination entre les signaux positifs provenant des coïncidences non accompagnées d'un signal de blocage et les signaux résiduels d'anticoïncidence. Des impulsions d'amplitude et de durée constantes recueillies aux bornes de la résistance R_{28}, sont acheminées vers un dispositif de comptage.

Le fonctionnement de la voie d'anticoïncidence est correct tant que la fréquence moyenne des impulsions qui lui parviennent est inférieur à 5000 par seconde.

5. **Réalisation pratique.** — Nous avons adopté, pour la réalisation pratique du sélecteur de coïnci-

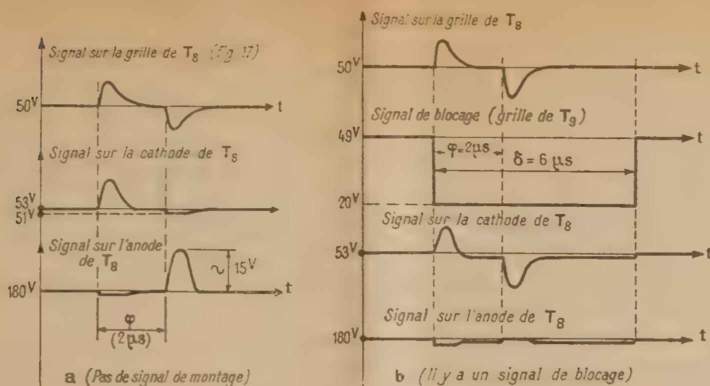
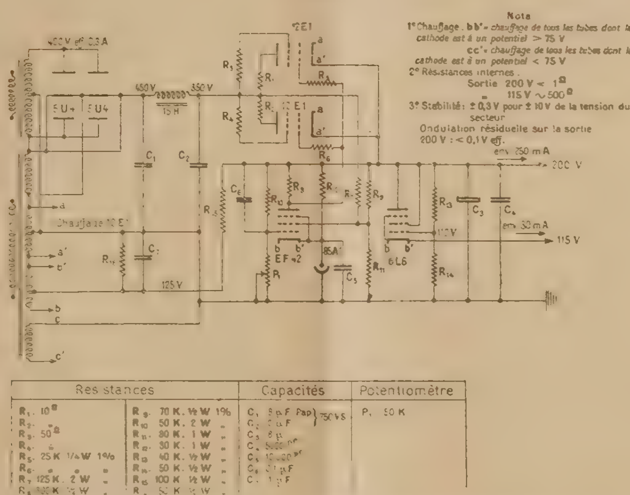


Fig. 24.



Résistances		Capacités	Potentiomètre
R_1. 10Ω	R_9. 70 K. ½ W 1%	C_1 8 µF Pap } 750 VS	P_1 50 K
R_2. "	R_{10} 50 K. 2 W "	C_2 [illegible] µF	
R_3. 50Ω	R_{11}. 80 K. 1 W "	C_3 8 µ	
R_4. "	R_{12}. 30 K. 1 W "	C_4 [illegible] pF	
R_5. 25 K 1/4 W 1%	R_{13} 40 K. ½ W "	C_5 10 000 pF	
R_6. " " "	R_{14}. 50 K. ½ W "	C_6 [illegible] µF	
R_7 125 K. 2 W "	R_{15} 100 K ½ W "	C_7 1 µF	
R_8 [illegible] K ½ W "	R_{16} 50 K ½ W "		

Fig. 25.

dences qui vient d'être décrit, la disposition en tiroirs démontables assemblés dans un châssis commun.

Trois tiroirs contiennent respectivement les circuits des trois voies de coïncidence réalisés conformément aux indications de la figure 9. Deux autres tiroirs correspondent aux circuits de la figure 22 (voie d'anticoïncidence) et de la figure 17 (circuits de sortie).

Les interconnexions entre les cinq prises, auxquelles

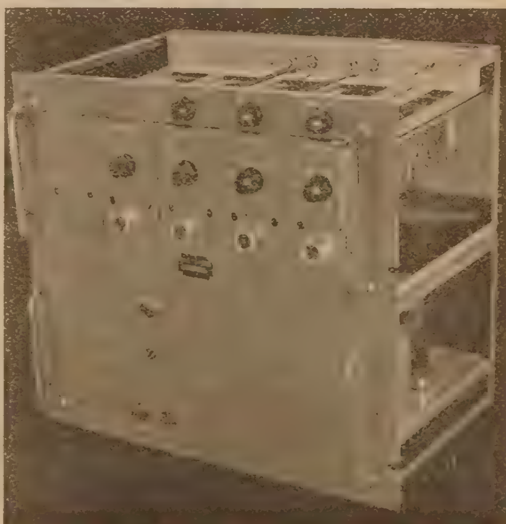


Fig. 26, ci-contre. — Vue avant du sélecteur de coïncidences. Les boutons supérieurs commandent les interrupteurs S_1-S'_1, S_2-S'_2, S_3-S'_3 de la figure 9 et permettent la mise en circuit des voies de coïncidence. Les boutons placés sur les tiroirs commandent les potentiomètres de réglage de la polarisation v_p (*fig.* 9) et permettent d'ajuster les seuils des quatre voies entre 0,25 et 1 V. Les prises situées au-dessous sont destinées à l'alimentation des tubes à cathode asservie qui doivent transmettre les impulsions provenant des détecteurs. Au-dessous, l'alimentation.

sont connectés les tiroirs, et l'alimentation sont faites à l'arrière du châssis.

L'alimentation, construite selon des principes classiques, est séparée. Le schéma de ses circuits est montré par la figure 25.

La figure 26 reproduit la photographie de l'appareil.

6. Conclusion.

Nous avons décrit un sélecteur de coïncidences appelé à résoudre de nombreux problèmes expérimentaux posés par la physique nucléaire.

La mise au point des circuits de cet appareil ne présente pas de difficulté et leur fonctionnement nous a semblé satisfaisant.

M. R. Dailland nous a apporté une très utile collaboration au cours de la réalisation pratique de cet appareil. Nous remercions M. R. Chaminade avec qui nous avons eu d'utiles discussions et M. A. Rogozinski qui a bien voulu nous conseiller au cours de la rédaction de ce travail.

Manuscrit reçu le 15 juin 1951.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] DEGALLIER. — *Rev. Sc. Instr. U. S. A.*, 1950, **21**, 1025.
[2] MAZE. — *J. Phys. Rad.*, 1938, **9**, 162.
[3] ROSSI. — *Z. Physik Dtsch*, 1931, **68**, 64.
[4] SCHMITT. — *J. Sc. Instr. G. B.*, 1938, **15**, 24.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM.
PHYSIQUE APPLIQUÉE. TOME 12, OCTOBRE 1951, PAGE 64 A.

JAUGE A VIDE UTILISANT LES RAYONS ALPHA.

Par C. GIMENEZ et J. LABEYRIE.
Commissariat à l'Énergie atomique.
Laboratoires du Fort de Châtillon, Fontenay-aux-Roses (Seine).

Sommaire. — Cette jauge est destinée à mesurer la pression des gaz entre 10^{-1} et 10^{2} mm Hg, au moyen du courant d'ionisation dû à une source de rayons α. Son emploi est indiqué lorsqu'on veut mesurer les pressions de gaz corrosifs (halogènes) ou lorsqu'on veut mesurer la proportion d'un gaz dans un mélange (néon dans l'argon par exemple).

L'utilisation du courant d'ionisation produit par des rayons α pour la mesure de la pression, ou plus exactement de la densité d'un gaz n'est pas nouvelle. Elle a même été commercialisée sous le nom « d'Alphatron » (1).

L'appareil décrit ci-dessous, utilise un principe analogue. Une source de polonium déposée sur du nickel, ayant une intensité de l'ordre de 5μ C (2), émet des rayons α à l'intérieur d'une petite chambre d'ionisation cylindrique, reliée à la canalisation dans laquelle se trouve le gaz à étudier (*fig.* 1).

L'électrode collectrice de cette chambre est reliée à un amplificateur à courant continu standard du C. E. A. Le courant de saturation, pour l'air à la pression de 10 cm Hg est atteint lorsque la tension entre les électrodes est 25 V.

On constate expérimentalement que le courant débité par la chambre, pour un gaz donné, est très sensiblement proportionnel à la pression de ce gaz, tant que le parcours des rayons α reste supérieur à trois fois la longueur de la chambre. Pour l'air, la pression limite supérieure est de l'ordre de 10^{2} mm Hg. A pression égale, le courant dépend fortement de la nature du gaz (*fig.* 2).

La pression limite inférieure que l'on peut ainsi mesurer est inversement proportionnelle à la valeur de la résistance à travers laquelle s'écoule le courant de l'électrode collectrice. Avec la source citée ci-dessus et une résistance de 10^{10} Ω, on peut mesurer une pression d'air qui est de l'ordre de 10^{-1} mm Hg avec une précision de 10 pour 100.

Ce type de jauge est particulièrement utile pour la mesure des pressions dans le domaine allant de 10^{-1}

(1) DOWNING, MELLEN. A sensitive vacuum jauge with linear response, *Rev. Sc. Instr.*, 1946, **17**, 218-223.

(2) Le polonium ayant une période de 140 jours, il faut tenir compte de sa décroissance. Par contre, ces sources sont peu coûteuses et d'un emploi très commode.

à 10^{-2} mm Hg lorsque le gaz est corrosif. C'est le cas, par exemple, pour les halogènes, qui se dissolvent

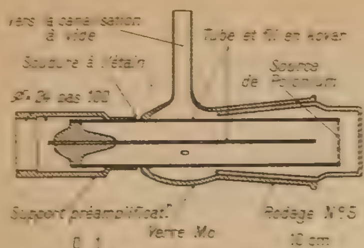


Fig. 1. — Coupe de la chambre d'ionisation de la jauge.

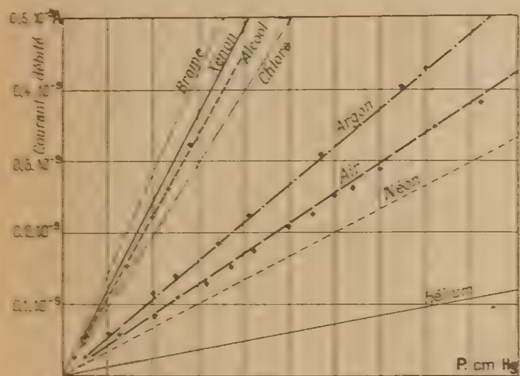
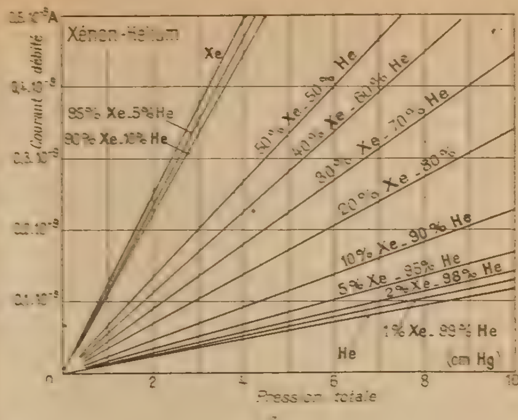


Fig. 2. — Variation du courant de saturation en fonction de la pression pour différents gaz.

dans les huiles, ou attaquent le mercure des jauges à liquide.

Ainsi, l'emploi de cette jauge permet de résoudre aisément le problème de la mesure des pressions dans la fabrication des compteurs de Geiger à atmosphère de brome (pression de Br_2 de l'ordre de 0,5 mm Hg).

Cet appareil permet également d'évaluer d'une façon simple la proportion d'un gaz dans un mélange de deux gaz. Ceci est particulièrement intéressant dans le cas d'un mélange de deux gaz rares. On peut ainsi, par exemple, doser jusqu'à 1 pour 100 de xénon dans l'hélium, ou jusqu'à 5 pour 100 d'hélium dans le xénon (*fig.* 3 *a*). Pour deux gaz rares voisins, pour lesquels la différence d'ionisa-



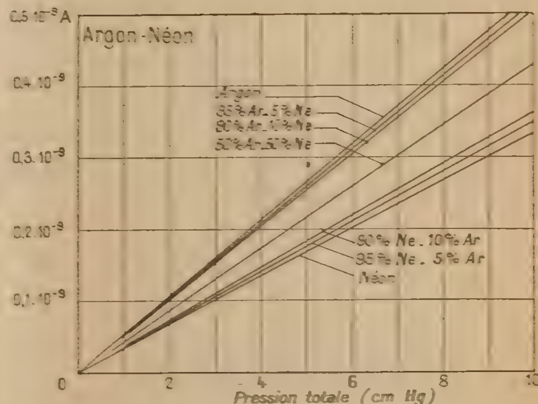


Fig. 3 *a* et 3 *b*. — Relation pression-courant pour différentes proportions des mélanges argon-néon et hélium-xénon.
Les droites relatives aux gaz purs et aux mélanges à 50 pour 100 ont été tracées expérimentalement.

tion spécifique est moins grande (*fig.* 2), tels que le néon et l'argon, on peut encore doser jusqu'à 5 pour 100 de l'un dans l'autre (*fig.* 3 *b*).

Manuscrit reçu le 18 juin 1951.

VANNE A VOIES PARALLÈLES ET COMMANDE PNEUMATIQUE POUR DISPOSITIF D'ÉVAPORATION THERMIQUE

Par PIERRE PRUGNE.

Commissariat à l'Énergie atomique. Service de Physique nucléaire.
Laboratoires du Fort de Châtillon, Fontenay-aux-Roses (Seine).

Sommaire — L'article consiste en la description d'une vanne à vide commandée à distance par air comprimé. Sous cette pression, une membrane souple se déforme et vient obstruer d'une façon étanche la voie de pompage. La vanne, qui est très simple à construire n'oblige, à aucun coude de la canalisation.

Dans la cloche d'un appareil d'évaporation thermique sous vide, il est nécessaire de faire de fréquentes rentrées d'air pour, par exemple, permettre le remplacement d'une surface recouverte d'une couche mince par une autre surface à recouvrir. L'utilisation de pompe à diffusion rend indispensable l'isolement de la pompe qui reste en fonctionnement permanent dans le cours de plusieurs évaporations successives. Il faut donc prévoir entre la pompe et la cloche une vanne qui permette cet isolement et limite le moins possible le flux gazeux.

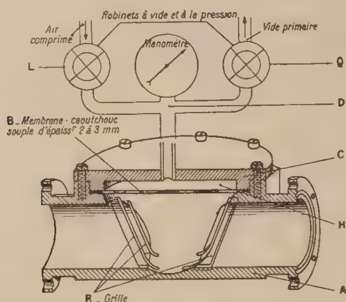


Fig.

La commande de cette vanne requiert deux caractéristiques principales :

Elle doit être :

a. aisée et suffisamment rapide;

b. ne pas influencer la position de la pompe et ne pas obliger à l'allongement du circuit gazeux, ce qui limiterait la vitesse du pompage.

Nous avons construit une vanne qui semble se rapprocher plus sensiblement de ces caractéristiques que les vannes classiques.

La figure donne le principe de sa construction et de son fonctionnement.

Le corps de vanne A est traversé par la voie de 60 mm de diamètre. Un tronc de cône terminé par une calotte sphérique est percé perpendiculairement à la voie. Entre la face où débouche la base du tronc de cône et le couvercle C, est comprimée sur son périmètre une membrane de caoutchouc.

L'espace H entre la membrane et le couvercle est relié par l'orifice D et une canalisation convenable au tableau de commande. Ce tableau comprend :

a. un robinet L relié à la canalisation de distribution générale d'air comprimé;

b. un robinet Q pouvant mettre H en communication avec la pompe primaire;

c. un manomètre métallique indiquant grossièrement la pression dans l'espace H.

La fermeture de la vanne (Q étant fermé) est commandée par l'ouverture du robinet d'air comprimé L (1,500 kg est une pression largement suffisante pour obtenir une fermeture étanche). La membrane se déforme et vient épouser la forme du tronc de cône. Des barrettes R empêchent une déformation inutile sur les ouvertures des voies. La pression atmosphérique peut alors être admise en amont de la vanne sans craindre une fuite quelconque sur la pompe à diffusion.

L'ouverture de la vanne se commande par le robinet Q.

Depuis cinq mois la vanne est en fonctionnement quotidien et la membrane ne semble pas avoir souffert. En cas de détérioration, d'ailleurs, il est facile de la changer.

A priori il ne semble pas qu'il y ait des difficultés à employer des vannes basées sur ce principe pour la commande de gros débits. Elle offre les avantages d'être plus simple à construire, de ne demander que peu de mise au point et d'offrir extrêmement peu de risques de fuites.

La réalisation de cette vanne a été faite avec le concours de M. Garin, agent technique au Commissariat à l'Energie atomique.

Manuscrit reçu le 15 juin 1951.

SÉLECTEURS D'AMPLITUDE

Par R. WAHL.
Commissariat à l'Énergie atomique.
Laboratoires du Fort de Châtillon, Fontenay-aux-Roses (Seine).

Sommaire. — Les sélecteurs d'amplitude décrits permettent des mesures simultanées dans un, quatre ou dix canaux adjacents suivant le type. Ils se composent de deux, cinq ou onze éléments de sélection, identiques et interchangeables.

Les performances de ces éléments permettent :

1° Un fonctionnement indépendant de la forme, de la durée ($> 5.10^{-8}$ s) et de l'écart ($> 12\,\mu$s) de deux signaux consécutifs;

2° Un réglage souple et précis de la largeur des canaux (1 à 10 V) et de la position des seuils (5 à 150 V).

Ces qualités permettent, en particulier, des utilisations nombreuses en physique nucléaire.

1. **Principe.** — Soit une impulsion caractérisée par son élongation A variable en fonction du temps. Le signal ayant au temps t_0 l'élongation A_0, y revient après avoir passé par une valeur maximum A_{max} (*fig.* 1).

On appelle *discriminateur d'amplitude* un appareil

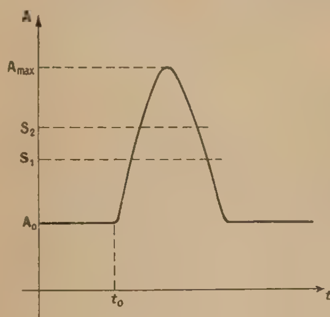


Fig. 1.

qui transmet toute impulsion dont l'amplitude dépasse une certaine valeur S_1 qui détermine le « seuil » de l'appareil.

Par contre, un *sélecteur d'amplitude* ne transmet que les impulsions dont l'amplitude A_{max} est comprise entre deux limites S_1 et S_2 définissant une « bande »

$$\Delta S = S_2 - S_1.$$

Pour couvrir toutes les valeurs possibles de A_{max}, on est amené à réaliser un *sélecteur à n canaux* ayant n bandes consécutives, chacune de largeur ΔS.

Dans la plupart des cas on désire connaître, non pas l'amplitude d'une impulsion particulière, mais la répartition de ces amplitudes pour un grand nombre de phénomènes. On trace ainsi un *histogramme*, courbe donnant le nombre relatif des amplitudes comprises dans une bande ΔS en fonction de la position S_1 de cette bande.

Pendant tout le temps où une impulsion passe de la valeur S_1 à la valeur S_2, il n'est pas possible de savoir si elle va ou non dépasser S_2. Différentes méthodes ont été proposées pour lever cette difficulté; nous utilisons celle décrite par G. Valladas [1] sous le nom de « sélection différée ».

Dès que l'impulsion dépasse le seuil S_1, un signal est transmis à la sortie de l'appareil et un système de comptage enregistre un coup. Si ce signal dépasse également S_2, cette impulsion n'aurait pas dû être enregistrée; pour compenser l'erreur ainsi commise, un système de blocage supprimera une impulsion ultérieure d'amplitude comprise dans la bande ΔS.

Ce procédé peut donner lieu à une erreur d'une unité sur le comptage. Cette erreur, négligeable dans la plupart des cas, est d'ailleurs évitée en rendant visible la position finale du système de blocage.

FONCTIONNEMENT GÉNÉRAL. — Un sélecteur à n canaux, construit sur ce principe, comprendra donc $n + 1$ discriminateurs, suivis de n systèmes de blocage.

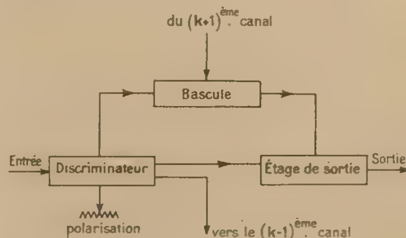


Fig. 2.

(1) VALLADAS G., *J. Phys. Rad.*, 1950, **11**, p. 501.

On limite l'usage de l'appareil à des impulsions positives.

A l'entrée de chaque discriminateur, on applique les impulsions avec une polarisation négative dont la valeur croît du premier au $(n+1)^{\text{ième}}$ élément. Le diagramme de la figure 2 représente le $k^{\text{ème}}$ élément dont le fonctionnement est le suivant :

1° *le* $k^{\text{ième}}$ *discriminateur* est déclenché par les impulsions d'amplitude supérieure à S_k;

2° *la bascule* possède deux positions d'équilibre stable que nous appelons « ouvert » O ou « fermé » F. Le changement d'état est commandé par deux entrées indépendantes; supposons initialement la bascule dans l'état « fermé »; des impulsions déclenchant le $k^{\text{ième}}$ discriminateur, amènent la bascule de l'état F à l'état O. Une impulsion ultérieure déclenchant le $(k+1)^{\text{ième}}$ discriminateur ramène la bascule de l'état O à l'état F. La position de la bascule commande l'ouverture ou la fermeture de l'étage de sortie;

3° *l'étage de sortie* reçoit un signal si le discriminateur est déclenché; il ne l'amplifie que si la bascule est dans l'état « ouvert ».

Nous obtenons ainsi le résultat cherché : un signal d'amplitude dépassant S_k déclenche tous les discriminateurs jusqu'au $k^{\text{ième}}$. Pour chaque canal, si la bascule est dans l'état « ouvert », l'impulsion est transmise; si la bascule est dans l'état « fermé » l'impulsion n'est pas transmise, mais ramène la bascule dans la position « ouvert »; de plus, chaque discriminateur déclenché envoie dans le canal précédent un signal ramenant sa bascule à l'état « fermé ». Ainsi l'erreur faite dans le $(k-1)^{\text{ième}}$ canal, si celui-ci a compté un coup, sera corrigée par le coup suivant devant être compté dans la $(k-1)^{\text{ième}}$ bande.

Le fonctionnement ainsi décrit serait impossible si les signaux, fournis par les discriminateurs, étaient très courts. En effet, si la bascule était ramenée immédiatement à l'état « ouvert » le signal qui l'a ramenée serait lui-même transmis. De même, si la bascule était amenée trop vite dans l'état fermé, elle empêcherait le passage d'un signal déclenchant rapidement deux canaux consécutifs; il faut donc différer l'action du $k^{\text{ième}}$ discriminateur sur la $(k-1)^{\text{ième}}$ bascule.

2. **Étage discriminateur**. — Pour définir un seuil d'amplitude, on utilise un montage ayant deux états d'équilibre stable. La variation continue d'une tension permet de passer de l'un à l'autre de ces deux états. Le montage est connu sous le nom de « Schmitt trigger ». La valeur de la tension de contrôle pour laquelle le montage change d'état définit le seuil du discriminateur.

La figure 3 représente le schéma du montage discriminateur. Les lampes V_3 et V_4 constituent le « Schmitt trigger » classique. Les tensions sont telles qu'au repos la lampe V_4 débite et que la lampe V_3 est bloquée. Si une variation de la tension grille de V_3 débloque ce tube, les deux couplages entre V_3 et V_4 (couplage plaque grille et couplage des cathodes) provoquent une amplification cumulative de la variation initiale jusqu'à un nouvel état d'équilibre où le tube V_3 débite et le tube V_4 est bloqué.

Les améliorations suivantes ont été apportées au montage décrit ci-dessus.

a. Tube V_1. — Dans le cas où il est indispensable d'attaquer un grand nombre de discriminateurs en parallèle, il faut que la capacité d'entrée soit faible et que le déclenchement ne réagisse pas sur le signal; on attaque donc par une lampe à cathode asservie V_1.

b. Résistance R. — Si l'amplitude continue à croître après le déclenchement du discriminateur, le tube V_3 commence à débiter du courant-grille; si le tube V_1 ne peut fournir ce courant, sa cathode

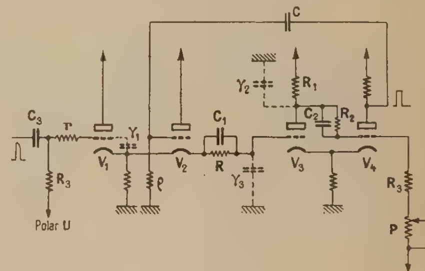


Fig. 3.

ne peut plus suivre les variations de sa grille, il y a débit-grille à l'entrée et perturbation du signal. Nous intercalons la résistance R qui limite le courant-grille éventuel de V_3. La capacité C_1 évite l'atténuation du signal due à R et γ_3 pour les transitions rapides. L'atténuation se fait alors pratiquement dans le rapport de C_1 à γ_3 et seulement sur la crête du signal qui a été transmis en ce point. Elle revient à un déplacement du seuil qui doit être compensé lors de l'ajustement de celui-ci par le potentiomètre P.

c. Tube V_2. — Pour des impulsions rapides on observe, d'une part une variation du seuil et, d'autre part, des déclenchements anormaux ; le signal de sortie, sur la plaque de V_4, peut prendre toutes les valeurs possibles au voisinage de l'amplitude déclenchant normalement le discriminateur. Or il est indispensable d'obtenir une différence nette entre les signaux déclenchant le discriminateur et ceux d'amplitude inférieure au seuil.

On ajoute donc une réaction supplémentaire par le tube V_2. Pour un signal trop bref cette réaction maintient la grille de V_3 au-dessus du seuil pendant un temps t qui est fixé par la constante de temps $C\rho$ et le tube V_2.

Dans ces conditions, on n'observe plus d'incertitude au voisinage du déclenchement. D'autre part, la durée du signal de sortie a une valeur de 12 μs imposée par le montage si le signal d'entrée est court; cette durée détermine le temps mort au discriminateur. Si le signal d'entrée est plus long que ce temps mort, le signal de sortie est prolongé tant que le signal d'entrée reste au-dessus du seuil.

La réaction supplémentaire a l'inconvénient d'envoyer un signal parasite vers l'entrée chaque fois que le discriminateur déclenche. En effet, le signal de réaction qui se trouve sur la cathode de V_1 passe vers l'entrée par la capacité parasite γ_1. On atténue cet effet par la résistance *r* et le signal résiduel est ainsi de trop faible amplitude et de trop faible durée pour être gênant.

Les performances du discriminateur sont les suivantes :

a. Forme. — Le signal de sortie a une amplitude standard et une durée minima de 12 μs si le signal à discriminer reste au moins 0,05 μs au-dessus du seuil du discriminateur.

b. Seuil. — Le seuil peut être ajusté de 3 à 5 V par le potentiomètre *P*.

c. Amplitude. — L'amplitude du signal peut dépasser le seuil de 120 V sans qu'il y ait débit-grille à l'entrée.

d. Stabilité du seuil. — En fonction des tensions de chauffage la variation est de 0,1 V pour une variation secteur de 10 pour 100.

En fonction de la dérive des caractéristiques des tubes, on n'observe pas de dérive de seuil supérieure à 0,1 V pour 24 h de fonctionnement.

En changeant tous les tubes du montage, la variation maxima du seuil est de 0,5 V.

Les alimentations haute tension peuvent être stabilisées suffisamment pour ne pas apporter de variation notable du seuil en fonction de la tension secteur.

Si l'on maintient la tension secteur parfaitement stable et que l'on cherche par une variation continue de la tension d'entrée le point de basculement du discriminateur on trouve que le seuil est défini à mieux que 0,02 V près.

e. Construction en série. — Grâce aux performances ci-dessus il est possible de réaliser en série des discriminateurs de ce type ne nécessitant aucun réglage après construction, ni aucune sélection des tubes. Seules les résistances R_1, R_2, R_3 doivent avoir une précision de 0,1 pour 100.

3. **Bascule.** — La bascule utilisée est un montage connu (*fig.* 4) à couplage par les suppressors. L'attaque par les grilles a l'avantage d'une grande sensibilité et, d'autre part, de la restitution de niveau continu par la diode constituée par l'espace grille cathode des tubes.

Nous appelons « ouverte » la position de la bascule correspondant au débit du tube V_5 et « fermée » si le tube V_6 débite.

La remise à zéro amène la bascule dans la position

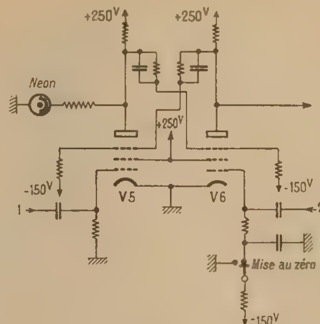


Fig. 4.

« ouverte »; le voyant à lampe à néon est éteint dans cette position.

Le temps de basculement du système permet un pouvoir de résolution global de 12 μs.

L'entrée 1 amène les impulsions du discriminateur du canal voisin. Ce signal est pris sur la plaque de la lampe V_4 de ce canal; il est positif et dérivé par *C* et *R*; c'est le retour négatif de ce signal qui déclenche la bascule. Le basculement est donc différé d'au moins 12 μs par rapport au signal.

L'entrée 2 est alimentée par le discriminateur du canal lui-même. Le signal est pris sur la plaque du tube V_3. Le basculement dure 9 μs alors que le signal dure 6 μs.

4. **Étage de sortie.** — Le montage est représenté sur la figure 5.

Le tube V_8 a sa cathode polarisée par le diviseur

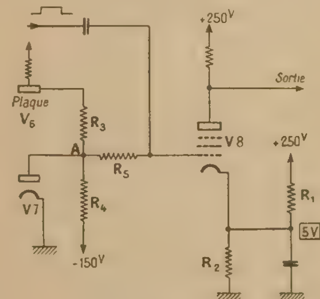


Fig. 5.

de tension R_1, R_2. La grille de V_8 est couplée par le diviseur R_3, R_4 à la plaque de la bascule V_6.

Dans la position « fermée » de la bascule, la grille de V_8 est polarisée très négativement. Aucun signal venant du discriminateur ne peut débloquer le tube V_8.

Quand la bascule est dans la position « ouverte », elle tend à faire monter le point A à une valeur de tension positive; mais le débit de la diode V_7 arrête

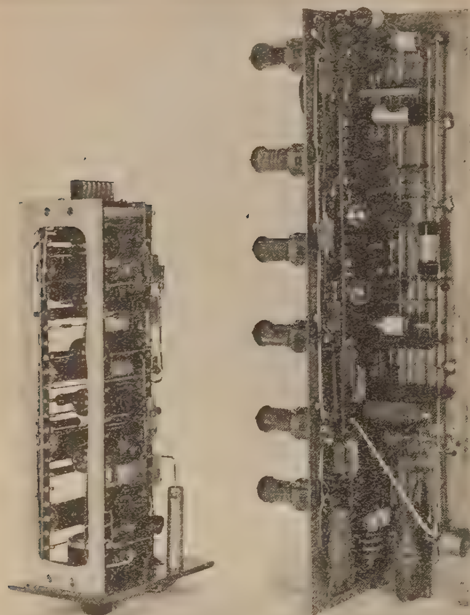


Fig. 6.

la tension de ce point au voisinage de zéro. La lampe V_8 est encore bloquée, mais un signal venant du discriminateur peut être amplifié et se retrouve alors sur la plaque de sortie.

Les signaux de sortie ont une forme et une amplitude uniques. Comme pour les étages précédents le fonctionnement est indépendant des alimentations et des caractéristiques des tubes.

5. **Étude oscillographique du montage.** — Pour l'étude oscillographique de fonctionnement du montage (*fig.* 15), on dispose deux éléments de sélection qui forment un sélecteur à un canal; on applique périodiquement à l'entrée de l'appareil deux impulsions positives, d'amplitude réglable, déphasables l'une par rapport à l'autre (*fig.* 7 *a*). La figure 7 *b* est la reproduction de l'oscillogramme pris sur la cathode des tubes V_1 et V_2; on voit l'instant t_1 où débute la réaction après le déclenchement du discriminateur; les figures 9 *c* et 9 *d* représentent les signaux sur les plaques de V_3 et V_4.

Les oscillogrammes sur la grille du tube V_8 montrent le fonctionnement du système de blocage : le signal venant du discriminateur se superpose au signal de la bascule; suivant l'amplitude des signaux et suivant la position initiale de la bascule, on peut obtenir les cas suivants (*fig.* 7) :

1° état initial de la bascule « ouvert » :

a. impulsion d'amplitude comprise dans la bande

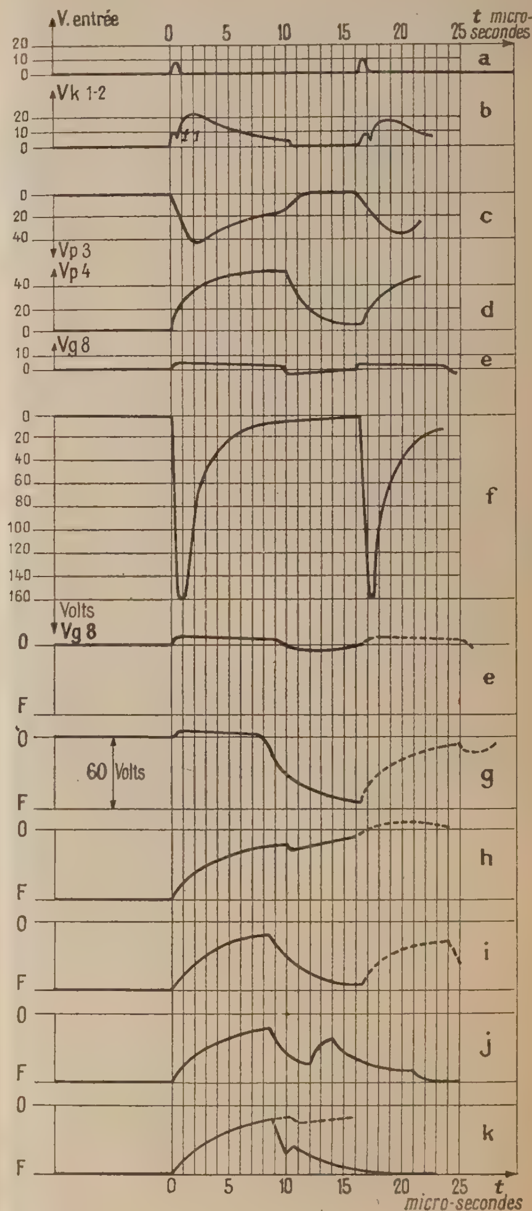


Fig. 7.

(*fig.* 7 *e*), l'impulsion se retrouve sur la plaque de V_8 (*fig.* 7 *f*),

b. impulsion d'amplitude dépassant la bande

(*fig.* 7 *g*), l'impulsion se retrouve en sortie, mais le retour du discriminateur du canal supérieur ramène la bascule dans l'état « fermé ».

2° état initial de la bascule « fermé » :

a. impulsion d'amplitude comprise dans la bande (*fig.* 7 *h*), la bascule est ramenée à l'état « ouvert », mais il n'y a pas de signal sur la plaque de V_8;

b. impulsion d'amplitude dépassant la bande (*fig.* 7 *i*), la bascule tend à revenir à l'état « ouvert », mais le discriminateur du canal supérieur envoie un signal qui la ramène à l'état « fermé ».

Limite du pouvoir de résolution. — Si dans le dernier cas (*fig.* 7 *i*) on rapproche deux impulsions consécutives, les oscillogrammes prennent successivement les formes représentées sur les figures 7 *j* et 7 *k*; ce fonctionnement anormal a pour seul effet de ramener plus vite la bascule à l'état « fermé ». Si l'on diminue encore l'écart des signaux, le discriminateur ne déclenche plus en raison de son temps mort (courbe en pointillé). Le pouvoir de résolution de l'ensemble de l'appareil est donc le pouvoir de résolution du discriminateur (12 μs).

6. **Alimentation de sélecteur** (*fig.* 8). — Les

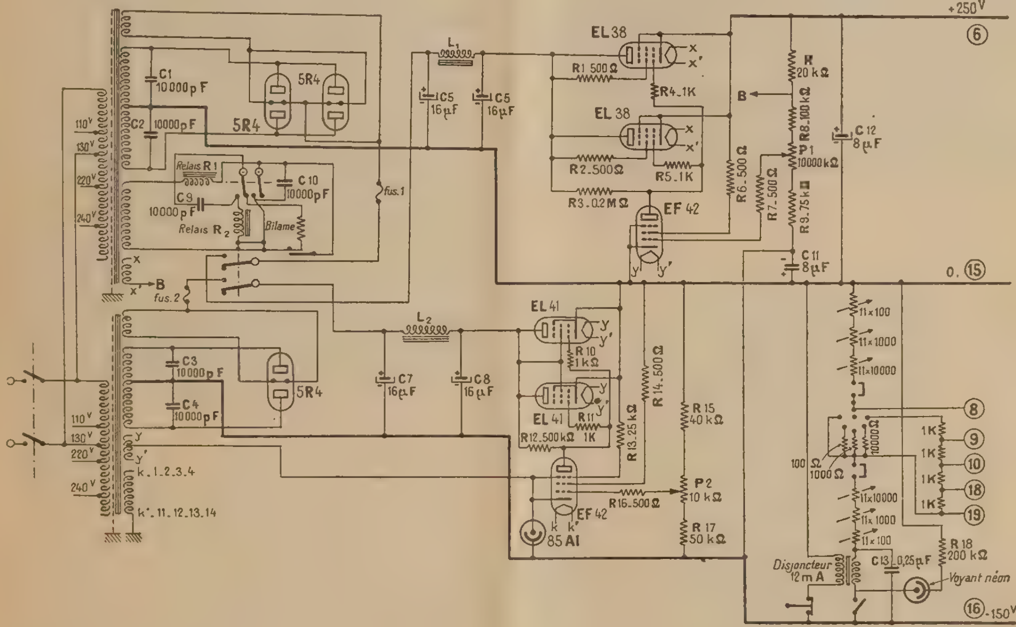


Fig. 8.

alimentations (+ 250 V et — 150 V) sont stabilisées par un montage classique triode-pentode. La tension négative sert de tension de référence pour la stabilisation de la tension positive. Les variations en fonction de la tension secteur et en fonction des débits sont visibles sur les courbes de la figure 9. Les différents seuils sont fixés par une chaîne de résistances à 0,1 pour 100 comprenant deux boîtes à décades R_1 et R_2 (*fig.* 10) et *n* résistances égales *r*.

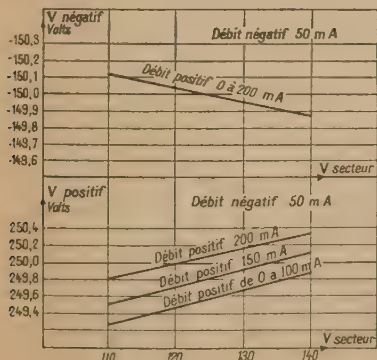


Fig. 9.

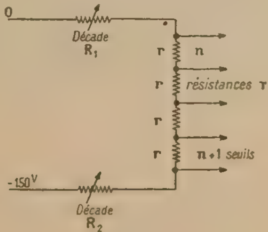


Fig. 10.

La largeur de bande est choisie en fixant le courant dans la chaîne, donc la somme des résistances

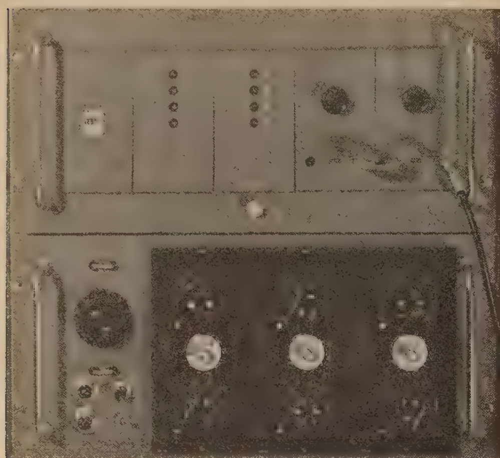


Fig. 11.

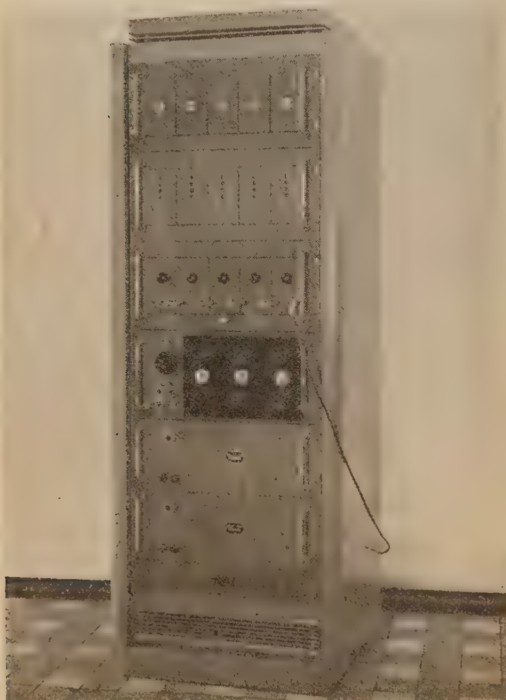


Fig. 12.

$R_1 + R_2 + nr$ et la hauteur du premier seuil, en répartissant la résistance $R_1 + R_2$ entre les deux boîtes à décades. Pour éviter deux manœuvres à chaque déplacement de seuil on couple mécaniquement les deux décades R_1 et R_2.

La protection des boîtes à décades contre les fausses manœuvres est assurée par un disjoncteur série (12 mA); un voyant indique si le disjoncteur a fonctionné.

Les tensions + 250 V et — 150 V sont appliquées par un système de relais différés par bilame (1 mn).

Les chauffages des tubes de stabilisation sont portés à des potentiels différents des cathodes pour diminuer le ronflement.

7. **Appareils réalisés.** — A. Sélecteur a un canal (*fig.* 11). — Le sélecteur comporte deux tiroirs sélecteur (*fig.* 6 *a*), deux tiroirs décades et un tiroir numérateur montés dans un châssis support.

Un deuxième châssis constitue l'alimentation décrite ci-dessus.

B. Sélecteur a quatre canaux (*fig.* 12). — Le sélecteur est monté dans une armoire comprenant six châssis :

— une alimentation pour les décades;

— une alimentation pour les numérateurs;

— une alimentation pour les sélecteurs (identique à celle du « un canal »);

— un support de cinq tiroirs sélecteurs (modèle *a*, *fig.* 6);

— un support de cinq tiroirs décades (le 5ᵉ compte le total des coups dépassant le dernier seuil);

— un support de cinq tiroirs numérateurs.

Les interconnexions sont faites à l'arrière de l'armoire et l'ensemble est commandé par un disjoncteur général.

C. Sélecteur a dix canaux (*fig.* 13). — Construit dans un grand meuble support, il contient essentiellement :

— onze tiroirs sélecteurs (modèle *b*, *fig.* 6);

— une alimentation pour les sélecteurs;

— dix échelles composées de tiroirs standards (échelles de 10 ou de 16);

— deux échelles (de 100 ou 256), l'une pour le comptage total, l'autre pour le comptage de ce qui dépasse le dernier seuil;

— une alimentation pour les échelles;

— un montage d'entrée.

La consommation de l'ensemble est de 1,7 kW, soit 7 A pour les chauffages et 9 A pour les hautes tensions.

L'appareil comprend 230 lampes.

Les alimentations stabilisées débitent respectivement :

sélecteur : 250 V, 550 mA; 150 V, 100 mA;

échelles : 450 V, 100 mA; 250 V, 750 mA; 150 V, 40 mA.

Des appareils de contrôle sont disposés sur les

tensions du sélecteur, un milliampèremètre est intercalé en série avec les boîtes à décades et permet la lecture directe de la largeur de la bande. La mise en marche est commandée par un disjoncteur général.



Fig. 13.

Une résistance variable de o à 0,75Ω est intercalée en série sur le secteur et permet un ajustement fin de la tension d'alimentation de ± 6 V dans le cas de mesures longues et précises.

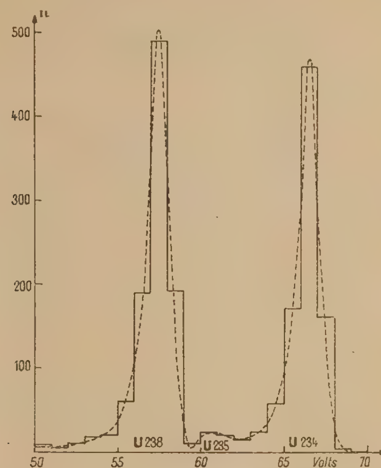
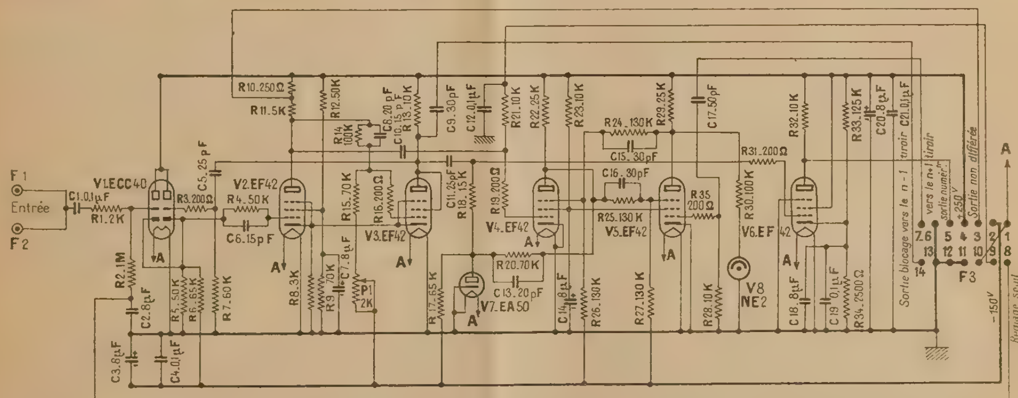


Fig. 14.



Résistances		
R1_2KΩ 1/4 W_5%	R14_100 KΩ 1/4 W 0,5%	R27. 130 KΩ 1/4 W 1%
R2_1MΩ 1/4 W „	R15. 70 KΩ „ „ „	R28. 10 KΩ 1/4 W 5%
R3. 200Ω „ „ „	R16. 200 KΩ „ „ „	R29. 25 KΩ Sfernice
R4. 50KΩ „ „ „	R17. 65 KΩ 1/4 W 1%	R30. 100 KΩ 1/4 W 5%
R5. 50 KΩ 1/4 W 1%	R18. 15 KΩ 1/4 W 5%	R31. 200 Ω „ „ „
R6. 65 KΩ „ „ „	R19. 200 Ω „ „ „	R32. 10 KΩ Sfernice
R7. 60 KΩ „ „ „	R20. 70 KΩ „ „ „	R33. 125 KΩ 1 W 1%
R8. 3 KΩ 1 W 5%	R21. 10 KΩ „ „ „	R34. 2500 Ω 1/4 W 1%
R9. 70 KΩ 1/2 W 1%	R22. 25 KΩ Sfernice	R35. 200 Ω
R10. 250 Ω „ „ „	R23. 10 KΩ 2 W 1%	
R11. 5 KΩ Sfernice 3 W	R24. 130 KΩ 1/4 W „	
R12. 50 KΩ 1/2 W 1%	R25. „ „ „ „ „	
R13. 10 KΩ Sfernice 3 W	R26. „ „ „ „ „	

Fig. 15.

8. **Utilisation des appareils.** — Réglage des seuils. — 1° on débranche les réactions entre les canaux consécutifs;

2° on met toutes les polarisations à la valeur zéro;

3° on règle chaque discriminateur en envoyant à l'entrée des impulsions d'amplitude réglable connue avec précision;

4° on branche les réactions et l'on choisit les positions convenables des boîtes à décades.

Contrôle. — 1° Un générateur donnant des impulsions de toutes les amplitudes comprises entre 5 et 40 V, réparties en amplitudes suivant une courbe régulière et connue, et de fréquence de récurrence réglable, a été réalisé : il comprend un compteur G. M. et une source de particules. Chaque impulsion est mise en forme, puis modulée par une tension en dent de scie à 50 p : s. L'amplitude varie donc suivant l'instant où se produit l'impulsion par rapport à la dent de scie;

2° on vérifie si le réglage des seuils est correct en comparant les mesures faites par décalage progressif des seuils de largeurs correspondant à une largeur de bande.

Exemple d'utilisation. — La figure 14 reproduit l'histogramme obtenu avec une chambre d'ionisation à grille contenant une source d'uranium, suivie d'un amplificateur proportionnel. On voit sur cette courbe les raies correspondant à trois isotopes de l'uranium.

Conclusion. — Le principe utilisé pour la construction des sélecteurs d'amplitude a permis d'obtenir des fréquences de comptage élevées. En effet, le pouvoir de résolution de 12 μs autorise des cadences allant jusqu'à 500 000 coups : mn en distribution statistique dans le temps.

L'inconvénient résultant d'un réglage indépendant de chaque seuil a été rendu acceptable par une bonne stabilité de ces réglages.

Enfin, l'utilisation et le dépannage des appareillages sont rendus aisés par l'interchangeabilité des éléments de sélection.

Nous tenons à remercier M. Valladas pour l'aide qu'il nous a apportée dans ce travail, M. Thénard pour sa collaboration technique et M. Viguié à qui était confiée la réalisation mécanique des appareils.

Manuscrit reçu le 18 juin 1951.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM.
PHYSIQUE APPLIQUÉE. TOME 12, OCTOBRE 1951, PAGE 74 A.

PILE HAUTE TENSION DE FAIBLE VOLUME

Par P. BRISTEAU.
Commissariat à l'Énergie atomique.
Laboratoires du Fort de Châtillon, Fontenay-aux-Roses (Seine).

Sommaire. — Dans cette Note on trouvera la description d'une pile haute tension du type Zamboni. Cette pile est destinée à alimenter certains appareils portatifs électroniques de faible consommation. La fabrication d'une telle pile et les principaux facteurs intervenant dans son fonctionnement sont indiqués. Quelques applications récemment réalisées sont citées à la fin de la Note.

Introduction. — Il est intéressant, dans certains domaines de l'électronique, de disposer de sources H. T. de très faible débit et d'encombrement très réduit. On est amené, de plus en plus, à construire des appareils portatifs, autonomes, légers et peu encombrants, bien que possédant souvent une structure interne assez complexe. Dans ces appareils portatifs, la source d'énergie est fréquemment constituée par des piles. Les piles de haute tension que l'on trouve dans le commerce sont très encombrantes et il n'est pas toujours nécessaire de disposer des intensités qu'elles peuvent fournir. Il y a plus d'un siècle, Zamboni [1] a construit des piles de faible capacité et de faibles dimensions. Une pile de ce type est en fonctionnement depuis cette époque au Laboratoire de Clarendon à Oxford [2].

Un certain nombre d'auteurs [3, 4] ont poursuivi l'étude de ce type de pile. Récemment, des recherches ont été effectuées dans les laboratoires de l'Amirauté Britannique [5, 6]. En vue d'applications immédiates aux appareils portatifs utilisés par nos services, nous avons mis au point la fabrication de piles, dont le poids (27 g) pour une tension de 1000 V représente un grand avantage sur les piles commerciales, par exemple Leclanché 130 G (1250 g).

Pile Zamboni. — La série d'une pile Zamboni est constituée par une feuille d'étain, une feuille

de papier imbibée d'électrolyte (chlorure de zinc), du bioxyde de manganèse déposé sur l'une des faces du papier, de nouveau une feuille d'étain et ainsi de suite. Il est alors possible d'obtenir des tensions élevées sous un petit volume, car l'utilisation des métaux en feuilles minces et de papiers supportant les réactifs permet d'atteindre des épaisseurs très faibles.

Couple électrochimique. — Le couple $Sn \mid ZnCl_2 \mid MnO_2 \mid C$, que nous avons utilisé, donne une f. é. m. de 1,1 V.

a. L'anode. — Pour l'anode il convient d'utiliser un métal aussi électropositif que possible. Les métaux alcalins sont les plus électropositifs, mais pratiquement inutilisables. Dans l'industrie des piles sèches, on emploie couramment le zinc. L'étain, moins électropositif que le zinc, peut plus facilement être obtenu pur et en feuilles très minces. Nous avons utilisé des feuilles d'étain de 0,05 mm d'épaisseur (Etabl. Lobely).

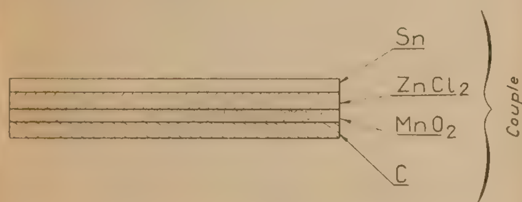


Fig. 1. — Élément de pile.

b. L'électrolyte. — Nous avons choisi comme support de l'électrolyte, un papier filtre en cellulose pure, du type « filtration lente » (Etabl. Durieux) dont la texture des fibres permet de loger en surface et en épaisseur les cristaux ou les grains de matières actives. De plus, le papier filtre a l'avantage d'être chimiquement inerte. Sa déminéralisation n'a pas lieu d'être poussée, car la quantité d'impuretés subsistant dans un papier normal est de l'ordre de grandeur de celle apportée par les réactifs les plus purs. En maintenant une très légère humidité dans les éléments, la conductibitité de l'électrolyte est suffisante, car une infime quantité de solution saturée enrobe les cristaux et les relie entre eux. L'électrolyte est constitué par du chlorure de zinc pur (Rhône-Poulenc); l'utilisation de ce chlorure de base faible évite la formation de gaz autres que l'hydrogène, toujours nuisibles au bon fonctionnement d'une pile et particulièrement difficiles à éliminer dans le cas d'une pile de faible volume.

c. Le dépolarisant. — Les dépolarisants liquides, pas plus que l'air, ne sont utilisables dans des éléments de petit volume. Parmi les dépolarisants solides, le bioxyde de manganèse, que nous avons utilisé, est le plus actif et le plus commode. On peut l'obtenir chimiquement pur par précipitation (Rhône-Poulenc).

d. La cathode. — Aux fortes humidités, l'électrolyte traverse la masse du dépolarisant et attaque l'étain. Il naît une f.é.m. qui s'oppose à celle de la pile, ce qui se traduit par une augmentation de la résistance interne. Nous avons donc été amenés à interposer entre le bioxyde et l'étain, un papier supportant du carbone (graphite colloïdal), ce qui constitue une des différences essentielles entre la pile que nous décrivons ici et la pile Zamboni.

Stabilité du couple. — La stabilité du couple peut être rompue de deux manières :

a. Par une variation de la température qui modifie l'équilibre chimique; une élévation de température favorise une réaction endothermique et fait varier la force électromotrice résultante.

La force électromotrice du couple, mesurée à l'aide d'un électromètre, demeure constante en fonction de la température, quand celle-ci varie entre -10 et $+50°$ C.

b. Par un manque d'électrons nécessaires à certaines réactions, dû à un fonctionnement prolongé. Toutefois, en ouvrant le circuit, l'équilibre se rétablira.

Pour remédier à cet inconvénient, il suffit de prendre une section d'élément donnant à la pile une capacité énergétique en rapport avec son utilisation. Il est évident que plus une pile est petite, plus sa capacité est faible, par suite de la petite quantité de réactifs mis en présence.

Stabilité de la pile. — En dehors des phénomènes précédents, réversibles, la tension de la pile peut baisser pour les raisons suivantes :

a. Augmentation de la résistance interne par la formation de sels plus ou moins conducteurs et plus ou moins solubles. Si on arrête le débit, les sels peuvent se dissoudre et diffuser, et la résistance interne peut tendre vers sa valeur primitive, tout en augmentant constamment au cours du veillissement. Il faut noter que la consommation en eau, au cours du fonctionnement, intervient directement dans l'augmentation de la résistance interne et qu'on ne peut y remédier.

b. Formation sur l'anode d'une pellicule de $SnCl_2$ empêchant la réaction. Si on arrête le fonctionnement, cette pellicule se dissout au bout d'un temps assez long (la pile étant très sèche).

c. Dépolarisation présentant une certaine inertie et dont l'efficacité dépend du régime utilisé.

d. Court-circuit des éléments, dû au vieillissement, à un défaut de montage, etc.

Rôle de la cathode. — En plus de son rôle de collecteur d'électrons, le papier graphité a pour but de protéger l'étain du compartiment où s'effectue la dépolarisation. Des piles montées sans cette précaution ont une tension qui baisse rapidement (50

pour 100 en quelques jours). L'examen au microscope des éléments démontés de ces piles après leur décroissance, a permis de constater une forte attaque

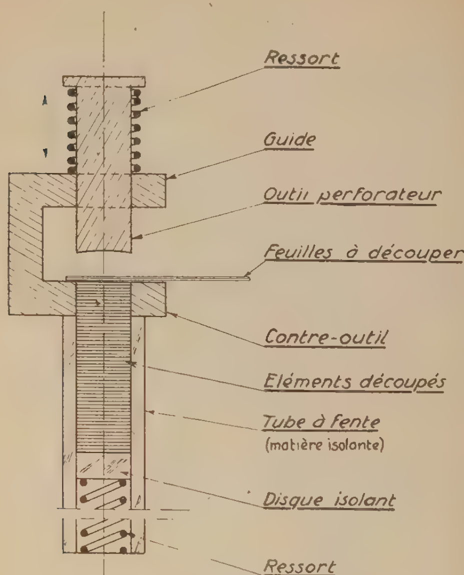


Fig. 2. — Découpage des éléments.

des disques d'étain qui étaient percés de nombreux trous. L'examen de divers éléments a montré que la cause de cette attaque se trouvait dans le dépolarisant (les points de corrosion identiques sur le bioxyde de manganèse et sur la face positive de l'étain ne se retrouvent pas à l'anode). Cette action développant une f.é.m. opposée serait due au chlore intervenant dans la dépolarisation. L'utilisation d'une cathode protectrice en papier graphité de 0,04 mm d'épaisseur a prolongé la vie des piles. La tension passait à 50 pour 100 de sa valeur primitive au bout de deux à trois mois seulement. Cette protection était cependant insuffisante. Le papier filtre de 0,15 mm donne de meilleurs résultats. Plus de quatre mois après leur fabrication des piles ont toujours leur tension primitive.

La cathode est obtenue en enduisant les deux faces du papier de graphite colloïdal en suspension dans l'alcool (Alcool Dag, Dispersion 80) à l'aide d'un pinceau ou d'un pistolet.

Préparation du papier électrolyte-dépolarisant. — On fixe l'électrolyte sur le papier en plongeant ce dernier dans une solution de $ZnCl_2$ dans de l'eau distillée. La concentration de 5 pour 100 a donné de bons résultats. Quand le papier est sec, on étend rapidement sur l'une de ses faces, une suspension fluide de MnO_2 dans l'alcool à 95°. On laisse ensuite séjourner le papier dans une atmosphère présentant une humidité convenable mesurée avec un hygromètre. La résistance interne des piles est inversement proportionnelle à la surface des éléments et à leur humidité. Elle varie de

0,02 à	2 MΩ	par élément de	ø = 25 mm
0,1 à	10 »	»	ø = 10
0,5 à	50 »	»	ø = 8
1 à	100 »	»	ø = 5

pour des piles montées dans une atmosphère présentant une humidité allant de 40 à 100 pour 100.

Découpage des éléments. — Les meilleurs résultats sont obtenus à l'aide d'une machine perforatrice comprenant un outil plein, légèrement profilé, se déplaçant dans un guide et pénétrant dans un contre-outil (*fig.* 2). De la qualité de l'acier et de la précision de l'outil dépend la propreté du contour des éléments. A chaque perforation on peut découper un ou deux éléments à la fois, à partir de trois ou six feuilles disposées suivant la série : Sn—$ZnCl_2$—MnO_2—C, ... Les éléments dont le contour n'est pas net sont à rejeter.

Il est préférable de découper les feuilles en disposant l'étain au-dessous et le papier électrolyte au-dessus. De cette façon, grâce à l'élasticité des papiers, les disques d'étain prennent la forme de petites cuvettes plates, orientées dans le même sens.

Assemblage des éléments. — Les éléments découpés sont recueillis, orientés convenablement,

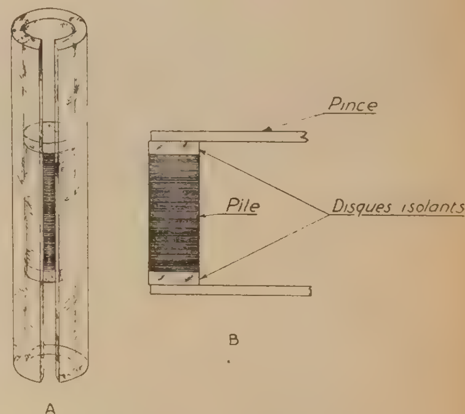


Fig. 3.

A, tube isolant muni d'une fente longitudinale et contenant les éléments découpés, maintenus entre deux disques isolants; B, bloc extrait du tube, après serrage convenable de la pince.

dans un tube de dimensions appropriées et muni d'une fente longitudinale. Un ressort les maintient légèrement serrés au cours de l'empilement. On serre ensuite, entre deux disques isolants, un nombre convenable d'éléments et on les extrait du tube à l'aide d'une pince spéciale pénétrant par la fente (*fig.* 3).

La pression des éléments peut être définie et maintenue constante en donnant à ceux-ci un volume déterminé. De bons résultats ont été obtenus en préparant des blocs de 50 éléments ayant une hauteur totale de 15 mm.

Cérésinage des blocs d'éléments. — Les blocs convenablement pressés sont plongés dans la cérésine portée à 140-150°. Pour les blocs de $\varnothing = 8$ mm, une demi-seconde suffit. Pour ceux de $\varnothing = 10$ mm, il faut 1 s et pour ceux de $\varnothing = 25$ mm, il est nécessaire de les plonger de 5 à 10 s. Dans tous les cas il faut terminer le cérésinage avant l'apparition de fines bulles gazeuses dans la cérésine chaude. Il est utile de protéger les faces extrêmes du bloc lors du cérésinage par des papiers protecteurs qu'on enlève ensuite, chaque bloc étant pressé entre deux disques de plexiglass épais pour éliminer les court-circuits par la pince. La mince couronne de cérésine qui se forme autour des éléments suffit à assurer leur cohésion.

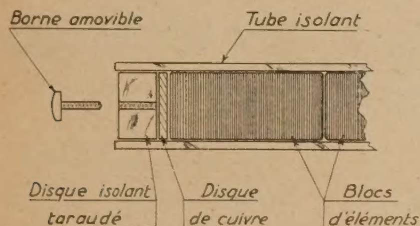


Fig. 4. — Extrémité de pile.

La borne amovible permet le stockage des piles sans danger de court-circuit.

Montage des piles. — La matière de l'étui dans lequel est montée la pile doit avoir un bon isolement. Le carton bakélisé en tube est d'un emploi très commode et peu coûteux. La fermeture du tube contenant les blocs d'éléments peut être assurée par deux disques en plexiglass rentrant à force et taraudés pour le passage de vis en laiton (*fig.* 4). L'isolement entre les bornes dans ce cas est de l'ordre de $10^{15}\,\Omega$. Pour assurer le contact, il est bon d'interposer, entre les bornes et les extrémités de la pile, des disques de cuivre de 2 à 3/10e de millimètre d'épaisseur.

Applications des différents types de piles. — 1° *Chargeurs de poche pour stylos-électroscopes* (*fig.* 5) [7]. — Pour la protection du personnel contre les rayons α, γ, X et neutrons, on utilise des stylos comprenant une toute petite chambre d'ionisation, déchargeant un électroscope à fil de quartz observé à l'aide d'un microscope. Ces électroscopes sont chargés périodiquement jusqu'au point zéro d'une graduation. Nous utilisons à cette intention des stylos chargeurs comportant une petite pile de 200 V.

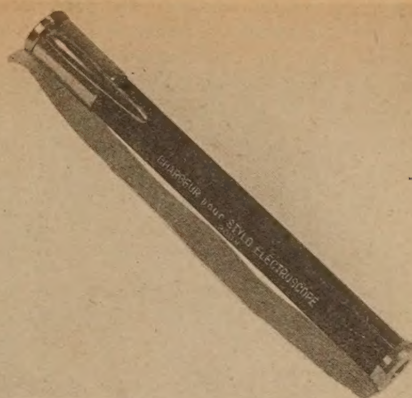


Fig. 5. — Chargeur pour stylo-électroscope.

Les caractéristiques de cette pile sont :

Tension		200 V
Résistance interne		$10^9\ \Omega$
Dimensions	diamètre	8 mm
	longueur	60 mm
Poids		5,4 g

Les quatre blocs de 50 V sont montés directement dans le corps du stylo chargeur et isolés de celui-ci par une feuille de styroflex. Un contact permet de décharger instantanément l'électroscope. Une forte résistance de fuite, de l'ordre de $10^{13}\,\Omega$, entre l'une des bornes et le corps du stylo, permet de charger les électroscopes avec une constante de temps de plusieurs secondes; d'où l'intérêt d'avoir une forte résistance interne pour ce type de piles.

2° *Détecteur portatif de rayons* γ (*fig.* 6). — L'appareil se compose d'une sonde de 50 cm de long, de $\varnothing = 3$ cm et d'un casque d'écoute (gammaphone

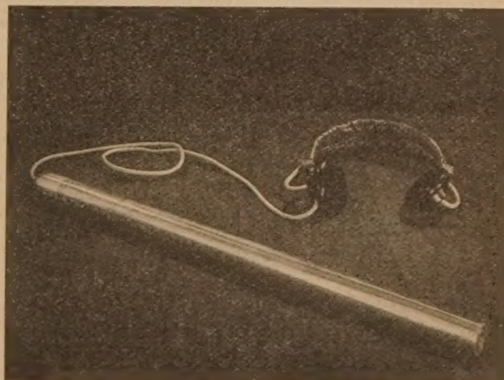


Fig. 6. — Détecteur portatif de rayons γ.

sonde) [1]. La sonde contient un petit compteur de Geiger-Müller alimenté par une pile de 750 V, en parallèle avec un condensateur de 25 000 pF; l'appareil est donc autonome. Les piles utilisées ont les caractéristiques suivantes :

Tension		750 V
Résistance interne		750 MΩ
Dimensions	diamètre	25 mm
	longueur	24 cm
Poids		270 g

Un tel appareil est en fonctionnement continu au C. E. A. depuis sa fabrication, c'est-à-dire quatre mois.

3° *Sonde détectrice de rayons γ pour prospection.* — Pour cet appareil, des piles ayant des éléments de ø = 21 mm sont nécessaires. Les caractéristiques électriques diffèrent très peu de celles des éléments de ø = 25 mm.

4° *Chambres d'ionisation.* — Sur des prototypes, des piles de 150 V sont utilisées.

Elles ont des éléments de ø = 10 mm et une longueur de 5,5 cm. Leur résistance interne est, suivant le cas, de 0,1 à 1 MΩ par Volt. Leur poids est de l'ordre de 10 g.

Signalons que, sur une petite chambre d'ionisation, une pile de 150 V ayant des éléments de ø = 5 mm est en fonctionnement depuis deux mois.

Nous citerons, en plus des applications précédentes l'utilisation de ces piles en électrostatique, météorologie, ballons-sondes, etc.

(1) Modèle du Commissariat à l'Énergie atomique.

Manuscrit reçu le 15 juin 1951.

REFERENCES.

[1] Zamboni G. — *Gilbert Annalen*, 1815, **49**, 41; 1815, **51**, 182; 1819, **60**, 151.
[2] Bragg W. L. — *Electricity*, éd. Bell, London, 1936, p. 51.
[3] Auerbach F. — *Handbuch der Physik*, 2e édition, éd. Barth, Leipzig, 1 vol., **4**, 1905.
[4] Graetz L. — *Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus*, vol. **1**, éd. Barth, Leipzig, 1918, 441.
[5] Elliott A. — *Electronic Engineering*, 1948, **20**, 317.
[6] Pratt T.H. — *Electronic Engineering*, 1948, **20**, 274, et 1948, **20**, 314.
[7] Weill, Rogozinsky, Rastoix, et Janot. — *J. Radiologie et électrologie*, 1952, **33**.

BIBLIOGRAPHIE.

Féry C., Chéneveau C. et Paillard G. — *Piles primaires et accumulateurs, Encyclopédie industrielle*, 1925, éd. J.-B. Baillière.
Jumau L. — *Piles et accumulateurs*, éd. Armand Colin.
Creighton et Kœhler. — *Electrochemistry*, éd. Chapman et Hall.
Charlot G. — *Nouvelle méthode d'analyse qualitative*, éd. Masson.
Bruhat G. — *Électricité*, éd. Masson.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM.
PHYSIQUE APPLIPUÉE. TOME 12, OCTOBRE 1951, PAGE 79 A.

COMMUTATEUR POTENTIOMÉTRIQUE POUR LA MESURE DE TENSIONS CONTINUES

Par C. Van BLITZ et J. WEILL.
Commissariat à l'Énergie atomique.
Fort de Châtillon, Fontenay-aux-Roses (Seine).

Sommaire. — Ce dispositif utilise un commutateur téléphonique asservi automatiquement et permettant, par une méthode d'opposition, la mesure avec une excellente précision de tensions continues fixes ou lentement variables. On décrit également l'application de cette méthode à la mesure précise de la puissance d'une pile atomique.

Pour mesurer avec une grande précision des tensions continues constantes ou lentement variables, l'usage d'une méthode d'opposition s'impose. Cette note décrit un appareil permettant la mesure en lecture directe d'une tension continue, avec une précision qui peut atteindre 1/10 000e.

Principe. — La méthode potentiométrique, employée ici a la particularité d'être rendue complètement automatique. En effet, par l'opposition d'une tension connue, le spot du galvanomètre de lecture est ramené automatiquement au début de l'échelle, chaque fois qu'il en atteint l'extrémité.

Le nombre des oppositions partielles est indiqué par un appareil auxiliaire dont la lecture, complétée par celle du galvanomètre, donne la valeur de la tension mesurée.

Description (*fig.* 1). — Le commutateur rotatif C (type téléphonique) est monté en potentiomètre P à plots, comportant n positions fixes et de résistance totale R_p.

Une source de tension stabilisée de référence, de tension V, est branchée aux bornes du potentiomètre P. La source de tension U à mesurer est branchée entre le curseur du commutateur potentiométrique et l'une de ses extrémités.

Ce branchement comporte dans son circuit un

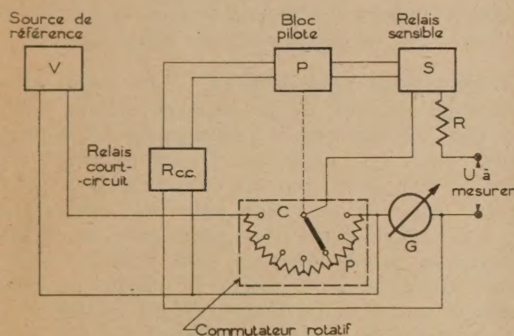


Fig. 1.

relais sensible S de résistance interne R_s, un galvanomètre G de résistance interne R_g et une résistance R.

Soit R_t la somme des résistances $R + R_g + R_s$, R_p étant choisi très petit devant R_t, le relais S sera réglé pour coller avec un courant $\pm I_t$ et le galvanomètre G, à zéro central, sera choisi de sensibilité I_t égale à $\frac{V}{nR_t}$.

L'entraînement du commutateur, assuré par le bloc pilote P, persiste pendant toute la durée du collage du relais S.

Ce relais se décollera dès que la valeur absolue de différence entre la tension U et la tension d'opposition V sera inférieure à $\frac{V}{n}$, c'est-à-dire pour un courant de $\pm I_t$.

La position N, sur laquelle le balai s'arrêtera, donnera la mesure de la tension U à $\pm \frac{V}{n}$, le galvanomètre G indiquant l'écart positif ou négatif de la tension U par rapport à $N \frac{V}{n}$.

Un relais secondaire R_{cc} court-circuite le galvanomètre pendant toute la durée de rotation du commutateur, ceci afin d'éviter toute surcharge inutile au galvanomètre dont le spot ou l'aiguille restera toujours à l'intérieur de l'échelle.

Le commutateur rotatif employé (*fig.* 2) est du type téléphonique; les modèles courants dans l'industrie

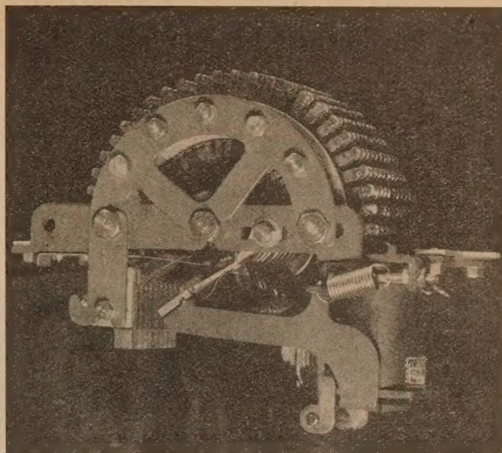


Fig. 2. — Commutateur rotatif AOIP.

permettent de choisir $n = 50$, 25 ou 12 positions et peuvent établir simultanément plusieurs contacts indépendants suivant le nombre de bancs du rotatif. Son entraînement est assuré par une roue à rochet actionnée par un relais autocoupeur dont la puissance d'excitation est de 10 à 20 W.

Le relais sensible S devra comporter un contact à maximum et un contact à minimum, réglables de préférence, afin de pouvoir faire coïncider son collage avec la déviation totale du galvanomètre; de plus, il devra être susceptible de supporter des surcharges égales à n fois son courant de collage.

Contrairement à la technique téléphonique usuelle, le bloc pilote est ici constitué par un système électronique simple. En effet, conformément à la figure 3, le contact mobile du relais S est connecté à la grille de commande d'une lampe de puissance, les deux contacts fixes étant à la masse. Dans le circuit plaque de celle-ci, on a placé la bobine d'excitation du commutateur ainsi qu'une résistance d'appoint R_a

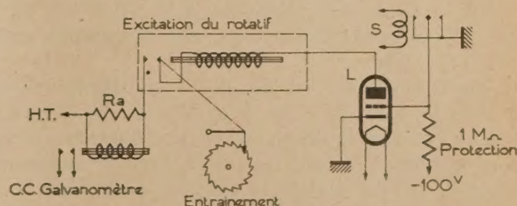


Fig. 3.

destinée à limiter le débit de la lampe. Aux bornes de la résistance R_a on a placé le relais secondaire R_{cc}. Dans ces conditions, on voit d'après la figure que la

lampe se trouve à son cut-off (aucun débit plaque) en l'absence du contact du relais S, le rotatif n'est pas entraîné et le relais R_{cc} ne colle pas. Au contraire, pendant toute la durée de collage du relais S, la grille se trouve mise à la masse, d'où apparition d'un courant plaque important entraînant la rotation du commutateur et le collage du relais R_{cc}.

Ainsi constitué, ce montage fonctionne en commutateur potentiométrique automatique, c'est-à-dire sans l'intervention d'aucune manipulation. A titre d'indications complémentaires et afin de bien préciser les conditions d'utilisation et de fonctionnement de cet appareillage, nous donnons ici les caractéristiques essentielles d'un montage potentiométrique que nous avons réalisé et qui donne toute satisfaction.

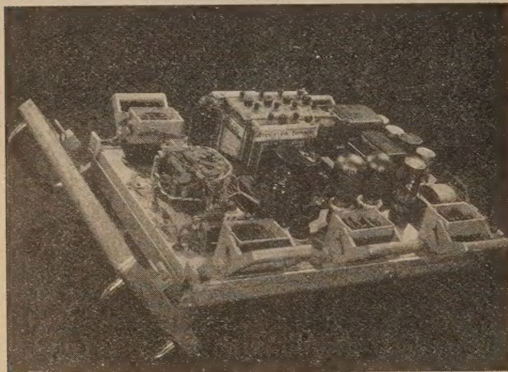


Fig. 4. — Vue d'ensemble de l'appareil.

Application à la mesure de la puissance d'une pile atomique. — Nous avons réalisé ce montage dans le but de mesurer avec précision la puissance à laquelle fonctionne une pile atomique. Rappelons que cette puissance se mesure à l'aide d'une chambre d'ionisation, suivie d'un amplificateur à courant continu fournissant à la sortie, dans le cas qui nous intéresse, une tension continue pouvant varier de 0 à 10 V et proportionnelle à la puissance de la pile, celle-ci pouvant varier, à titre d'exemple, entre 0 et 1000 kW.

L'impédance de sortie de l'amplificateur est de 1000 Ω; avec $I_t = 5\,\mu$ A et $V = 10$ V, la valeur de R_t a été choisie de 99 000 Ω. La résistance totale du potentiomètre étant de 200 Ω, l'erreur maximum commise, si l'on néglige la fraction (variable) de la résistance du potentiomètre qui se trouve être dans le circuit de mesure sera donc de 2 pour 1000, chiffre inférieur à toute appréciation possible sur le galvanomètre. Les valeurs adoptées pour les différents facteurs intervenant dans le montage sont résumées dans le tableau suivant :

n.	R_t.	R_s.	R_g.	I_t.	R.	S_v.
20	99 KΩ	3 500 Ω	50 Ω	±5 μA	95,5 KΩ	10 V

Lampe : type R 120 (deux en parallèle).

Commutateur rotatif : 10 bancs, 25 positions (dont 20 utiles).

La totalité de l'échelle du galvanomètre G, à zéro central, représente donc 1 V (± 500 mV correspondant à une puissance de la pile de ± 50 kW). Ceci permet d'apprécier une tension de sortie de l'amplificateur avec une erreur absolue de lecture inférieure à 5 mV, soit la puissance de la pile avec une erreur absolue inférieure à 500 W. Il sera donc possible de mesurer, en principe, dans le cas extrême 1000 kW, puissance nominale, à moins de 500 W près, soit avec une précision meilleure que 0,5/1000.

Dispositions particulières. — Le commutateur rotatif ne pouvant, de par sa construction, tourner que dans un seul sens, il a paru préférable d'utiliser deux bancs qui explorent le potentiomètre l'un dans le sens des potentiels croissants (0 à 10 V), l'autre dans le sens des potentiels décroissants (10 à 0 V). Ceci permet le « pas à pas » du commutateur, que la pile atomique varie dans un sens ou dans l'autre, le commutateur se plaçant automatiquement sur le banc correspondant. A défaut de cette précaution le relais S subirait des surcharges répétées et il y aurait augmentation du temps mort dans la lecture due à la rotation totale du commutateur à chaque changement de palier.

Les contacts placés sur d'autres bancs du commutateur sont utilisés pour la signalisation lumineuse, à l'aide de relais intermédiaires, donnant la position du commutateur et permettant la lecture à distance de la puissance par multiples de 50 kW.

La source de référence V sert de tension de comparaison pour la mesure et doit être parfaitement stable. Elle a été conçue de la façon suivante : un transformateur à fer saturé est alimenté sous 18 V, le courant du primaire est stabilisé par deux lampes fer-hydrogène en série. Le secondaire, après redressement, débite dans le potentiomètre P par l'intermédiaire d'un rhéostat d'ajustement de la tension et comporte une petite batterie d'accumulateurs en tampon (*fig.* 4).

Autres applications. — Parmi d'autres applications, nous citerons des mesures du pH, mesures photo-électriques, mesures de résistances, etc.

D'une manière générale, le montage décrit peut s'appliquer dans tous les cas où l'on désire faire appel à une méthode potentiométrique pour la mesure, avec une grande précision, d'une tension ou d'un courant continu.

Manuscrit reçu le 18 mai 1951.

Le Gérant : Maurice Blondin. 140838 Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1951.